



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

P 3558

QA

35

W417

1736

Johann

IO. FRIDER. WEIDLERI

IVR. DOCT. MATHEM. SVPER. PROFESSO-
RIS ORDINARIJ, REGIIS SOCIETATIBVS
SCIENTIARVM BRITANNICAE ET BO-
RVSSICAE ADSCRIPTI

INSTITVTIONES

MATHESEOS

SELECTIS OBSERVATIONIBVS
ILLVSTRATAE

IN VSVM PRAELECTIONVM
ACADEMICARVM.

EDITIO NOVA

In hunc librum privatum mihi erat oblatum

VITEMBERGAE

SVNTIUS IO. IOACH. AHLFELDI

EX OFFICINA HAKIANA

A. G. c13 13 cc XXXVI.

M D C C

1736

CONFIDENTIAL

20030301

1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024 2025 2026 2027 2028 2029 2030 2031 2032 2033 2034 2035 2036 2037 2038 2039 2040 2041 2042 2043 2044 2045 2046 2047 2048 2049 2050 2051 2052 2053 2054 2055 2056 2057 2058 2059 2060 2061 2062 2063 2064 2065 2066 2067 2068 2069 2070 2071 2072 2073 2074 2075 2076 2077 2078 2079 2080 2081 2082 2083 2084 2085 2086 2087 2088 2089 2090 2091 2092 2093 2094 2095 2096 2097 2098 2099 2100 2101 2102 2103 2104 2105 2106 2107 2108 2109 2110 2111 2112 2113 2114 2115 2116 2117 2118 2119 2120 2121 2122 2123 2124 2125 2126 2127 2128 2129 2130 2131 2132 2133 2134 2135 2136 2137 2138 2139 2140 2141 2142 2143 2144 2145 2146 2147 2148 2149 2150 2151 2152 2153 2154 2155 2156 2157 2158 2159 2160 2161 2162 2163 2164 2165 2166 2167 2168 2169 2170 2171 2172 2173 2174 2175 2176 2177 2178 2179 2180 2181 2182 2183 2184 2185 2186 2187 2188 2189 2190 2191 2192 2193 2194 2195 2196 2197 2198 2199 2200 2201 2202 2203 2204 2205 2206 2207 2208 2209 2210 2211 2212 2213 2214 2215 2216 2217 2218 2219 2220 2221 2222 2223 2224 2225 2226 2227 2228 2229 2230 2231 2232 2233 2234 2235 2236 2237 2238 2239 2240 2241 2242 2243 2244 2245 2246 2247 2248 2249 2250 2251 2252 2253 2254 2255 2256 2257 2258 2259 2260 2261 2262 2263 2264 2265 2266 2267 2268 2269 2270 2271 2272 2273 2274 2275 2276 2277 2278 2279 2280 2281 2282 2283 2284 2285 2286 2287 2288 2289 2290 2291 2292 2293 2294 2295 2296 2297 2298 2299 2300 2301 2302 2303 2304 2305 2306 2307 2308 2309 2310 2311 2312 2313 2314 2315 2316 2317 2318 2319 2320 2321 2322 2323 2324 2325 2326 2327 2328 2329 2330 2331 2332 2333 2334 2335 2336 2337 2338 2339 2340 2341 2342 2343 2344 2345 2346 2347 2348 2349 2350 2351 2352 2353 2354 2355 2356 2357 2358 2359 2360 2361 2362 2363 2364 2365 2366 2367 2368 2369 2370 2371 2372 2373 2374 2375 2376 2377 2378 2379 2380 2381 2382 2383 2384 2385 2386 2387 2388 2389 2390 2391 2392 2393 2394 2395 2396 2397 2398 2399 2400 2401 2402 2403 2404 2405 2406 2407 2408 2409 2410 2411 2412 2413 2414 2415 2416 2417 2418 2419 2420 2421 2422 2423 2424 2425 2426 2427 2428 2429 2430 2431 2432 2433 2434 2435 2436 2437 2438 2439 2440 2441 2442 2443 2444 2445 2446 2447 2448 2449 2450 2451 2452 2453 2454 2455 2456 2457 2458 2459 2460 2461 2462 2463 2464 2465 2466 2467 2468 2469 2470 2471 2472 2473 2474 2475 2476 2477 2478 2479 2480 2481 2482 2483 2484 2485 2486 2487 2488 2489 2490 2491 2492 2493 2494 2495 2496 2497 2498 2499 2500 2501 2502 2503 2504 2505 2506 2507 2508 2509 2510 2511 2512 2513 2514 2515 2516 2517 2518 2519 2520 2521 2522 2523 2524 2525 2526 2527 2528 2529 2530 2531 2532 2533 2534 2535 2536 2537 2538 2539 2540 2541 2542 2543 2544 2545 2546 2547 2548 2549 2550 2551 2552 2553 2554 2555 2556 2557 2558 2559 2560 2561 2562 2563 2564 2565 2566 2567 2568 2569 2570 2571 2572 2573 2574 2575 2576 2577 2578 2579 2580 2581 2582 2583 2584 2585 2586 2587 2588 2589 2590 2591 2592 2593 2594 2595 2596 2597 2598 2599 2600 2601 2602 2603 2604 2605 2606 2607 2608 2609 2610 2611 2612 2613 2614 2615 2616 2617 2618 2619 2620 2621 2622 2623 2624 2625 2626 2627 2628 2629 2630 2631 2632 2633 2634 2635 2636 2637 2638 2639 2640 2641 2642 2643 2644 2645 2646 2647 2648 2649 2650 2651 2652 2653 2654 2655 2656 2657 2658 2659 2660 2661 2662 2663 2664 2665 2666 2667 2668 2669 2670 2671 2672 2673 2674 2675 2676 2677 2678 2679 2680 2681 2682 2683 2684 2685 2686 2687 2688 2689 2690 2691 2692 2693 2694 2695 2696 2697 2698 2699 2700 2701 2702 2703 2704 2705 2706 2707 2708 2709 2710 2711 2712 2713 2714 2715 2716 2717 2718 2719 2720 2721 2722 2723 2724 2725 2726 2727 2728 2729 2730 2731 2732 2733 2734 2735 2736 2737 2738 2739 2740 2741 2742 2743 2744 2745 2746 2747 2748 2749 2750 2751 2752 2753 2754 2755 2756 2757 2758 2759 2760 2761 2762 2763 2764 2765 2766 2767 2768 2769 2770 2771 2772 2773 2774 2775 2776 2777 2778 2779 2780 2781 2782 2783 2784 2785 2786 2787 2788 2789 2790 2791 2792 2793 2794 2795 2796 2797 2798 2799 2800 2801 2802 2803 2804 2805 2806 2807 2808

W. A. Sci
H. A.
16-18-3-3
32-3-3

PRAEFATIO

*Cum primum an. c. 1719 XIIIX
institutiones mathematicas
in eruditi orbis lucem emit-
terem, is susceptae tum operae sco-
pus erat, meis ut auditoribus pro-
dessem, et selectas ex amplissimo ar-
gumento ueritates perspicuae enu-
cleateque traderem, simul et prae-
cipua recentioris aevi inuenta, una-
cum melioris notae scriptoribus,
breuiter indicarem, ut, rite sic ia-
ctis fundamentis, si uberior eorum
in praelectionibus declaratio acces-
sisset, quisque deinceps Marte pro-
prio ulteriores in qualibet parte
matheseos progressionem facere pos-
set. Postea distractis intra paucos
annos primae editionis exemplari-
bus, cum libellus iterum uulgandus
esset, annotabam quidem passim
nonnulla, quae quibusdam positio-
nibus illustrandis inseruire uide-
bantur, uerum quo minus omnia de-*

nuo recognoscerem, temporis bre-
uitas tum prohibebat. Ante bien-
nium autem, cum bibliopola monui-
isset, tertiam eiusdem operis editi-
onem parandam esse, ad accuratius
scripturae prioris examen me ac-
cinxi. Sed quia variis complemen-
tis et accessionibus series periodo-
rum et schematismorum saepe per-
turbabatur, sic necessitatem mihi
imponi intelligebam, novum pror-
sus librum, qualem nunc profero,
conscribendi. Ceterum libens, uti
par est, lectori iudicium permitto,
utrum ad statutam primae compo-
sitioni metam nunc propius acces-
serim. fateor tamen, eo animo, ut
id praestarem, laboriosam hanc re-
cognitionem me subiisse. Da-
bam Vitembergae Saxonum. A. G.
civis cc XXXVI. D. VIII. Septem-
bris.

ARGVMENTVM DISCIPLINARVM ET CAPITVM.

Prolegomena, siue tractatio generalis, de mathesi, et eius partibus, et methodo mathematica pag. I

ARITHMETICA

Cap. I. Definitiones generales arithmeticae et axiomata 34

II. De numeratione, additione, subtractione, multiplicatione et diuisione numerorum 19

III. De ratione et proportionem 46

IV. De numeris fractis 62

V. De extractione radicum quadratarum et cubicarum 73

VI. De Logarithmis 87

GEOMETRIA

Cap. I. Euthymetria, siue de dimensione linearum 93

II. Epipedometria, siue de dimensione superficialium 142

III. Stereometria, siue de dimensione solidorum 176

TRIGONOMETRIA PLANA

Cap. I. De definitionibus trigonometriae et constructione canonis sinuum, tangentium et logarithmorum 207

II. De resolutione triangulorum rectangulorum 216

III. De resolutione triangulorum obliquangulorum 219

OPTICA

Para I. OPTICA proprie dicta, de radiis directis.

Cap. I. De oculi fabrica et legibus uisionis	p.227
II. De luce, umbra et coloribus	236
III. De phaenomenis magnitudinis, distantiae, figurae, situs, motus	245

Appendix partis primae

De arte perspectiua	254
---------------------	-----

Pars II. CATOPTRICA	263
---------------------	-----

Pars III. DIOPTRICA	
---------------------	--

Cap. I. De legibus refractionis	275
---------------------------------	-----

II. De refractione radiorum lucis in lentibus conuexis et cauis, nec non in uitris multangularibus	280
--	-----

III. De telescopiis, microscopio, poleoscopio, tubo catoptrico-dioptrico Newtoni et laterna magica	298
--	-----

TRIGONOMETRIA SPHAERICA	315
-------------------------	-----

Pars I. De resolutione triangulorum sphaericorum rectangulorum	319
--	-----

II. De resolutione triangulorum sphaericorum obliquangulorum	326
--	-----

ASTRONOMIA

Pars I. SPHAERICA	
-------------------	--

Cap. I. De stellis generatim et sphaerae coelestis partitione	331
---	-----

II. De stellis ad coelestis sphaerae limites relatis	353
--	-----

Pars II. THEORICA	
-------------------	--

Cap. I. De systemate mundi et adspectibus planetarum	397
--	-----

II. De sole	407
-------------	-----

III. De luna	439
--------------	-----

IV. De eclipsi lunae et solis	451
-------------------------------	-----

V. De quinque planetis minoribus, saturno	
---	--

no, ioue, marte, uenere et mercurio p. 45.

VI. De stellis fixis, nouis et cometis. 479

GEOGRAPHIA GENERALIS 495

CHRONOLOGIA

Cap. I. De praecipuis temporum mensuris 526

II. De anno romanorum et christiano-
rum 534

III. De anno iudaico, aegyptiaco, graeco,
turcico, persico 562

IV. De epochis celebrioribus. 567

GNOMONICA

Cap. I. De horologiis regularibus 577

II. De instrumento declinatorio et horolo-
giis irregularibus. 590

MECHANICA. 595

HYDROSTATICA 616

AEROMETRIA. 631

HYDRAULICA 660

ARCHITECTURA CIVILIS

Cap. I. De firmitate aedificiorum. 676

II. De utilitate aedificiorum 686

III. De regulis uenustatis aedificiorum 695

IV. De delineatione aedificiorum extruen-
dorum 716

ARCHITECTURA MILITARIS

Cap. I. De definitionibus et principiis archite-
cturae militaris 718

II. De uariis muniendi modis

Sect. I. De belgica muniendi methodo 726

II. De aliis muniendi modis recentioribus 736

III. De munitione irregulari. 747

IV. De oppugnatione et defensione muni-
mentorum 750

ANA-

ANALYSIS SPECIOSA SIVE ALGEBRA

- Cap. I. De calculo literali p. 763
II. De usu calculi literalis, pro legibus extractionis radicum, et permutationis rerum, nec non proprietatibus rationum, tam arithmeticarum quam geometricarum, inueniendis. 775
III. De inuentione et reductione aequationum 782
IV. De analysi quaestionum arithmeticarum 787
V. De analysi problematum geometricorum 797
VI. De natura et proprietatibus linearum curuarum imprimis conicarum 803

TABULAE MATHEMATICAE.

- I. Logarithmi numerorum vulgarium ab 1 ad 1200.
II. Tabulae sinuum et tangentium, et logarithmorum eorundem, pro singulis gradibus quadrantis, et singulis denis minutis unius gradus.
III. Declinationis graduum eclipticae.
IV. Ascensionum rectarum pro singulis gradibus eclipticae.
V. Ascensionum obliquarum graduum eclipticae, pro latitudine Vitembergae 51. Graduum et 52 minutorum.

FIGURARVM TABULAE LII.

INSTI.

INSTITUTIONVM MATHEMATICARVM PROLEGOMENA.

SIVE TRACTATIO GENERALIS DE MATHESI ET EIVS PAR- TIBVS ET DE METHODO MA- THEMATICA.

I.

Quantum est res quaelibet, quae au-
geri et minui potest. Veluti nu-
merus, extensio, motus, tempus,
grauitas.

II. *Ratio* est mutuus quantorum inter
se collatorum respectus.

III. *Quantitas* est ratio determinata quan-
torum eiusdem generis. Veluti cum nu-
merus comparatur cum unitate, et definitur,
quoties hanc ille complectatur, cognoscitur
numeri quantitas. Vel quando recta linea
certae longitudinis, pro unitate assu-
mitur, et cum recta linea maiore compara-
tur. Vbi enim compertum fuerit, quoties
maior minorem contineat, quantitas lineae
maioris determinatur.

IV. Atque haec inuestigatio rationis re-
rum quantarum, *mensio*; ipsum autem quan-
tum

tum minus, quod cum maiore confertur, *mensura* illius appellatur.

V. Scientiae, quae rerum quantarum comparationem et mentionem docent, titulo generali disciplinae (*μαθηματικὴ* et *μαθηματικῶν*) designantur. Vel *mathesis* est *scientia quantitatis*; et uidetur generale hoc disciplinae nomen, tum ob antiquitatem, tum ob ueritarum accuratam demonstrationem; scientiis illis inditum seruatumque a posteris fuisse. §

VI. Partitionem scientiarum mathematicarum ipsius rei, quam tractant, contemplatio suggerit. Duo enim omnino sunt quantorum genera. Quaedam partibus seiunctis inter se, siue discretis, alia uero partibus unitis constant. Priorum *quantitas discreta*, siue *numerus* et *multitudo*, posteriorum, *quantitas continua*, siue *extensio* et *magnitudo* dicitur.

VII. De quantitate discreta, siue numero, (1) *Aritmetica*; de quantitate continua, siue extensione, (2) *Geometria* explicat. Hisque duabus partibus *mathesis pura* absoluitur, in qua collecti ex similitudinibus rerum et a materia separati conceptus quantorum uniuersales tractantur.

VIII. Itaque ad mathesin puram spectat etiam (3) *Aritmetica uniuersalis*, siue *analysis*, qua quippe ars inueniendi in quantis, beneficio aequationis et calculi generalioris, traditur. Hanc ultimo loco ponendam duxi, ut
animo,

animo, cognitione ueritatum mathematicarum nonnihil subacto et confirmato, illius artificia et promptius intelligantur, et felicius in usum transferantur.

IX. Enimvero, cum mathesis ad ornandam illustrandamque scientiam naturalem, imprimis accommodata sit, siquidem quantitatem, affectionem corporum communem et necessariam, tractat, ideo iam pridem in hunc finem ab aegyptiis pariter et graecis culta fuit. Atque inde *mathesis applicata* siue *mixta* coepit, quae physices capita nonnulla, adiumento matheseos purae, in formam disciplinae redacta, complectitur. Sic geometria ad lineas siue radios luminis applicata peperit (4) *Opticam*, quae pro triplici luminis discrimine, tres quoque partes, *Opticam* nempe proprie dictam, de radiis lucis directis, *Catoptricam*, de reflexis, et *Dioptricam*, de refractis, ambitu suo continet. Porro optica, arithmeticae et geometriae principiis, nec non experimentis singularibus sociata, fundamenta praebet (5) *Astronomias*, siue scientiae de siderum motu, magnitudine, distantia, mutuisque eorum positionibus. Ex astronomia autem petuntur principia potiora ad mentionem telluris necessaria, componenda (6) *Geographia*, nec non ueritates, quae tempori mensurando et partiendo inseruiunt; unde (7) *Chronologia* et (8) *gnomonica* originem habuerunt. Simili-

ter ope arithmeticae et geometriae, doctrina de motu et grauitate corporum expolitur et locupletatur, quare mathesis mixta comprehendit etiam (9) *Mechanicam*, siue generalem de motu grauium scientiam; item (10) *Hydrostaticam*, specialem de pondere, tam fluidorum, quam solidorum, in fluido natantium, uel mersorum, inueniendo doctrinam, et (11) *Aerometriam*, siue *Aerostaticam*, de mensuratione fluidi aerei, et (12) *Hydraulicam*, quae sigillatim ad motum et eleuationem fluidorum pertinet. Denique, si matheseos purae argumentis adiungantur alia, quae uel mechanica uel experientia in isto genere suppeditat, conficiuntur disciplinae architectonicae, nempe (13) *Architectura ciuilis* et (14) *militaris*, quarum altera ciuitatem aedificiis ornare, altera eandem aduersus uim hostium defendere et communire docet.

X. Atque his quatuordecim partibus tota mathesis, tam *pura* quam *mixta* constat. Nam *Trigonometria plana* et *sphaerica*, sunt capita Geometriae de triangulis planis et sphaericis rite soluendis, ita ut tribus trianguli partibus cognitis, reliquae inueniantur. Omitto *Musica*, quae mathematicis disciplinis ueteri iam aeuo a pythagoricae philosophiae sectatoribus annumerata fuit. uidi PROCLI commentar. ad Euclid. p. II. edit. gr. Basil. I. Heruagii. Pauca enim tantum ex arith.

arithmeticae doctrina de proportionibus principia mutuatur, plurimum autem hic ualet ingenium et solertia artificis, qui sonos iucundos multiplici ratione permiscere didicit.

XL. Historia matheseos, paucis exponi non potest. quamobrem de eadem opportunius sub singularum partium principium differitur. reliqua in ipsa tractatione, laudatis passim mathematicorum inuentis, suppleantur. Illud tamen heic praemonendum existimo, de auctoribus et inuentoribus primis matheseos nihil certi nos compertum habere. Graeci scriptores testantur, aegyptios et chaldaeos prisco aeuo harum scientiarum cultu claruisse, et istos quidem aiunt geometriam inuenisse, dum agrorum limites, Nili anniuerfaria inundatione confusos, restituere conabantur; uid. HE. RODOTI L. II. p. 68. ed. Steph. PROCLI l. c. p. 19. hos autem, nempe chaldaeos, astris speculandis inprimis operam dedisse, et astronomiae inuentae laudem sibi tribuisse. uid. DIODORI SICVL. Biblioth. Histor. L. 2. c. 3. Ab aegyptiis *Tbales* et *Pythagoras*, incunte sexto ante aeram christianam seculo, mathemata in graeciam traduxerunt, quae graeci deinceps melius formarunt, amplificauerunt, scriptisque comprehensa posteris tradiderunt. Quo nomine, praeter ceteris mathematici alexandrini et eorum discipuli,

scipuli, *Euclides*, *Apollonius*, *Archimedes*, *Hipparchus*, *Theodofus*, *Ptolemaeus*, *Diophantus*, *Theon*, *Eutocius*, *Pappus*, alique laudari merentur. In schola alexandrina hae artes aliquot adhuc post natum Seruatorem seculis floruerunt, donec Arabum irruptione earum cultores dissipati sunt. Interim ipsi quoque Arabes mathematica amant, ideoque praestantiora graecorum opera in linguam suam transtulerunt, et ad Europaeos, antequam his graeca innotescerent, propagarunt. Sed ab his demum, post instauratas literas, mathesis tota, uetustis huius eruditionis fontibus inspectis, mirifice expolita, plurimisque accessionibus sic locupletata est, ut nouum prorsus habitum hodie induisse uideatur. Ceterum historia ueteris matheseos plenius cognosci potest, ex **DI- OGENIS LAERTII** uitis philosophorum, praecipue *Thaletis* et *Pythagorae*, tum etiam ex ante laudato **PROCLI DIADOCHI** in librum primum Euclidis commentario. Inter recentiores hoc caput generatim tractant **PETRVS RAMVS** Scholar. mathem. libro I. **G. I. VOSSIVS** in Tr. de matheseos natura et constitutione et **C. F. MILLIET DECHALES** in Tr. de progressu matheseos et illustribus mathematicis. Tomo I. **Cursus mathematici.**

XII. Ordo, quem tenent et obseruant magistri matheseos, tum in ueritatibus demon-

monstrandis, tum in disciplinis componendis, *metodus mathematica* dicitur. Cuius artificium omne eo credit, ut a primis ac facillimis rerum quantarum notionibus initium capiatur, inde ueritates primae deducantur, et, ex harum inter se comparatione et coniunctione, nouae propositiones secundariae eruantur, et singula in tractatione capita sic disponantur, ut principia subsequen-
tium in antecedentibus contineantur. De qua iam olim iudicauit CICERO de finib. bonor. et malor. Lib. 5. c. 28. *in geometria prima si dederis, danda sunt omnia.*

XIII. Huius methodi legibus ut satisfiat, initium, uti dixi, faciendum est a primis rerum contemplandarum notionibus, quae ut rite formentur, et extra omnem dubitationem obscuritatemque ponantur, sedulo est laborandum: et cum discrimina notionum in primis accurate explorauerit *Leibnitius* Act. Erud. a 1684. p. 537. de his nonnulla hic praefari liceat. *Notio* est conceptus uel repraesentatio rei in mente. Haec *clara* dicitur, quae sufficit ad rem aliquam recognoscendam, et ab aliis distinguendam, *obscura* autem, quae non sufficit ad rem recognoscendam. Verum claritas notionis et euidencia augetur, si notio insuper fuerit *distincta*, ubi nempe clarae notionis notarum, quae circa aliquam repraesentationem concurrunt, habentur; cui

opponitur *confusa*, in qua notiones clares notarum desiderantur. Denique evidentia notionis absoluta fit, si praeterea reddatur *adaequata*, in qua notarum, ad illam formandam concurrentium, notiones clares distinctaeque accedunt, sed quando illae deficiunt, notio clara quidem et distincta, sed inadaequata Leibnitio vocatur.

XIV. Notionum explicationem in mathesi continent *definitiones*, quae primo in qualibet tractatione loco statuuntur. Iamque ex antea dictis, qualis definitionis alicuius mathematicae uirtus esse debeat, perspicue intelligitur. Opera nimirum danda est, ut rei cuiuslibet, de qua agitur, notiones absolutae, clares, distinctae et adaequatae, quantum fieri potest, efformentur. Sunt autem definitiones duum generum, alia *definitio* est *nominalis*, in qua enumerantur characteres, qui ad rem ab aliis distinguendam sufficiunt, alia *realis*, in qua rei origo, a qua natura eius dependet, indicatur. Utriusque generis definitiones componuntur, diligenter considerando rerum affectiones tam communes quam proprias, siquidem ex illis generis, ex his formae uel differentiae specificae notio eruitur. Sed cum forma evidentius cognoscatur, si modum, quo res nata est, perspectum habeamus, industria est adhibenda, ut eo usque, si licet, eritamus, quod quidem in argumen-

mentis mathematicis melius quam alibi succedere solet. Vbi ergo rei originem penitus cognoscere non licet, sufficit eiusdem proprietates perspectas habere, et definitio quae, illas proprietates et attributa essentialia explicat, tantisper pro reali merito reputatur.

XV. Definitiones excipiunt *axiomata*, quae sunt ueritates primae et simplices, quae statim ex definitionibus profluunt, et separatae demonstrationis non indigent.

XVI. His adiungere uel praemittere solebant ueteres *postulata*, quibus petebant a lectoribus, ut fas esset, conceptus quantorum mente formatos, siue abstractos, simulacro quodam in oculos incurrente repraesentare. Idque ideo faciebant, ne imperfectiones signorum uel figurarum notionibus abstractis tribuerentur, et demonstrationem uitiarent. Quemadmodum Euclides postulat in principio elementorum, ut lineam rectam ducere uel continuare liceat. Enimvero, cum demonstratio uel effectio, non ad lineas uiriosas, quae stylo ducuntur, sed ad abstractas, menteque cogitatas, et uirio carentes, referatur et delineatio uel scriptio lineae uel numeri, tantum ad iuuandam imaginandi facultatem, quae attentioris contemplationem iuuare potest, fiat, quod quidem adminiculum cognoscendi aequus, lector

lector minime reprehendet, sequitur, postulata, sine demonstrationis mathematicae detrimento, omitti posse. PROCLVS. l. c. p. 22. docet, postulata olim etiam *ὑποθέσεις* nominata fuisse.

XVII. Principia definitionum et axiomatum excipiunt *theoremata*, siue ueritates secundariae, quibus fit definitionum comparatio.

XIIX. Sed cum cognitio ueritatum mathematicarum utilis esse debeat, ideo eadem ad praxes quasdam expediendas subinde transferuntur, et propositiones, quae applicationem ueritatum ad opus aliquod efficiendum docent, *Problemata* dicuntur.

XIX. Ex theorematibus innotescunt quandoque *confectaria*, siue ueritates cognatae, quae peculiari demonstratione non confirmantur, sed luculente ex iam demonstratis profluunt. Eadem etiam subiungi possunt problematibus, quando ex praxi proposita alia simul patescit. Quin et definitionibus adiunguntur, et tum axiomatibus aequipollent.

XX. Denique propositionibus, quas hactenus memorauimus, passim immisceantur *Scholiorum*, quibus annotata nonnulla, ad uberiorem dictorum illustrationem spectantia, traduntur.

XXI. Dixi, ueritates secundarias demonstratione opus habere. Haec autem absoluitur ratiocinio siue syllogismo, quo collatis notionibus et ueritatibus, tam primis quam secundis, antea iam declaratis et ad intellectum propositionis necessariis, euincitur, theorema allatum recte se habere, uel praxin aliquam debito modo peractam esse. Problematum tamen demonstrationes, ut sigillatim semper proponantur, necessarium non uiderur. quia, quando ueritarum, quibus effectiois certitudo nititur, nexus in promptu est, sufficit, si illae uel in ipsa *resolutione* (ita enim enumeratio legum construendi alicuius operis uel problematis appellatur) breuiter memorentur, uel, compendii faciendi causa, numeri paragraphorum, qui fundamenta praxeos continent, adscribantur.

XXII. In fine theorematum ueteres addere solebant formulam: *quod erat demonstrandum*. Et post problemata epilogum ponebant: *quod erat faciendum*. Ut nempe propositiones theoreticas et practicas inter se nota quadam distinguerent; at si sub initium statim nomen theorematis uel problematis legatur, clausulae illae merito omittuntur.

XXIII. Praeter hos argumentorum tractationis matheseos titulos, etiam occurrunt quandoque nomen *Lemmatum*, quod designat

signat propositionem subsidiariam demonstrabilem, quae in gratiam unius uel plurimum sequentium assumitur. Ex quo apparet, quod in compositione scientiae pleraeque ueritates praecedentes sint lemmata subsequendum; interim tamen lemmatis titulus non inepte illi propositioni tribuitur, quae ad praesentem locum non pertinet, sed aliunde repetitur, et ad intelligenda quaedam theoremata uel problemata transfertur. De usu lemmatum apud ueteres PROCLVS agit p. 584.

XXIV. Quae adhuc de methodo mathematicorum disserui, inprimis in mathesi pura ualent, cuius quidem argumentum eam prae se fert claritatem, ut leges ordinis accuratioris perfectiorisque, in eodem tractando facile possint seruari. Verum in mathesi mixta uel applicata ab illo demonstrationum rigore haud raro nonnihil remittendum est, quando ex rebus ipsis exoriunda obscuritas definitiones et axiomata perspicua negat. Itaque, etsi ibi ordinem eundem, quo in mathesi pura utimur, adhibere conemur, tamen nonnunquam aliae praeter laudatas propositiones, nempe hypotheses et observationes superioribus sunt adiungendae.

XXV. Hypotheses autem sunt instar postulatum, quae in re ambigua ex probabilibus indiciis colliguntur, et tantisper, pro

pro ueris habentur, donec de rei ueritate melius certiusque constet. Quemadmodum in astronomia systematis coelestis talem formam assumimus, qualem experimentis melius conuenireprehendimus. Solent etiam hypotheses nominari positiones arbitrariae, quibus mensurae quantorum singularium incertae determinantur uel diuiduntur: ueluti, cum in arithmetica decem unitatum summa pro elemento multitudinum maiorum habetur, aut cum numerorum notis tribuitur significatio ex loco, ut unus idemque numerus modo decades, modo centenarios, millenarios, aliasque ampliores summas referat. Vel quando in geometria certa longitudo pedis, perticae etc. assumitur et iterum in partes minores secatur.

XXVI. *Observationes* in mixta mathesi sunt *Φαινόμενα*, uel effectus rerum naturalium, experimentis cogniti, ex quibus de ipsius rei indole ac forma coniectaria quaedam colliguntur. Atque hae quidem propositiones, quia fide sensum sustinentur, in matheseos applicatae disciplinis, ubi de causis ex effectibus iudicandum est, *loco axiomatum* sunt, solertique cura et annotatione circumstantiarum, magis magisque declarantur. Verum methodi mathematicae uberiorem explicationem dedit celeberrimus WOLFIVS, commentatione peculiari, quae sub principium elementorum uniuersae matheseos

theseos latine editorum legitur. add. eiusd.
logica cap. i. sq.

ARITHMETICA

CAPVT I.

CONTINET DEFINITIONES
GENERALES, ET AXIOMATA,
QVAE INDE DV-
CVNTVR.

DEFINITIO I.

I. *Unitas* est, secundum quam unumquodque eorum, quae sunt, unum dicitur. Siue denotat rem quamlibet, quae tanquam una et indiuisa consideratur.

DEFINITIO II.

II. *Numerus* est multitudo ex unitatibus composita. *homogenus.*

DEFINITIO III.

III. *Arithmetica* est scientia de numerorum comparatione et inde oriundis variis proprietatibus.

DEFINITIO IV.

IV. Distinguitur in *theoreticam* et *practicam*,

eticam, illa proprietates numerorum comparatorum, haec usum istarum in soluendis uariis quaestionibus, siue artificium, numeros rite compendioseque tractandi, docet.

SCHOLION.

V. *Vtraque in his institutionibus simul explicabitur, tum quia problematum solutio facilis fit, si paulo ante expositis principiis accommodetur, tum etiam, quia praxis theoriam amoeniorem reddit. Ceterum primo inter disciplinas mathematicas loco arithmetica ponenda est, siquidem etiam quantitatum continuarum relationes, numeris perquam apte repraesentantur, et propterea per uniuersam matheseos artis numerandi utilitas latissime patet.*

DEFINITIO V.

$$eg. 5 = 3 + 2$$

VI. *Aequalia sunt, quae quoad quantitatem prorsus inter se conueniunt. talia in posterum duabus lineis parallelis = notantur. Inaequalia sunt, quae magnitudine differunt, ubi pars unius alteri toti aequipollet.*

DEFINITIO VI.

$$eg. 3 > 2 \quad 2 < 3$$

VII. *Maius est, cuius pars alteri toti aequalis est. Minus, quod parti alterius aequipollet. Signum maioritatis est $>$, minoritatis $<$.*

DEFINITIO VII

VIII. *Similia dicuntur, quorum characteres, quibus distinguuntur, conueniunt, ut dignosci non possint, nisi praesentia comparentur. e. g. numeri rationales, 1 ad 2 et 3 ad 6 qui eundem habent characterem rati-*

onis

onis suae, similes possunt nominari utrobi-
que enim ratio dupla deprehenditur. Si-
gnum similium est ∞ .

DEFINITIO VIII.

IX. *Numerus numerum metiri* dici-
tur, cum minor aliquoties sumtus, maiori
aequalis fit. *2 metitur 6, 3 metitur 6.*

DEFINITIO IX.

X. *Pars* est numerus numeri, siue
portio minor quantitatis maioris. Est uel
aliquota, quae aliquoties assumpta maiorem
metitur et adaequat, uel *aliquanta*, quae non
metitur. *2 est pars aliquota 6, 4 est pars aliquanta 6.*

DEFINITIO X.

XI. *Totum* appellatur quantum, re-
spectu habito ad partes, quas complectitur.

DEFINITIO XI.

XII. *Similes partes aliquotae* sunt,
quae sua tota aequaliter metiuntur, uel quae
in suis totis aequae saepe continentur, *e. g. 2
et 3 sunt partes similes numerorum 4 et 6, siquidem
una quaeque in suo toto bis continetur.*

DEFINITIO XII.

XIII. *Similes partes aliquantae* sunt,
quae aequae multas suorum totorum conti-
nent partes aliquotas. *e. g. 4 et 6 partes rela-
tiae ad 10 et 15 sunt similes. nam etsi neutra
totum respondens metitur, unaquaeque tamen
continet totius, ad quod refertur, duas partes
similes aliquotas nempe quintas.* DE.

DEFINITIO XIII.

XIV. *Commensurabiles* sunt quantitates, quas communis mensura metitur. *Incommensurabiles*, quas communis mensura non metitur.

DEFINITIO XIV.

XV. *Par* est numerus, qui duos integros aequales comprehendit. *Impar*, qui unitate differt a pari.

DEFINITIO XV.

XVI. *Pariter par*, quem par metitur per parem. *Pariter impar*, quem par metitur per imparem. *impariter impar*, quem impar metitur per imparem.

DEFINITIO XVI.

XVII. *Primus numerus* est, quem sola unitas metitur; *Compositus*, quem numerus alius praeter unitatem metitur.

DEFINITIO XVII.

XVIII. *Primi inter se* sunt, qui communem mensuram praeter unitatem non habent. e. g. 8. et 15. *Compositi inter se*, qui communem mensuram praeter unitatem habent. e. g. 9. 12. 15 omnes mensuram habent 3.

DEFINITIO XVIII.

XIX. *Numerus perfectus* est, qui omnibus suis mensuris aequalis est. e. g. $6 = 3. 2. 1.$ partibus suis. Tales etiam sunt 28.

496. Modum perfectos inueniendi docet EVCLIDES IX. 36. conf. MERSENNI praef. cogitat. phys. mathem. n. 9. et TACQVET Arithm. L. III. p. 119. Ex allatis definitionibus fluunt sequentia

AXIOMATA

XX. I. *Unitas omnem numerum metitur, per unitates, quae in ipso sunt.*

XXI. II. *Et quilibet numerus se ipsum metitur per unitatem.*

XXII. III. *Idem sibi ipsi est aequale.*

XXIII. IV. *Aequalia inter se possunt permutari; et unum potest in alterius locum substitui.*

XXIV. V. *Quae eidem tertio aequalia sunt, aequalia sunt inter se. (Idem axioma ualet etiam de similibus, quae, quando eidem tertio conueniunt, conueniunt inter se.)*

XXV. VI. *Si ad aequalia aditcias aequalia, proueniunt aequalia.*

XXVI. VII. *Si ab aequalibus aequalia auferantur, remanent aequalia.*

XXVII. VIII. *Inaequalium alterum maius, alterum minus est.*

XXVIII. IX. *Totum est maius quolibet sui parte.*

XXIX. X. *Totum est omnibus suis partibus simul sumtis aequale.*

XXX.

XXX. XI. *Aequales sunt numeri, qui sunt eiusdem numeri eadem pars; ut dimidia, tertia etc. Aequales sunt numeri, qui sunt aequalium numerorum eadem pars.*

XXXI. XII. *Et quorumcunque quantorum eadem partes aliquotae sunt aequales, aut quorum aequi, multipla sunt aequalia, illa inter se aequalia sunt.*

XXXII. XIII. *Numerus, qui alterius mensura est, metitur etiam omnes alios, quorum alter mensura existit.*

CAPVT II.

DE

NUMERATIONE, ADDITIONE, SUBTRACTIONE, MULTIPLICATIONE ET DIVISIONE NUMERORVM.

DEFINITIO XIX.

XXXIII. *Numeratio est ars numeros aptis characteribus scribendi, et certis nominibus enuntiandi.*

HYPOTHESIS I.

XXXIV. *Pro signis numerorum assumantur decem characteres vulgares 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. quorum novem priores*
Ba unita-

unitatum summas primas, ab uno ad nouenarium usque, designant, ultimus, qui cifra uel Zerus dicitur, solus nullam quidem summam denotat, additus tamen ad dextram notis aliis, auget earundem significationem et ualorem, uti deinceps explicabitur.

SCHOLION.

XXXV. Characteres pro numeris signandis praeque olim gentes ex alphabeti literis desumserunt. Romani tamen primas unitates quatuor lineis rectis, I. II. III. IIII. quasi totidem digitis significabant. Quinque unitates manus imagine V, et decem hac duplicata X repraesentabant. Ceterae notae romanis usitate C. L. CII. 12. ex figuris literarum initialium Centenarii et Millenarii factae sunt. Interim, quia non satis commodus erat talium signorum usus, abacum clauiculis instructum, pro maioribus summis colligendis uel separandis adhibuerunt, quem inter alios M. Velferus, in commentar. rer. Augustanar. p. 221. describit. De notarum uero uulgarium origine non una est eruditorum opinio. Nonnulli Indos uel Arabes inuehtores laudant. MAXIMVS PLANVDVS Graecus Seculi XIII scriptor, cuius extat εἰσαγωγή ἐκ τῆς κατ' Ἰνδοὺς μεγάλαν ψήφου (reperi eam Oxoniae inter codices MS. a Cromwellio Bibliothecae Bodleianae donatos num. 297.) in explicatione arithmeticae characteribus uulgaribus utitur, eorundemque inuentionem Indis tribuere non dubitat. Sed quia ab Arabibus easdem acceperunt Europaei, circa Seculum, ut creditur, undecimum, hinc Arabicae uocantur. WALLISIUS Tom. II. oper. p. 16. Gerbertum Floriacensem, qui postea titulo Syluestri II. P. R. a. C. 999 fuit, eas a Saracenis ad Europaeos traduxisse arbitratur. Ipsi Arabes has notas ex circulo in quatuor quadrantes

Inde non
patet
qua ratione
L adhibetur
pro 50.

res diuiso ortas esse tradunt. u. KIRCHERI arithmo-
logia p. 42. Ex Sinis ad Indos, et ab his ad gentes ce-
teras easdem notas peruenisse suspicatur BEYER, A-
cademicus Petropolitanus clarissimus, in tr. de eclipsi
Sinica. p. 30. Alii figuras numerorum cum primis grae-
corum literis, hoc ordine collocatis, α . β . γ . δ . ϵ . ζ .
 η . θ . ι . componunt, quarum quippe similitudinem
referunt, ideoque graecis characterum numeralium in-
uentum vindicant, hosque iude, cum ipsa arte nume-
randi, ad orientis populos peruenisse contendunt. uid.
HVETII demonstr. Euangel. Propos. IV. c. 13. p. 252.
quae quidem sententia improbabilis haud uidetur. Nam
similes characteres in perantiquis scriptoribus obuii sunt.
Reperi nonnullos, ternarium, senarium & nouenarium,
in PAVLI ALEXANDRINI apotelesmatica, quae
Sec. IV. scripta est. et plures ibi deprehendit in codi-
ce manuscripto Ranzouiano, sed mutauit editor libri
And. Schato. uid. not. eiusd. p. 2. quin notas decem
uulgarium simillimas affert, et tanquam Pythagorae-
orum inuentum laudat, usumque in arithmetica de-
scribit. BOETHIUS in geometria, quales conspiciun-
tur non modo in uetusto huius operis codice MS. Bi-
bliothecae Altorsinae, sed etiam in prima operant Boe-
thii editione, quae a. 1492. f. Venetiis prodit. Cete-
rum usus horum signorum per totum orientem, apud
Persas, Mogolenses, Tataros, Sinenses, inualuit; quem-
admodum peculiari dissertatione de characteribus nu-
merorum uulgaribus, a. 1727. edita, ostendi. De usu apud
Europaeos agunt CONRING d. diplom. *Lindauicus*, *patrium*
p. 318. et MABILLON de re diplomatica L. II. c. 28.
WALLIS et LVFFKIN in LOWTHORPI Epit.
transact. Angl. Vol. I. p. 107. sq. Reliqua, quae ad hi-
storiam arithmeticae illustrandam spectant, nec non
quae de scriptoribus praestantioribus, tam antiquis
quam nouis, dicenda ueniunt, in lectionibus plenius tra-
duntur.

HYPOTHESIS II.

XXXVI. In numeratione, maiorum nu-

B 3

mero-

merorum elementum est decas, haec si decies repetatur, fiunt centum, et ex centum decies collectis prodeunt mille, hinc decem millia, centum millia, millies millia siue milliones sequuntur, et porro decades ac centenarii, et millenarii millionum, item decies, centies, et millies mille milliones numerantur. Millies mille milliones appellantur Biliones, et milliones bilionum Triliones, milliones trilionum Quadriliones, et sic porro nominantur.

CONSECTARIUM.

XXXVII. Ex quo apparet, in numeratione decuplam semper rationem seruari.

SCHOLION.

XXXVIII. Sed eiusmodi numerationem per decades collectas esse hypotheticam, (cui instituendae decem digiti manuum occasionem dedisse videntur) res ipsa loquitur, quia liberum fuit, quamcunque summam paucarum unitatum pro principia et elemento assumere. Idemque alii exemplis declararunt. ERH. WEIGELIUS tetractycam arithmetica inuenit, et per quaternarium numerare docuit. in *Aretologistica*, p. 362. et *philos. mathem.* p. 175. LEIBNITIVS a binario numerationem orditur. de qua dyadica arithmetica uid. *Histoire de l'Acad. R. des Sc.* a. 1703. p. 71. et *Memoires* ei. ann. p. 105. BOUVETVS Iesuita Gallus, qui aliquamdiu Pekini in sinensi imperio commoratus est, hunc calculum binarium ad aenigma ueteris Sinensium regis et Philosophi FOHY, in quo lineae integrae cum dimidiis vario permiscuntur, explicandum ualere credidit. sed nuper demum BEYERVS in museo Sinitico Lib. 2. p. 96. sq. docuit, uerisimilius esse, Sinenses lineis

lineis integris et dimidiis uarie iunctis multitudinem combinationum rerum paucarum ostendere uoluisse, et hoc tentamine ad characteres suos simplices formandos progressos fuisse. Dictum est de utroque calculo pluribus in differt. de praestantia arithmeticae decadicae, qua tetractycae et dyadicae antecellit, et de dodecadico calculo.

HYPOTHESIS III.

XXXIX. *Ut quaeuis rerum multitudo denis illis characteribus rite designetur, initium fiat ab unitatibus, a dextris, reliquae summae decadum, centenariorum, millenariorum, et quae sequuntur, uersus finistram uersis, ordine sese proxime excipientibus, exhibeantur, qua ratione imitantur arithmetici morem scribendi populorum orientalium, a quibus notas numerorum accepi-
mus, qui a dextris uersus finistram literas pingunt. quae quidem omnia ex schemate subiecto clarius intelliguntur.*

Unitates. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Decades. 10. 20. 30. etc.

Centenar. 100. 200.

Millenarii. 1000. 2000.

D. Millen. 10000. 20000.

C. Millen. 1000,000. 200,000.

Million. 1000000. 2000,000.

D. Mill. 10,000,000.

C. Mill. 100,000,000. ~~1,000,000,000.~~

M. Mill. 1000,000,000.

D.M. Mill. 10,000,000,000.

C. M. Mill. 100,000,000,000. *une Billion quins.*
 Bilio. 1000,000,000,000 *quars.*

CONSECTARIUM.

XL. Itaque hac lege observata, quolibet nota unitatis, ualorem decadis, centenarii, millenarii, et cuiusuis alius numeri, ex loco plus minusue ad sinistram remoto consequitur.

PROBLEMA I.

XLII. Numerum quemcunque scribere.

Resolutio. I. Initium fiat ab unitatibus, hisque adscribantur uersus sinistram centenarii, millenarii, decades millenarior, centenarii millenariorum, milliones, et quaecunque tandem summae scribendae proponuntur.

II. Vbi uero clasfis una uel plures intermediae positiuo numero non indicantur, ibi una pluresue cifrae scribantur. Patent haec praeccepta sine longa demonstratione ex hypoth. 3. (§ 39.) e. g. scribenda est summa sexcenta quinquaginta quatuor millia, centum octoginta nouem hanc exprimunt notas sequentes:
 654,189.

PROBLEMA II.

§. XLII. Numerum quemcunque suis nominibus enuntiare.

Resolutio I. Summa data distinguatur commatibus in clasfes, a dextris facto initio, et singulis claslibus tres notae tribuantur.

II.

II. Post classes duas supra numerum sequentem etiam uirgula uel comma ponatur; post classes quatuor superne scribantur duo commata, post classes sex scribantur supra tria commata. Commata inferiora notant millena, ex superioribus unum milliones, duo biliones, tria trilionem, quatuor quadriliones designant.

III. Deinde nomina ante (§. 39) explicata respondentibus numeris imponantur, et ita summa proposita pronuntietur *e. g. numerus*

18^{'''}, 446, 744^{''}, 073, 709', 551, 611

sic enuntiatur. octodecim trilionem, quadringenti, quadraginta sex mille, septingenti et quadraginta quatuor biliones, septuaginta tres mille septingenti nouem milliones, quingenta, quinquaginta et unum millia, sexcenta et undecim.

SCHOLION.

XLIII. Numerus octodecim trilionum etc. quem nunc attuli, si de granis frumenti accipiasur, tantam horum multitudinem denotat, ut hoc frumento 2'562,047 arcae noachicas repleri ad summum posse existimet STURMIVS, in math. inuen. T. I. p. 10. 13. Quia numerum granulorum aranae, quae, toti globo terrae, uel etiam sphaerae fixarum, hypothesis assumtae, aequipolleat, inuenire pridem docuit ARCHIMEDES in arenario. p. 120. oper. add. TACQVET Arith. L. V. c. 4. theor. 21.

DEFINITIO XX.

XLIV. Numeri homogenei sunt, qui denotant totius eiusdem similes partes; heterogenei, qui designant partes totorum diuersa

diuersa ratione diuisorum. *e. g.* Dies diuiduntur in horas 24. horae in 60 minuta. ergo numeri dierum et horarum sunt inter se heterogenei. numeri autem horarum sunt homogenei inter se, item numeri minutorum sunt similiter inter se homogenei.

DEFINITIO XXI.

XLV. *Additio* est duorum uel plurimum numerorum in unam summam collectio. *Signum* quandoque adhibetur crucis, \pm , quod denotat plus. Quantum, quod hac collectione producit, *summa* uel *aggregatum* dicitur.

THEOREMA I.

XLVI. *Numeri addendi debent esse homogenei.*

Demonstratio. Cum ex addendis componendum sit totum, quod additos numeros tanquam partes complectitur, (§. 45.) necessum est, ut partes illae inter sint similes, quae ad idem totum referuntur. quia dissimiles uel heterogeneae referuntur ad tota diuersa uel diuersimode diuisa, (§. 44.) ergo numeri in unam summam colligendi debent esse homogenei.

CONSECTARIUM.

XLVII. Quando autem deinceps de additione heterogeneorum dicitur, ea sic accipienda est, ut in quantis quae ex heterogeneis classibus

sibus componuntur, species semper eadem; adeoque numeri homogenei colligantur.

PROBLEMA III.

XLVIII. *Numeros duos uel plures addere.*

Resolutio I. Numeri homogenei dati describantur, ut unitates sub unitatibus, decades sub decadibus, centenarii sub centenariis, etc. ponantur, hisque linea subducatur.

II. Deinde facto, a dextra classe, tanquam infima, initio, numeri singularum classium sibi impositi in summam colligantur, et summae unitatum singulae sub linea ponantur, excessus vero supra nouenarium, mente reseruatus semper ad proxime sequentem classem finistram referatur. h. e. si una decas ex summa unitatum superet, unitas ad summam proximam addatur, et si duae uel tres et plures decades supersint, duae, tres uel plures unitates ad sequentem classem adiiciantur.

III. Vbi ciphrae solae occurrunt, ciphra loco summae scribitur.

IV. Quando autem heterogenei numeri in summam colligendi sunt, initium iterum fit a specie minima, et ubi summa prodit, quae speciem proxime maiorem conficit, ad sequentem speciem unitas additur, si plures species maiores in summa minoris speciei continentur, etiam plures unitates ad sequentem speciem proximam maiorem referuntur, et ita additio specierum

rum sequentium similiter peragitur, donec ad integrum perueniatur, cuius singulae unitates, lege paulo ante tradita, colliguntur.

Exempl. 1. $\begin{array}{r} 65708 \\ 79203 \\ \hline \end{array}$

Summa. $\begin{array}{r} 144911 \\ \hline \end{array}$
Exempl. 2. Centen. Libr. Uncias

$\begin{array}{r} 72 - 85 - 8 \\ 32 - 74 - 7 \\ 8 - 9 - 6 \\ \hline \end{array}$

Summa. $113 - 69 - 5$

nempe una libra 12 uncias, et centenarius, sive pondus centenarium, 100 libras capit.

Demonstratio. Quia summae omnes, supra nouem unitates, ex decadibus componuntur, (§. 36) et summae singulae in decupla ratione crescunt et decrescunt, (§. 37) ualor autem diuersus characteribus ex loco conciliatur, (§. 39) sequitur, singulas cuiuslibet numeri notas, tanquam unitates tractari posse, adeoque licet unitates separatim colligere, et excessum supra nouenarium, decadem nempe unam uel plures ad sequentem classem referre. Verum numerus qui sic componitur, quia continet unitates decades, centenarios et reliquas summas, quae quantis addendis inerant, erit summa eorum, qui propositi sunt. In heterogeneis, si numeri similium classium adeoque homogenei (§. 47) sibi inuicem iungantur, et ratio partium, usu recepta et definita, obseruetur, liquet, ex partibus integra confici proxima,

xima, (§. 29.) et summas integrorum et partium, eo quo diximodo, produci (§. 44. 46)

CONSECTARIUM.

XLIX. Ex eadem demonstratione intelligitur, necessum quidem non esse, ut a dextris fiat additionis initium, quia etiam a sinistris singulae decades se inuicem ordine excipiunt; et propterea sub unitatibus, quibus constant, scribi possunt, attamen, quia deinceps nova decadum collectio requiritur, apparet, praxin ante laudatam, compendiosiore ideoque alteri praeferendam esse.

DEFINITIO XXII.

L. *Subtractio* est praxis, qua minor numerus a maiore demitur et separatur. Signum quandoque adhibetur lineolae — quae designat minus. Numerus qui post subtractionem relinquitur *differentia* uel *residuum* dicitur.

THEOREMA II.

LI. *Numeri maior et minor in subtractione debent esse homogenei.*

Demonstratio. Maior enim, a quo fit subtractio, tanquam totam consideratur, cuius pars per subtractionem separatur, (§. 50.) totum autem ex partibus similibus componitur, (§. 44.) ergo numeri maior et minor in subtractione debent esse homogenei.

THEOREMA III.

LII. *Residuum et minor, si iungantur, com-*

componunt summam, maiori, a quâ fit subtractio, æqualem.

Demonstratio. Nam minor a maiore deductus huius pars est, et residuum, quod relinquitur, est eiusdem pars altera; (§. 50.) sed totum æquipollet partibus suis simul sumtis, (§. 29.) ergo residuum et minor etc.

PROBLEMA IV.

LIII. *Numerum minorem a maiore subtrahere.*

Resolutio. I. *In homogeneis*, minor scribitur sub maiore, ut classes similes unitatum, decadum, centenariorum etc. sibi invicem immineant, et his linea subducitur.

II. Iterum fit initium a dextra tanquam infima classe, et unitates numeri minoris quælibet a supra scriptis auferuntur, residuumque infra lineam ponitur.

III. Quando numerus inferior plures unitates continet, quam superior, et subduci nequit, tum a maioris numeri, a quo fit subtractio, nota subsequente unitas demitur, quæ, quia in vulgaribus decadem designat, alteram quoque decem unitatibus auct, quo facto numerus inferior a superiore, decem unitatibus aucto, detrahatur, et residuum sub linea ponitur, sinistra autem nota unitate deinceps mutata putatur, idque puncto appposito indicatur.

IV. Ciphra subducta numerum non minuit. Sed si ab hac subducendus sit numerus positi-

positivus, prius illa integro, a praecedentibus demto, augenda est. Si duae iuxta se invicem cifrae positae occurrant, quia prior, nempe sinistra, decade a praecedentibus petenda augeri debet, ut ab illa ad posteriorem nempe dextram unitas decadem valens possit transferri, facile intelligitur, sinistram deinceps pro novenario habendam esse, idemque praecceptum etiam de pluribus cifris iuxta se positis valet.

V. In heterogeneis iidem minor numerus sub maiore scribitur, ita ut classes similes sibi invicem respondeant, et quando (ubi nempe nota inferior subtrahi nequit a superiore) a proxime maiore classe, ad augendum sequentis classis numerum, unitas mutuatur, per se patet, hanc unitatem referre totum, quod ex partibus classis minoris, secundum unitatem et notam proportionem componitur, itaque si unitas haec in illas partes resolvatur, tum, his ad numerum speciei quae sub manibus est, additis poterit inferior numerus auferri et residuum sub linea scribi.

Exempl. 1. 144911

79203

Residuum 65708

Cent. lib. unc.

Exempl. 2. 113. 69. 9

32. 74. 7

Resid. 80. 95. 2

Demonstratio. Quod homogenei sub homogeneis.

inogeneis scribi, et similes a similibus subduc-
ti debeant, natura subtractionis docet. (§. 51.)
Quoniam autem singuli numeri in vulgaribus
a loco ualorem habent, (§. 40.) sequitur, quod
omnes et singuli tanquam unitates et decades
tractari queant, et quod mutuo sumta ex prae-
cedente nota unitas pro decade ualeat, et de-
cem unitatibus sequentem augeat. In hetero-
geneis uero seruatür proportio usu recepta et
similium semper classium differentia per sub-
tractionem indagatur. (§. 51.) Atque hac ra-
tione, cum in homogeneis singularum unita-
tum, decadam, centenariorum, et reliquarum
classium, in heterogeneis uero singularum spe-
cierum residua modo nunc explicato inuenian-
tur, nullum est dubium, subtractionem rite
peractam esse.

CONSECTARIUM.

LIV. Quoniam additio et subtractio sunt
praxes contrariae, ita ut, postquam partes per
additionem in summam collectae sunt, iterum
per subtractionem a summa possint separari;
(§. 52.) hinc examen utriusque, si quod desi-
deretur, inuersa praxi fieri potest. Nempe
subtracta parte a summa duabus partibus con-
stante, si altera relinquatur, recte se habet addi-
tio. Et uicissim, si minor numerus residuo ad-
datur, et prodeat maior, recte se habet sub-
tractio. (§. 52.) siquidem fieri uix potest, ut
in praxi contraria circa eundem numerum talis
error committatur, qui factum in priore erro-
rem occultet.

SCHO.

SCHOLION.

LV. Aliud examen instituitur abiectione nouenarij ex similibus summis, nempe toto et partibus in additione et subtractione, si enim utrimque ideam supersit residuum, indicium habetur rite factae additionis et subtractionis. Cuius ratio haec est, quia omnium numerorum summa sic scribitur, ut notae additae referant summam, excessui datarum unitatum supra nouenarium unum uel plures parem. e. g. dum 12. scribitur, $1 + 2 = 3$ efficiunt excessum supra nouenarium. uel dum 32 scribitur, iterum $3 + 2 = 5$ exhibent excessum huius summae supra tres nouenarios, quos complectitur. Adeoque residua partium et summarum his aequipollentium, supra nouenarium unum uel plures semper debent esse aequalia. add. Decales arith. L. I. prop. 5.

DEFINITIO XXII.

LVI. Multiplicatio est multiplex quantitas eiusdem ad se additio. siue est inuentio numeri, qui toties continet multiplicationem, quot sunt unitates in multiplicante. loco signi quandoque adhibetur punctum inter quanta multiplicanda posita. e. g. $6. 3. = 18$. alij sic scribere malunt $6X3 = 18$. Numeri, qui multiplicantur in se, dicuntur factores, (Euclides uocat latera) multipulum, quod prodit, dicitur factum uel productum (Euclidi, numerus planus.)

CONSECTARIUM I.

LVII. Ergo unitas ad alterum factorem talem habet rationem, quam alter factor ad productum. Unitas uero non multiplicat.

CONSECTARIVM II.

LVIII. Iidem factores eadem facta produ-
ducunt.

CONSECTARIVM III.

LIX. Singularum unitatum multipla pro-
deunt, si quaelibet unitas continuo sibi adda-
tur usque ad nouenarium. atque ita tabula com-
ponitur, quae *abacus pythagoricus* uocatur. Hu-
ius numeri memoriae diligenter sunt commen-
dandi, ut eorundem ope multiplicatio et diui-
sio maiorum quantorum expedire deinceps per-
agatur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

CONSECTARIVM IV.

LX. Quia multiplicatio est quaedam addi-
tio, debent etiam in eadem multiplicandus et
multiplicans esse homogenei, quales in additio-
ne requirebantur. (§. 46.)

PROBLEMA V.

LXI. *Numeros homogeneos multiplicare.*

Resolutio I. Multiplicans scribitur sub multiplicando, ut classes unitatum, decadam, etc. sibi inuicem respondeant, et linea his subducitur, quemadmodum in additione et subtractione factum fuit.

II. Nota prima dextra multiplicantis multiplicatur in singulas notas multiplicandi, et quando factum duabus notis constat, scribitur tantum dextra siue unitas, et sinistra, tanquam decas, interim mentē seruatur, et ad sequentis multipulum refertur.

III. Similiter sequens nota inferior secundā, et quacuis alia multiplicantis cum singulis notis superioribus multiplicatur, et initium scribendi facti fit sub nota multiplicante.

IV. Si uterque numerus, uel alter tantum, habuerit adiectas in fine aliquot cifras, multiplicatio fit numeris posituiis, factoque cifrae omnes adscribuntur. Quin etiam, si in medio multiplicantis cifra occurrat, cifra in facto ponitur, et reliquis notis posituiis multiplicatio continuatur, quando autem cifra in medio multiplicandi obuia est, cifra itidem in facto ponitur, nisi alia nota positua mente seruata in illius locum succedat.

V. Postquam singulae notae sic inuicem multiplicatae sunt, facta singula in summam

colliguntur, et producitur multipulum datorum numerorum.

Exemplum.

7850

63

23550

4710

Factum 494550

Demonstratio. Quoniam, ut saepe dictum fuit, ea est notarum numeralium conditio, ut singulae ex loco ualorem nanciscantur, (S. 40) et ut ingentes multitudines tanquam ex meris unitatibus ex decadibus compositae spectari tractarique possint, et per problematis propositi solutionem omnia et singula multipla unitatum separatarum, tanquam totidem multipli quaesiti elementa, obtineantur et iusto ordine disponantur, sequitur, multiplicationem secundum leges modo explicatas recte fieri.

SCHOLION

LXII. De aliis multiplicandi modis absque tabula pythagorica, et per baculos Jo. Neperi etc. in lectionibus dicetur.

DEFINITIO XXIII.

LXIII. *Diuisio* est iterata minoris numeri a maiore subtractio. siue est inuentio numeri, qui indicat, quoties minor a maiore capiatur, et quoties ab hoc subtrahi possit. Significatur quandoque duobus punctis, inter diuidendum et diuisorem positis. c. g. 8 : 4. denotat 8 diuidi per 4. Maior diuidendus, minor diuisor.

divisor uocatur. qui prodit, *quotus* uel *quotiens* dicitur.

CONSECTARIVM I.

LXIV. Ergo divisor toties continetur a dividendo, quoties unitas continetur a quoto. \dagger

CONSECTARIVM II. *hæc consecutarium*

LXV. Sed sicut in subtractione, ita etiam in *id: coll.* divisione numeri debent esse homogenei. (§. 51) *neq: pag: 10*

THEOREMA IV.

LXVI. Divisor per quotum multiplicatus producit numerum dividendo æqualem.

Demonstratio. Per multiplicationem inuenitur numerus, qui toties capit multiplicatum, quoties unitatem capit multiplicans, (§. 56) sed toties continetur divisor in dividendo, quoties unitas in quoto, (§. 54) ergo multiplicatus divisor per quotum producit numerum dividendo æqualem.

CONSECTARIVM I.

LXVII. Liqueat inde, multiplicationem et divisionem esse duas praxes contrarias, et numerum, qui per multiplicationem aliquoties sibi fuit additus, per divisionem iterum resolui et restitui. e. g. $4 \cdot 3 = 12$. quaternarius ter sumtus producit 12, sed per divisionem $12 : 3 = 4$ iterum quaternarius restituitur.

CONSECTARIVM II.

LXVIII. Quamobrem potest alterutra ad alterius examen instimendum inferuire.

PROBLEMA VI.

LXIX. *Numerum homogeneum per similem diuidere.*

Resolutio I. Diuisor sub diuidendi notis sinistris collocatur, ita tamen, ut superior summa sit maior inferiore; hisque linea subducitur, iuxta extremam uero notam dextram linea vel arcus describitur.

II. Hinc indagatur, quoties diuisor ab imminente summa diuidendi capiatur, et numerus, qui id indicat, tanquam quotus intra arcum scribitur, idem deinceps cum diuisore multiplicatur, et multipulum a diuidendo subducitur, residuum sub linea annotatur et sequens ad dextram diuidendi numerus iuxta idem ponitur.

III. Porro diuisor una nota amplius uersus dextram, sub hoc residuo, prius numero sequente adscripto aucto, promouetur, eodemque modo quotus quaeritur, et eius multipulum ab imminente summa detrahitur. Eademque praxis ad finem usque continuatur.

IV. Si promotum diuisorem non capiat diuidendus, cifra loco quoti post arcum ponitur.

V. Si cifrae adhaereant diuisori, illae statim in fine sub notis ultimis diuidendi ponuntur, et diuisio positiuis notis suscipitur, numeri autem cifrae imminentes a reliquis linea seiunguntur, et id residuum, post absolutam diuisionem, referuntur.

VI. Quod post diuisionem remanet, seorsim scribitur, idque pro parte diuisoris habetur.

Exempl.
$$\begin{array}{r} 494550 \\ 785 \overline{) 0} \end{array} (63$$

$$\begin{array}{r} 4710 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2355 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 785 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2355 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0000 \\ \hline \end{array}$$

Demonstratio. Iterum in soluendo hoc problemate insigne compendium subministrat decupla ratio, qua numeri decrescunt, et ualor, quem iidem ex loco habent, ut separatim singuli tanquam unitates uel decades tractari et comparari possint. ideoque licet millenarium (7000) ponere sub centenariis millenariorum (490,000) et quaerere, quoties primus illius numerus, a prioribus duabus huius notis capiatur, quotus enim (6) repertus non est unitas, sed decas, quia illi ad dextram alia nota in progressu solutionis adiungetur. huius autem quoti facto in diuisorem detracto a diuidendo, liquet, residuum ad sequentem summam resolvendam pertinere, et similiter diuisionem continuandam esse. Qua peracta, quia numerus inuen-

inuentus indicat, quoties totus diuisor a diu-
dendo possit subduci, diuisio rite facta iudi-
cabitur.

SCHOLION.

LXX. De diuisione beneficio baculorum Neperi,
aliisque modis tractanda in lectionibus dicitur.

CONSECTARIVM.

LXXI. Examen multiplicationis fit, diuiso
producto per alterutrum factorem, si enim al-
ter prodit, recte tractatae praxeos indicium ha-
betur. Vicissim examen diuisionis multiplica-
tio quoti in diuisorem praestat, addito, si
quod superfuit, residuo, qua ratione iterum
diuidendus debet produci, quemadmodum
iam ante explicatum est. (§. 67. 68.)

SCHOLION.

LXXII. Potest etiam aliud examen institui, si ab-
iiciatur nouenarius, primum ex factoribus, deinceps ex
eorundem facta, et attendatur, utrum residuum
ex factoribus multiplex, post nouenarios abiectos, si-
milem, quam factum, excessum supra nouenarium pro-
ferat. e. g. $85 \cdot 7 = 595$, residuum, abiecto nouenario,
ex factore uno 85 est 4, alter 7 ipse iam est excessus
supra nouenarium, residuum ex facto, 595, post no-
uenarios duos abiectos, est 1. factum excessum priorum,
 $7 \cdot 4 = 28$ post abiectos nouenarios tres, idem 1 re-
linquit, et praxin recte se habere, probat. Idem in
diuisione ualeat, ubi quotus et diuisor sunt factores di-
uidendi. (§. 66.) si quid tamen post diuisionem reman-
suerit, idem a diuidendo prius subtrahendum, et ad re-
siduum examen illud applicandum est. (§. 55.) conf.
Tacquet Arith. pract. L. I. c. XI. Schol.

DEFINITIO XXIV.

LXXIII. Reductio numerorum hetero-
geneo-

generum est praxis, qua partes totius, quod ex classibus uel speciebus diuersimode diuisis componitur, ad eandem speciem infimam reuocantur. uel qua uicissim ex specie infima, species superiores, quas ista continet, restituantur.

SCHOLION.

LXXIV: *Veluti cum pondera centenaria, quibus pondera minora librarum et unciarum subsunt, sic multiplicando resolvuntur, ut ex centenariis librae, et ex libris unciae dato numero centenariorum aequipollentes producantur. Vel quando contraria ratione multitudo unciarum, quae libras et centenarios capit, diuisione sic resolvitur, ut intelligatur, quot librae et centenarii summa data unciarum capiantur.*

PROBLEMA VII.

LXXV: *Reductionem numerorum heterogeneorum facere.*

Resolutio I. Speciei maioris numerus multiplicatur per partes speciei minoris, quas complectitur, et productio adduntur sequentes numeri ad eandem speciem referendi: et similiter, quando plures species sequuntur, per numerum partium speciei proxime minoris, multiplicatio numeri praecedentis speciei maioris continuatur.

Demonstratio. Huius praxeos ueritas manifesta est ex axioma X, (§. 29) si enim totum aequale est partibus suis simul sumtis, debet hic numerus partium toties assumi per multiplicationem, quot species illius generis ab aliquo numero comprehenduntur, e. g. una
libra

libra continet 12 uncias, duae librae 24 uncias et sic porro capiunt.

Exemplum.

	Centen.	libr.	unc.
	65.	36.	8
	100		
	6500		
	36		
librae	6536		
	12		
	13072		
	6536		
	78432		
	8		
unciae	78440		

II. Vicissim ex specie minima, uel infima, reliquae maiores uel superiores restituntur, si per numerum partium, quae ad speciem proxime superiorem referuntur, tanquam per ualorem illius speciei, multitudo proxime inferioris speciei diuidatur. e. g. si 6536 librae diuidantur per 100, praebeunt 65 centenarii, cum excessu 36 librarum.

PROBLEMA VIII.

LXXVI. *Numeros heterogeneos multiplicare.*

Resolutio prima. I. Fiat reductio numeri, ex diuersis speciebus compositi, ad speciem minimam (§. 74.) et haec per numerum datum multiplicetur. (§. 61.)

II. Productum speciei minimae per diuisionem

onem reducat ad species maiores, (§. 75.)
et erit multiplicatio heterogeneorum facta.

Cent. lib. unc.
Exemplum, 12. . 28. 7 multipl. per 15
100

libras 1228
12

2456
1228

14736
7

Unciae. 14743. 15 = 221145. Unciae.

facta divisione per 12. produnt 18428 librae sum
9 uncii, et librarum summa diuisa per 100, ha-
tentur 184 centenarii, 28 librae & 9 unciae pro
facto numeri dati.

Resolutio secunda. I. Breuius haec praxis
peragitur, si, absque reductione, singularum
specierum numeri per datum multiplicentur, et
classium singularum multipla per competentem
numerosum partium sigillatim diuidantur,
quoti autem ad proxime superiorem speciem
referantur.

II. Quod si tamen numerus multiplicans
magnus nimis fuerit, dispergatur idem uel *re-
soluatur in factores*, et his minoribus numeris
multiplicatio peragatur. Vel fiat *resolutio* eius-
dem in partes, quarum commoda est ratio, et
ex factis partialibus in summam collectis totum
factum emerget.

Cent.

Gallesium multiplicationis modum habent
 e. g. $44 \times 212 = 9328$

44 \times ARITHMETICA. 134

+ 8. 12
 11.

Cent. lib. unc.
 Exempl. 12. 28. 7 per 15 = 5.3. 19.4

5
 61 . 42. 11
 3

Fact. 184 . 28 . 9

12 . 28 . 7 per 15 = 5 + 10

61 . 42 . 11 - 5
 add. 122 . 85 . 10 10 partes

Fact. 184 . 28 . 9

Demonstratio. Resolutio prima omnino patescit ex doctrina de reductione numerorum heterogeneorum, et de multiplicatione homogeneorum. resolutio altera itidem ex definitione multiplicationis intelligitur. siquidem idem est, siue numerum per 15 integrum multiplicem, siue quintuplum, iterum ter sibi addam, ubique enim aequalis numerus partium cumulatur. et quando multiplicans in partes resoluitur, et multipli partes colliguntur e. g. 5 et 10 loco 15. non est dubium, factum integrum produci, quia totum aequale est partibus suis simul sumtis. (§. 29.)

PROBLEMA IX.

LXXVII. *Numeros heterogeneos diuidere.*

Resolutio prima. I. Iterum numerus diuersa

184: 28.16 Div: 12: 1

ARITHMETICA.

45⁵ *reducti*

versis ex speciebus compositus ad speciem minimam reducitur, (§. 74) et summa producta per datum divisorem dividitur. (§. 69) quotus indicabit speciei minimae numerum.

68: 27
8

II. Hic quotus iterum per divisionem ad species proxime superiores reducitur, (§. 75) et quota pars quaesita cuiuslibet speciei intellet.

	Cent.	lib.	unc.
Exempl.	184.	28.	9
divid. per	(18)		

red. ad spec. min. unciae 221145: 15 = 14743
 haec unciae 14743 reducuntur ad libras divisione
 per 12 facta, et promouunt 1228 libras cum 7.
 uncis. diviso hoc numero per 100, quotus pro-
 fert 12 Cent. 28 libr. 7 unc. prouti hunc numerum
 in principio assumpsi.

Resolutio Secunda. Omitta reductione di-
 vidantur singulae species per numerum datum,
 et si aliqua species accurate dividi nequeat, re-
 siduum, reductum ad speciem sequentem, nu-
 mero illius speciei addatur, iterumque eodem
 divisore praxis continuetur. ita quoti singula-
 rum classium prodibunt. Quae quidem regu-
 lae, sine longa demonstratione, ex paulo ante
 dictis fluunt.

Exempl.	184.	28.	9.
divid. per.	15		

facta divisione centenariorum 184 per 15, quotus
 dabit

dabit 12 cent. cum 4 residuis, siue 400 libris. his addantur librae 28, et summa 428 denario diuisa per 15, dabit quotum 28, cum octo residuis libris, siue 8. $12 = 96$ unctis, additis ultimis nouem unctis, summa 105 diuisa per 15 dabit 7. adeoque idem, qui ante quotus 12. 28. 7. reperitur.

CAPVT III.

RATIONE ET PROPOR-
TIONE.

DEFINITIO XXV.

LXXVIII. *Ratio* est duorum quantorum eiusdem generis respectus mutuus secundum quantitatem. horum quantorum prius *antecedens*, alterum *consequens*, uocatur.

DEFINITIO XXVI.

LXXIX. *Ratio* est uel *arithmetica*, quando spectatur duorum quantorum inaequalium *differentia*; e. g. $5 - 3 = 2$, uel *geometrica*, quando consideratur quota pars sit minor quantitas maioris. e. g. 6 ad 3 relatum docet minus in maiore bis inesse, uel esse huius partem dimidiam.

CONSECTARIVM I.

LXXX. *Ratio* igitur arithmetica, siue differentia, per subtractionem numerorum, (6. 50.)

et geometria per diuisionem indagatur. (§. 63.)

CONSECTARIVM II.

LXXXI. Et signum subtractionis siue lineola ad rationem arithmetica, et signum diuisionis siue colon ad rationem geometricam indicandam recte adhibetur.

SCHOLION.

LXXXII. *Præter arithmetica et geometrica rationem, etiam harmonica quædam memoratur, quando in tribus numeris duo extremi eandem habent rationem geometricam, quæ inter differentias primi a medio, et medi ab ultimo intercedit. e. g. 6. 4. 3. ubi $6:3$ uti $6-4=2$ ad $4-3=1$. harmonica dicitur, quia plerumque eius numeri habent eas proportionem, in quibus consonantiaæ musicae consistunt, agitur de eadem larius Clavius ad Eucl. L. 5. p. 392. sq.*

DEFINITIO XXVII.

LXXXIII. In ratione geometrica numerus, qui significat, quota pars sit minor numerus maioris, *nomen rationis, denominator, item exponens rationis* uocatur.

DEFINITIO XXVIII.

LXXXIV. *Rationes similes sunt, quæ habent eundem denominatorem (§. 8) rationes dissimiles, quæ habent diuersum denominatorem. Termini autem antecedentes et consequentes rationum similium, graeco uocabulo quanta homologa dicuntur. e. g. $2:4$ et $3:6$ sunt rationes similes. horum duo antecedentes $2:3$ et duo consequentes $4:6$ homologæ sunt. nam ad utrumque æque rationalis refertur.*

DE.

DEFINITIO XXIX.

LXXXV. *Ratio multiplex* est, quando minor maior aliquoties inest. *dupla* quidem, si ille ab hoc bis capiatur, *tripla*, si ter, *quadrupla*, si quater contineatur. etc.

DEFINITIO XXX.

LXXXVI. *Ratio composita per multiplicationem* uel *multiplicata* est, quae componitur ex eadem ratione aliquoties sumpta uel multiplicata. siue quae producitur multiplicatione numerorum rationalium similium. *Duplicata* dicitur, quando duarum rationum similium numeri antecedentes et consequentes in se multiplicantur. *Triplicata*, quando fit multiplicatio trium rationum similium, *quadruplicata*, quando fit multiplicatio quatuor rationalium similium. e. g. sint rationalium duo paria similia $2:4 = 2:4$, facta 2.2 et 4.4 producantur rationem prioris duplicatam $4:16$. si sint tria paria rationum similium $2:4 = 2:4 = 2:4$ et factum trium antecedentium terminorum $2.2.2 = 8$ comparetur cum facto trium consequentium $4.4.4 = 64$, fit ratio triplicata prioris, $8:64$.

CONSECTARIUM.

LXXXVII. Oritur etiam ratio composita, si denominatores rationum similium inter se multiplicentur. duplicata quidem, si duo denominatores; quadruplicata, si quatuor denominatores inuicem multiplicentur. Quare *Euclides* dicit.

def. 10. L. 5. assumtis tribus continue proportionalibus, 2. 4. 8. rationem primi ad tertium, 2:8, dixit duplicatam primi ad secundum. et assumtis quatuor continue proportionalibus, 2. 4. 8. 16. rationem primi ad quartum 2:16. dixit triplicatam primi ad secundum 2:4.

DEFINITIO XXXI.

LXXXVIII. *Ratio maioris inaequalitatis* est, quando maius quantum refertur ad minus. e. g. 8:4. ratio dupla. *Ratio minoris inaequalitatis*, quando minus refertur ad maius, pro qua denotanda praemittitur nomen rationis praepositio *sub.* e. g. 4 ad 8. dicitur *habere rationem subduplam.* 2 ad 6. *habet rationem subtriplam*, item 2:4. ad 4:16. dicitur *subduplicatam habere rationem.*

DEFINITIO XXXII.

LXXXIX. *Ratio superparticularis* est, quando maior minorem capit semel, et insuper unam eius partem aliquotam. pro qua nominanda adhibetur vocabulum *sesqui*, addita denominatione particulae abundantis. e. g. 3 ad 2. *habet rationem sesquialteram*, quia excessus est pars dimidia minoris. 4 ad 3. *habet rationem sesquiterciam*, quia excessus est pars tertia minoris. Vicissim si minoris inaequalitatis ratio denotetur, praemittitur praepositio *sub.* 2 ad 3. *habet rationem subsesquialteram.* Vbi praeterea multiplex inter quanta data ratio est, nomen

men rationis multiplicis praemittitur. *e. g.* 5 ad 2. habet rationem duplam sesqui alteram. 7 ad 3. duplam sesqui tertiam. et ut minoris inaequalitatis ratio indicetur, praepositio sub adiucitur. 3 ad 7. habet rationem subduplam subsequi tertiam.

DEFINITIO XXXII.

XC. *Ratio superpartiens* est, cum maior minorem continet semel et adhuc plures eius partes aliquotas, quae simul sumtae non conficiunt unam aliquotam. eademque ratio sigillatim significatur adhibito adverbiali nomine partium superantium, et ordinali termini minoris. *e. g.* 5 ad 3. rationem superbipartientem tertias. 8 ad 5. rationem super tripartientem quintas habet. *Ratio subsuperpartiens* est, quando minus ad maius refertur. *e. g.* 3 ad 5 habet rationem subsuperbipartientem tertias. Denique ratio *multiplex superpartiens* est, quando maior minorem aliquoties continet, et adhuc plures eius partes aliquotas, quae simul sumtae non conficiunt unam aliquotam. *e. g.* 8 ad 3 habet rationem duplam superbipartientem tertias. *inversa* 3 ad 8 habet rationem subduplam subsuperbipartientem tertias.

CONSECTARIUM.

XCI. Addidi in definitione, partes, quae excedunt, non debere iunctim sumtas constituisse unam minoris numeri aliquotam. nam si talem capiant, reducitur illius divisione ratio, et

et sit superparticularis. e. g. ratio 9 : 6 non est supertripartiens sextas, sed, quia excessus 3 minoris est pars aliquota, poterit uterque tam maior quam minor per hunc excessum dividi, [quia maior continet minorem et differentiam (§. 52.)] factaque divisione producitur ratio 3 : 2, quae priori aequipollet, uti deinceps (§. 120.) diceretur; hinc prodit ratio superparticularis sesquialtera. ex quo apparet, numeros, qui communem divisorem habent, huius ope prius ad simplices formulas reuocandos, eoque facto, nomen proportioni imponendum esse?

SCHOLIUM.

XCI. Tamen si autem ratio etiam numeris significari possit, tamen quia vocabula haec technica, rebus perspicue designandis admodum congrua, usu artificum frequentantur, eadem hoc loco explicanda censui. Ubi tunc proportionis divisiones illustrat CLAVIVS Comment. ad Euclid. Lib. V. Def. 4. p. 354. sq.

DEFINITIO XXXIV.

XCI. *Progressio* est series plurium rationum. similium. est uel *arithmetica*, cuius numeri omnes aequalem habent differentiam. e. g. 3. 5. 7. 9. etc. uel *geometrica*, cuius numeri eundem habent denominatorem uel exponentem. talis progressio uocatur etiam *proportio geometrica* uel *analogia*. e. g. 2. 4. 8. 16. etc. Utraque progressio arithmetica et geometrica est uel *continua* uel *discreta*. *Continua*, quando inter omnes numeros, qui in serie se proxime excipiunt, eadem est differentia, uel denominatio. cuius

ius exempla iam attuli. *Discreta*, quando inter singula tantum paria rationalium numerorum similis differentia uel idem denominator est. e. g. *progressio arithm. discreta est* 2. 5. 4. 7. nam inter numeros medios 5 et 4 dissimilis est differentia. *Proportio geometrica discreta est* 2 : 4 = 3 : 6. ubi etiam inter 4 et 3 dissimilis ratio intercedit.

CONSECTARIUM I.

XCIV. In continua progressionem arithmeticae numerus sequens oritur additione differentiae ad antecedentem.

CONSECTARIUM II.

XCV. Quilibet talis seriei numerus componitur ex primo et differentia toties accepta, quotus quisque est in ordine, minus unitate. e. g. in serie 3. 5. 7. 9. tertius componitur ex differentia duabus 2 + 2 et primo 3. quartus capit tres differentias et primum.

CONSECTARIUM III.

XCVI. Pro significanda similitudine rationis numerorum progressionis arithmeticae, inter quacumque duo illorum paria, ob differentiae aequalitatem, signum aequalitatis scribitur. ipsa uero ratio arithmetica lineola, tanquam signo subtractionis, inter numeros posito, denotatur.

$$e. g. 5 - 3 = 9 - 7.$$

CONSECTARIUM IV.

XCVII. In Progressione geometrica, siue proportionem continua, quisque numerus sequens

quens producitur, praecedente per nomen rationis multiplicato.

CONSECTARIVM V.

XCVIII. Quare secundus est multipulum primi, per nomen rationis. tertius est multipulum primi, per duplex nomen rationis. quartus ex primo per triplex nomen rationis producitur. et sic porro.

CONSECTARIVM VI.

XCIX. Quia in rationibus similibus aequalis est denominator, (§. 84.) ideo inter duo quacvis numerorum rationalium similibus paria signum aequalitatis recte ponitur, et analogia quatuor rationalium hoc modo scribitur $2:4 = 3:6$.

SCHOLION.

C. Postquam definitiones in doctrina de ratione praeter ceteris memorabiles, et primas, quae ex illis patefcunt, ueritates tradidi, sequitur, ut utriusque rationis praecipuas proprietates, quarum utilitas per uniuersam maxime latissime patet, exponam.

THEOREMA V.

CI. In progressionem arithmetice rationalium, quae quatuor numeris constat, summa primi et ultimi est aequalis summae mediorum secundi et tertii.

Demonstratio. Oritur enim quartus, addita differentia ad tertium, (§. 94.) quare summa primi et quarti continet primum, tertium et differentiam tanquam partes. Sed secundus

continet primum et differentiam, (§. 94.) ideoque additus tertio summam prodit, quae eadem quas summa extremorum partes habet; ergo utraque summa aequalibus quippe ex partibus composita aequalis est. (§. 29.)

CONSECTARIUM I.

CII. Valet igitur haec propositio, siue quatuor illi numeri in continua siue in discreta progressionem occurrant. quia in demonstratione saltem originem secundi et quarti spectauimus.

CONSECTARIUM II.

CIII. Si in progressionem continua plures quam quatuor sint termini aequidifferentes dati, numero pares, semper summa extremorum est aequalis summae mediorum, ab extremis aequae distantium. nam eodem modo in his nectitur demonstratio, et ostenditur summas ita ortas ex iisdem partibus coaluisse. sint termini sex 3. 5. 7. 9. 11. 13. sextus capit quinquies differentiam et primum, (§. 95.) additoque primo, summa habet bis primum, et quinque differentias. Addatur porro secundus quinto. secundus continet differentiam semel et primum, quintus continet quater differentiam et primum, (§. 95.) ideoque summa secundi et quinti componitur ex primo bis sumto et differentia quinquies istis addita. quod similiter de tertii et quarti aggregato verum est.

CONSECTARIUM III.

CIV. Si tantum tres dati sint aequidifferent-

te numeri, summa primi et tertii aequalis est duplo medii. Nam eadem, quam ante laudavi, demonstratione uti licet. Secundus continet semel differentiam et primum (§. 95) idem bis sumtus capit bis differentiam, et bis primum. sed tertius capit bis differentiam et primum, et huic si denuo primus adiiciatur, summa similis bis primum et bis differentiam complectens prodit.

CONSECTARIVM IV.

CV. Et generatim quando numerus quantum quocunque arithmetice rationalium est impar, summa extremorum et mediorum aequalis est medii duplo. Sint enim numeri quinque. primi et quinti summa componitur ex bis primo et quadruplici differentia. tertius tanquam medius continet bis differentiam et primum, ideoque duplum eius bis primum et quadruplicem differentiam comprehendit.

PROBLEMA X.

CVI. *Datis tribus numeris arithmetice rationalibus quartum inuenire.*

Resolutio. Addantur duo ultimi, et a summa detrahatur primus, residuum dabit quartum quaesitum. patet huius praxeos veritas ex theoremate praecedente, §. 101.

PROBLEMA XI.

CVII. *Datis duobus extremis numeris seriei tria arithmetice rationalium, nempe primo et ultima, inuenire medium.*

Resolutio. Assumatur summae extremorum dimidium, hoc parefaciet medium quaesitum. (§. 104)

PROBLEMA XII.

CVIII. *Datis primo et differentia, quemcunque progressionis arithmeticae numerum inuenire.*

Resolutio. Differentia multiplicetur per numerum terminorum datum unitate multatum, producto addatur primus, et summa dabit quaesitum. (§. 95.)

PROBLEMA XIII.

CIX. *Numeros seriei arithmetice rationalium in summam colligere.*

Resolutio. Quia summae extremorum et mediorum sunt aequales, (§. 103.) et tales summae in quavis serie toties possunt componi, quoties dimidius numerus quantorum permittit, hinc summa primi et ultimi multiplicetur per dimidium numerum terminorum totius progressionis, factum dabit summam omnium quantorum. Quod si tamen numerus earundem fuerit impar, medius separatim illi facto est adiiciendus.

THEOREMA VI.

CX. *In proportionem continua uel discrete, quae quatuor numeris constat, factum extremorum primi et quarti, est aequale facto mediorum secundi et tertii.*

Demon-

Demonstratio. Veritas huius propositionis inde elucet, quia ubi sunt similes vel iidem factores, ibi eadem quoque producuntur facta. (§. 58) At in proportionalium extremorum et mediorum multiplicatione iidem sunt factores, nam quartus oritur multiplicatione nominis rationis per tertium, (§. 97) ideoque multiplex ex primo et quarto, factoribus *primi*, *tertio* et *nominis rationis*, in se ductis genitum fuit. Et quia secundus ex primo per nomen rationis multiplicato oritur, (§. 97) si tertius per secundum multiplicetur, factum illud denovo factores priorum similes *primi*, *nominis rationis*, et *tertio*, habet. Ergo utraque facta extremorum et mediorum sunt inter se aequalia. Quoniam autem in hac demonstratione relatio secundi ad tertium non attenditur, manifestum est, hanc proprietatem tam continuæ quam discretæ proportioni communem esse. e. g. $2:4 = 8:16$. ergo $2 \cdot 16 = 4 \cdot 8 = 32$. uel in proportionibus discretis $2:4 = 3:6$ est $2 \cdot 6 = 4 \cdot 3 = 12$.

CONSECTARIUM I.

CXI. Si tantum tres fuerint dati proportionales numeri, medius ad utrumque extremum refertur, et duplicem relationem, ad primum et ad tertium, habet, quare etiam pro bis posito haberi potest, et tum factum extremorum æquale est facto medii in se ducti, h. e. eiusdem numeri quadrato. (§. 151) e. g. $2 \cdot 4 \cdot 8$ uel $2:4 = 4:8$ et $2 \cdot 8 = 4 \cdot 4 = 16$

CONSECTARIVM II.

CXII. Sed in quibuscunque quatuor numeris factum extremorum est aequale facto mediorum, illi sunt geometricè proportionales, quia de his tantum illa proprietas demonstrata fuit. Quamobrem, si medii permutentur, et tertius secundo, secundus autem tertio loco ponatur, quia factum eorum idem manet, sequitur, quod in quatuor proportionalibus etiam *alternata uel permutata ratio* primi ad tertium, et secundi ad quartum locum habeat. *e. g. in analogia* $2:4 = 6:12$ *ualet transposita mediorum* *sive ratio alternata* $2:6 = 4:12$.

CONSECTARIVM III.

CXIII. I. Praeterea si iungantur in summam duo analogiae rationales numeri, nempe antecedens et consequens, et ad antecedentem uel sequentem referantur, fit *analogia addendo composita*, in qua quippe factum extremorum et mediorum inuariatum manet. *e. g.* $2:4 = 6:12$ *analogia composita est* $2 \dagger 4:2 = 6 \dagger 12:6$. *item* $2:2 \dagger 4 = 6:6 \dagger 12$ *et rursus* $2 \dagger 4:4 = 6 \dagger 12:12$. *sive* $6:4 = 18:12$ *in qua* $6.12 = 4.18 = 72$

II. Item si colligantur in summam duo antecedentes et duo consequentes, patet, has quoque summas, eandem, quae inter antecedentem et consequentem erat, rationem habere, siquidem factum extremorum et mediorum idem est. Quin etiam plurium rationum similium antecedentibus et consequentibus collectis, summae prodeant, quae eandem quam quilibet anteceden-

dens

dens ad suum consequentem proportionem seruant. Et contrario modo, si subtrahatur antecedens ab antecedente, et consequens a consequente, residua seruant priorem rationem.

CONSECTARIVM IV.

CXIV. Denique, si longius continue proportionalium series continetur, similiter, ac in theoremate praecedente fecimus, ostendi potest, factum extremorum aequale esse facto quorumvis mediorum, aut medii duplo, si numerus membrorum fuerit impar. sint dati termini quinque 2. 4. 8. 16. 32. quintus ortus est ex quadruplici facto nominis rationis per primum, (§. 98) ergo iterum multiplicatus per primum, productum habet factores quater nomen rationis et bis primum. Quartus oritur ex triplici facto nominis rationis per primum, secundus est factum primi et nominis rationis, (§. 98) quare iterum factum secundi et quarti, tanquam mediorum, factores habet, quater nomen rationis et bis primum. estque hoc factum priori aequale. (§. 58) et tertius est ex duplici facto nominis rationis in primum genitus, si in se ducatur, multipulum habet factores quater nomen rationis et bis primum, et propterea prioribus omnino aequipollet.

PROBLEMA XIV.

CXV. *Datis tribus primis proportionabilibus inuenire quartum.*

Resolutio. Duo ultimi multiplicantur in se inui-

inui cem, productum diuiditur per primum; et quotus indicabit quartum quæsitum.

Demonstratio. Nam duo ultimi inter primum et quartum, qui quaeritur, medii sunt, quorum factum æquale est producto ex primo in quartum. (§. 110) et quia facta diuisione prodit quotus, qui in diuisorem multiplicatus reddit diuidendum, (§. 66) sequitur, quatum illum esse quartum proportionalem, qui desiderabatur.

CONSECTARIVM I.

CXVI. Vicissim datis tribus ultimis proportionalibus primus inuenitur, si primi duo datis qui eo casu pro mediis inter tertium et quæsitum primum censentur, in se inuicem multiplicentur, et factum per tertium diuidatur.]

SCHOLION.

CXVII. Hæc duæ regulæ, quæ ex tribus proportionalibus quartus uel primus quaeritur, ob maximam utilitatem, aureæ, item regulæ trium uocantur. et prior quidem, quando ex tribus primis datis quartus inuestigatur, directa, altera, ubi ex tribus ultimis datis primus quaeritur, reciproca uel inuersa dicitur. de quarum usu in soluendis uariis quæstionibus infra peculiari capite latius explicabitur.

CONSECTARIVM II.

CXVIII. Quando duo extremi dantur, et medius quaeritur, factum extremorum sic resolvendum est per diuisionem, ut numerus inueniatur, qui in se multiplicatus facto extremorum æquipollet. Verum hæc praxis artificia

extractionis radice quadratae opus habet, de quo cap. V. §. 134. dicitur.

THEOREMA VII.

CXIX. *Numerorum proportionalium, per eundem numerum multiplicatorum, facta, eandem, quam priores dati, servant rationem.*

Demonstratio. Sint multiplicandi numeri rationales 3: 6. quando multiplicans 4 ducitur in primum 3, erit ut unitas ad multiplicantem 4, ita multiplicandus 3 ad productum 12; et similiter quando multiplicans 4 ducitur in alterum 6, erit unitas ad multiplicantem 4, sicuti multiplicandus 6 ad productum 24, (§. 57) Verum ratio unitatis ad eundem multiplicantem semper sui similis uel aequalis est, ergo etiam reliquae rationes 3: 12 et 6: 24, similes erunt. (§. 24) Et cum constet, in rationibus similibus ualere permutationem uel alternationem terminorum (§. 112) erit 3: 6 = 12: 24. hinc facta proportionalium per eundem multiplicatorum servant eandem quam priores dati rationem.

THEOREMA VIII.

CXX. *Numerorum rationalium per eundem numerum diuisorum, quoti eandem cum prioribus datis servant rationem.*

Demonstratio. Sint diuidendi rationales numeri 12: 24. per eundem 4. iterum in utroque

que casu unitas habet se ad diuisorem, sicuti quor-
rus ad diuidendum (§. 64) unde tales prodeunt
analogiae,

$$1 : 4 = 3 : 12$$

$$1 : 4 = 6 : 24$$

et quia unitatis ad eundem diuisorem eadem
semper ratio est, erunt (§. 24)

$$3 : 12 = 6 : 24$$

uel permutando (§. 112)

$$3 : 6 = 12 : 24 \quad Q. E. D.$$

SCHOLION.

CXXI. *Paucae, quas nunc tradidi propositiones, exten-
dissimo de proportionibus capite inprimis notata dignae
sunt, quia reliquarum huius generis ueritatum funda-
menta subministrant. Plures infra arithmeticae uni-
uersalis adiumento, in arte analytica, opportunius et
breuius demonstrabuntur.*

CAPUT IV.

DE

NUMERIS FRACTIS.

DEFINITIO XXXV.

CXXII. *Numerus fractus est pars toti-
us, uel unitatis, totum aliquod, quod certo
partium numero constat, repraesentantis.
ut si totum habeat partes quinque, et una ex
illis uel plures decerpantur, numerus, qui
partem illam indicat, fractus, item fractio uo-
catur. sed rectius pars integri uel minutia di-
ceretur.*

DE.

DEFINITIO XXXVI

CXXIII. Scribitur fractio duobus numeris, linea interiecta distinctis, quorum superior ipsam partem integri determinat, et *numerator* dicitur, inferior partes totius omnes refert, et *denominator* appellatur. e.g. $\frac{3}{5}$ significat tres partes totius, quod, quinque partibus gaudet.

CONSECTARIUM I. $\frac{3}{5}$ numerator denominator

CXXIV. Itaque fractionis quantitas sita est in ratione numeratoris ad denominatorem, et quanto plures huius unitates ille continet, tanto fractio maior est.

CONSECTARIUM II.

CXXV. Ob eandem rationem, aucto per multiplicationem denominatore, et servato eodem numeratore, fractio minuitur. nempe multiplicato denominatore per 2, fractio dimidia assumitur, quia iam duplo maior est denominator, et duplo amplius numeratorem capit. Similiter, si ter quaterve sibi multiplicando addatur denominator, numeratore invariato, fractionis pars tertia et quarta producit.

CONSECTARIUM III.

CXXVI. Sed non mutato denominatore, quando adduntur partes ad numeratorem, fractio augetur.

CONSECTARIUM IV.

CXXVII. Et si coniungas, ut summa unitatum

tum numeratoris sit maior denominatore, erit etiam fractio maior toto, qualis *improprie* nominari solet.

CONSECTARIUM V.

CXXVIII. Verum numeratore et denominatore per eundem numerum multiplicato, uel diuiso, quia ratio numerorum non mutatur, (g. 119. 120) ideo nec fractio variatur, sed eandem omnino quantitatem retinet.

DEFINITIO XXXVII.

CXXIX. *Fractio pura* est, qualem hactenus descripsi, quae numeratore et denominatore absoluitur, *mixta*, cui unum uel plura tota adherent. a. g. $2\frac{3}{4}$

DEFINITIO XXXVIII.

CXXX. *Reductio fractionum* dicitur quaecumque praxis, qua forma fractionum immutatur, ut earum quantitas et aestimatio facilius intelligi possit. ut si maiores numeri reducantur ad minores, uel denominator fractionis cum alio notiore comparetur, uel ex diuersis denominatoribus unus communis producat.

DEFINITIO XXXIX.

CXXXI. *Communis mensura maxima fractionis* est diuisor maximus utriusque numeri, quo ad minimos numeros aequipollentes reuocatur.

PROBLEMA XV.

CXXXII. *Communem mensuram maximam*

nam duorum numerorum fractionis inuenire.

Resolutio . I. Maior diuiditur per minorem et minor per residuum.

II. Si in secunda diuisione adhuc aliquid abundet, praecedens diuisor per hoc residuum diuiditur, idque ulterius continuatur, donec perueniatur ad numerum, qui ita diuidit numerum minorem ultimum, ut nihil supersit, ultimus ille diuisor, qui nullum residuum relinquit, maxima est duorum numerorum mensura.

Demonstratio. Si enim diuisor ultimus accurate contineatur in numero residuo, qui diuiditur, erit etiam mensura praecedentium, maioris et minoris, qui isto residuo differunt, quia in maiore continetur minor cum residuo. (S. 32) Quod sit maxima mensura, *Euclides* deductione ad *aidvavon* probat VII. 2. Idem quoque aliquot exemplorum inductione declaratur. e. g. $\frac{24}{72}$ facta diuisione 72 per 16 relinquuntur 8, sed minore 16 diuiso per 8, nihil relinquitur, adeoque 8 diuidit utrumque et est communis utriusque mensura.

CONSECTARIUM.

CXXXIII. Data igitur fractione, cuius numerator et denominator sunt maiores numeri, isti ad minores aequipollentes communis mensurae maximae diuisione reducuntur. (S. 128) Verum in numeris minoribus, ubi communes

mensurae, etsi non maximae, promte inveniuntur, ambages indagandae mensurae maximae rectius omittuntur.

PROBLEMA XVI.

CXXXIV. *Fractiones improprie dictas reducere ad integra uel ad fractiones mixtas.*

Resolutio. Quia in improprie dicta fractione maior est numerator denominatore, (§. 127) iste per hunc diuiditur, quotus indicat, quoties integrum fractio illa impropria capiat. (§. 63) Si quid supersit, adscribitur tanquam fractio, et producit mixta, quae quaerebatur. e. g. $\frac{13}{4}$ capit 3 et $\frac{1}{4}$.

CONSECTARIVM I.

CXXXV. Vicissim, data fractio mixta conuertitur in puram, quando tota, quae fractioni adhaerent, per denominatorem multiplicatur, ad factum numerator additur, et summae denominator subscribitur.

CONSECTARIVM II.

CXXXVI. Et integra assumunt formam fractionis purae, quando illis unitas, linea interiecta, subiicitur. e. g. $\frac{3}{1}$ sunt tria integra.

PROBLEMA XVII.

CXXXVII. *Fractiones duas uel plures, quae diuersos denominatores habent, reducere ad aequipollentes, quae habent eundem denominatorem.*

Re-

Resolutio huius problematis adhuc superest, quae veronon ad hoc
 eaq̃ sufficit. In huius denominatores alterarum fractionum in denumina-
 tores ipsorum dividatur et quavis fractio multiplicata multiplicet
 c. g.

ARITHMETICA.

67

+ **Resolutio. Casus I.** Si sint fractiones duas ^{$\frac{2}{3} + \frac{4}{12} = \frac{5}{6}$}
 reducendae, denominator cuiuslibet ducitur ^{$\frac{2}{3} + \frac{4}{12} + \frac{5}{6}$}
 in numeratorem et denominatorem alterius, ^{linea hoc}
 ita producantur fractiones aequales, (§. 128) ^{cont. contigit}
 et eodem denominatore gaudentes, quia bis ^{videatur an}
 numeri inferiores, nempe denominatores, fue- ^{num triplo}
 runt in se multiplicati, qui necessario facta ae- ^{duplo vbi qua}
 qualia debent proferre. (§. 58) c. g. $\frac{3}{5} \frac{2}{3} = \frac{6}{15} \frac{10}{15}$. ^{triplo per}

Casus. II. Si plures sint datae fractiones redu-
 cendae. I. Singuli denominatores multiplican-
 tur in se inuicem, factum est denominator com-
 munis. II. Hic per singulos denominatores
 fractionum diuiditur, et quoti multiplicantur
 per numeratores respondentes, facta dant nu-
 meratores, qui communi denominatori impo-
 siti produnt fractiones datis equipollentes, et
 eodem denominatore gaudentes. c. g. $\frac{4}{7} \frac{3}{8} \frac{2}{3}$ de-
 nominator communis est 168. cuius $\frac{4}{7} = 15$ $\frac{3}{8} = 21$
 et $\frac{2}{3} = 35$. quare $\frac{4}{7} = \frac{60}{168}$ et $\frac{3}{8} = \frac{63}{168}$ et $\frac{2}{3} = \frac{70}{168}$.

Demonstratio. Solutionis casus prioris
 fundamenta paulo ante laudavi. In casu alte-
 ro illud liquet, quod, diuisione denomina-
 toris communis, tales quoti reperiantur, quorum
 multipla per numeratorem similem ad deno-
 minatorem communem rationem seruant, quam
 numeratores priores habebant ad suos deno-
 minatores. quia aliquotam partem diuisione
 denominatoris cuiuslibet repertam, toties assu-
 mo, quot sunt unitates in numeratore. c. g. quia
 $\frac{2}{7} = \frac{15}{105}$ erunt $\frac{4}{7}$ quadruplum $\frac{60}{105}$. adeoque ita
 repertae fractiones prioribus equipollent,

(§. 124) et simul eandem denominationem habent.

CONSECTARIVM.

CXXXVIII. Quando fractiones sunt eiusdem denominationis, ratio inter illas eadem intercedit, quae est inter numeratores. *e. g.* $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ habent rationem 2 : 4 subduplam.

PROBLEMA XVIII.

CXXXIX. *Numeros fractos addere.*

Resolutio I. Si eadem denominatio fuerit, numeratores, quippe qui partes totius denotant, (§. 123) adduntur, et summae communis denominator subscribitur. (§. 126)

II. Si autem denominatio fuerit diuersa, prius reducuntur fracti ad eandem denominationem (§. 137) et tum additio numeratorum peragitur. *e. g.* $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

CONSECTARIVM.

CXL. Quando integra ad fractiones, uel hae ad illa adduntur, fractio mixta prodit, de qua ante dixi. §. 129. 134.

PROBLEMA XIX.

CXLI. *Numeros fractos a se inuicem subtrahere,*

Resolutio. Iterum reducuntur fractiones ad denominationem eandem, (§. 137) nisi iam adfuerit, et numerator minoris a numeratore maioris subtrahitur, et residuo denominator communis subscribitur *e. g.* $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

CONSECTARIVM.

CXLII. Quando fractiones ab integris subtrahendae sunt, integrum, uel, si plures unitates contineat, saltem unitas ex ipso decerpta, prius ad denominationem fractionis reducitur, (§. 135) et tum subtractio peragitur. *e. g.* ab 1 subtrahenda est fractio $\frac{2}{3}$, fiat $1 = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

PROBLEMA XX.

CXLIII. Numeros fractos, tum cum integris, tum inter se, multiplicare.

Resolutio I. Integri numeri dati multiplicantur per numeratorem fractionis, (nam haec reuera pars est, ad se ipsam toties addenda, quot insunt in multiplicante unitates) (§. 123) et factio subscribitur denominator non mutatus. *e. g.* $\frac{2}{3}$ multipl. per 5 factum erit $\frac{10}{3}$

II. In fractis uero puris numerator in numeratorem, et denominator in denominatorem, multiplicatur, et illud factum pro numeratore, hoc pro denominatore fractionis productae assumitur. *e. g.* $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (§. 128)

Demonstratio. Posterior solutionis pars ita ostenditur. facta multiplicatione denominatoris, non mutato numeratore, fractio minuitur, (§. 125) uel pars talis, qualem proportio unitatis ad multiplicantem prodit, sumitur, *e. g.* $\frac{2}{3}$ per 4 infra multiplicatum producit $\frac{2}{12}$ siue partem quartam prioris fractionis. sed si etiam per numeratorem numerator fractionis multi-

plicetur, tot partes assumuntur, quot numerator multiplicantis continet unitates. e.g. $\frac{2}{12}$ per 2 producit duplum $\frac{4}{12}$. ideoque multiplicatio rite fuit peracta. (§. 57)

CONSECTARIVM.

CXLIV. Quia multiplicatione fractionis, non eadem fractio aliquoties additur ad se ipsam, sed tantum pars illius assumitur, qualem fractio multiplicans refert, hinc mirum non est, quod minor fractio priore producat. quando autem fractio est improprie dicta, quae integrum semel uel saepius capit, tum etiam multipulum maius est multiplicando.

PROBLEMA XXI.

CXLV. *Fractiones per fractiones dividere.*

Resolutio. Inuertatur fractio diuisoris, et numeri oppositi superiores et inferiores in se multiplicentur, factum instar fractionis scriptum quorum prodet. e.g. $\frac{2}{3}$ diuid. per $\frac{2}{8}$ inuerso diuisore $\frac{2}{3} \frac{6}{2}$ factum $\frac{12}{6} = 2$ indicat, diuisorem bis contineri in diuidendo.

Demonstratio. Per diuisionem quaeritur quantorum ratio, quoties minus in maiore contineatur, (§. 63) haec ratio innotescit, quando fractionum eiusdem denominationis numeratores, omisso eodem denominatore, comparantur; (§. 138) sed si fractionum, inuersa altera, oppositi numeri superiores et inferiores in se ducantur, proueniunt fractionum eadem

nes sunt, sequentes, quorum numeratores ad suos, denominatores habent similem rationem, (§. 124) postquam unius fractionis denominator et numerator, adeoque utriusque ratio, innotuit, pro dato denominatore quaeritur respondens, simili ratione numerator, per regulam auream, (§. 115.) Valet enim analogia, ut denominator fractionis ad suum numeratorem, sic denominator datus ad competentem sibi numeratorem sese habet. Quare denominator, novus per numeratorem fractionis multiplicatur, productum per denominatorem fractionis dividitur, quotus numeratorem denominatori imponendum patefaciet, e. g. sint $\frac{2}{3}$ quaero fractionem aequipollentem, cuius denominator est 24. sic colligam terminos

$$\text{ergo } 3 : 2 :: 24 : 16$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$$

CONSECTARIVM

CXLIX. Hoc igitur artificio potest quaelibet minutia, cuius denominator totum in usitate diuisum sistit, comparari cum parte totius, cuius alia vulgo diuisio recepta est. Veluti si librac, quae in XII uncias diuisa est, dentur $\frac{4}{15}$, secundum regulam praecedentem $12 \cdot 4 = 48$. et $48 : 15 = 3\frac{1}{3}$ sine $3 + \frac{1}{3}$ dant ualorem fractionis.

SCHOLION.

CL. De fractionibus fractionum necessum non est, ut speciatim differam, siquidem multiplicatis fractis numeris in se inuicem, prodeunt simplices fractiones, de quibus satis explicatum est. e. g. assumere oporteat $\frac{2}{6}$ ex $\frac{4}{8}$, factum $\frac{8}{48}$ siue $\frac{1}{6}$ praefert particulam quaesitam, nempe $\frac{1}{6}$ est pars tertia semissis. CA.

CAPVT V.

DE

EXTRACTIONE RADICVM
QVADRATARVM ET
CVBICARVM.

DEFINITIO XL.

CLI. *Numerus quadratus* est, qui fit numero quolibet in se ipsum multiplicato. *Radix* quadrati est ipse numerus, qui in se ductus quadratum produxit. quadratos unitatum nouem haec tabula exhibet.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quad.	1	4	9	16	25	36	49	64	81

THEOREMA IX.

CLII. *Quadrata habent rationem duplicatam suarum radicum.*

Demonstratio. Quia quadrata fiunt ex numeris in se ductis, si duo numeri rationales, 2: 4, habeantur pro radicibus, apparet, in analogia, ex istis rationalibus bis positis constante, $2: 4 = 2: 4$, pro producendis quadratis, duos antecedentes et duos consequentes multiplicari, quae duo facta seruant rationem duplicatam antecedentis ad consequentem: (§. 86) ergo quadrata habent rationem duplicatam radicum suarum.

DEFINITIO XLI.

CLIII. *Extractio radice quadratae*
E 5 est

est inuentio eiusdem ex numero quadrato dato.

PROBLEMA XXIII.

CLIV. *Ex numero proposito radicem quadratam extrahere.*

Resolutio. I. Numerus datus distinguatur in classes, a dextris facto initio, et cuius classi duae notae tribuantur.

II. Ex classe ad sinistram ultima, quadratum unitatis aequale uel proxime minus (§. 151.) subtrahatur, residuum classi sinistrae subiiciatur, et radix post lineam loco quoti ponatur.

III. Duplicatur radix inuenta, et duplum, tanquam nouus diuisor, scribatur sub sinistra nota classis sequentis, et, si duplum hoc pluribus notis constet, reliquae ulterius uersus sinistram sub numeris resoluendis ponantur.

IV. Inquiratur, quoties hic diuisor nouus in quanto resoluendo contineatur, et quotus priori adiungatur, nec non in locum uacuum classis, quae sub manibus est, sub notam nempe dextram transferatur.

V. Huius diuisoris multipulum in quorum nouum, a numero resoluendo detrahatur, et residuum, si quod supersit, sub linea notetur.

VI. Haec praxis n. 3. 4. 5. tradita toties iteretur, quot supersunt numeri resoluendi classes, et resolutio uel extractio tamdiu continueatur, donec ad finem fuerit peruentum.

VII.

VII. Si post finitam hanc diuisionem ex numero resoluendo, aliquid remanserit, nunquam quidem absoluta radix potest inueniri, attamen fractiones decimales adhuc possunt inuestigari, queis ad ueram radiceis quantitatem proximè accedatur. Nempe adiiciuntur numero una, duae uel plures binarum cifrarum classes, et prior extractionis praxis continuatur. nam addita una classe cifrarum, reperiuntur residuae partes decimae, ope alterius classis cifrarum manifestantur partes centesimae, et ita porro millesimae et minutiores, si libet, indagantur.

Exemplum Cas. 1. $\begin{array}{r} 40 \mid 96 \\ \square \ 36 \mid \end{array} (64$

$$\begin{array}{r} 4 \mid 96 \\ 1 \mid 24 \\ \mid 4 \\ \hline 4 \mid 96 \\ \hline 0 \mid 00 \end{array}$$

Exemplum Cas. 2. $\begin{array}{r} 7 \mid 59 \\ 4 \mid \end{array} (27\frac{5}{18}$

$$\begin{array}{r} 3 \mid 59 \\ \mid 47 \\ \mid 7 \\ \hline 3 \mid 29 \\ \mid 30 \mid 00 \\ 5 \mid 45 \\ \mid 5 \\ \hline 27 \mid 25 \\ \hline 2 \mid 75 \end{array}$$

SCHO

SCHOLION.

CLV. *Demonstratio regularum extractionis radices tam quadratae, quam cubicae, infra in analysi dabitur. Interim illustrari potest praeceptorum ueritas ex aliquibus exemplorum. Nimirum, si quotus in se multiplicatus, addito residuo, quod forte superest, restituatur quantum, ex quo fuit radix extracta, praxis rite peracta fuit.*

DEFINITIO XLII.

CLVI. *Numerus cubicus est, qui oritur, quadrato per radicem multiplicato. et extractio radices cubicae est inuentio eiusdem ex cubo dato. Cubi unitatum priorum nomines tales sunt:*

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729

THEOREMA X.

CLVII. *Cubi seruant rationem triplicatam radicum suarum.*

Demonstratio. Assumptis enim duabus radicibus, 2: 4, pro numeris rationalibus, quia tres radices multiplicandae sunt pro cubo producendo, (§. 156.) sequitur, quod hoc casu etiam tres termini rationales antecedentes et tres consequentes aequales, $2: 4 = 2: 4 = 2: 4$ cubos producant, sed trium antecedentium et trium consequentium facta, seruant rationem triplicatam antecedentis ad consequentem, (§. 86) ergo cubi seruant rationem triplicatam suarum radicum.

PRO-

PROBLEMA XXIV.

CLVIII. *Ex numero propositio radicem cubicam extrahere.*

Resolutio. I. Numerus distinguitur in classes, initio facto a dextra, et unicuius classis tres notae tribuuntur.

II. A classe sinistra ultima subtrahitur cubus unitatis uel aequalis, uel proxime minor, ex ante proposita tabula excerpendus, residuum ipsi classi sinistrae subiicitur, et radix post lunulam scribitur. Sed haec praxis in eodem exemplo non repetitur.

III. Tum quoti uel radice triplicum assumitur, triplicum uero per ipsam radicem multiplicatur.

IV. Sub nota dextra classis sequentis unitas ponitur, sub media quoti triplicum, sub tertia factum ex quoto et triplo scribitur.

V. Hi infra scripti numeri habeantur instar diuisorum, et quaeratur, quoties a superioribus detrahi possint, debet tamen hic ratio haberi factorum sequentium, et summae ex illis colligendae quotus repertus priori post lunulam adiungatur.

VI. Nouus quotus sinistro loco scribitur etiam e regione facti ex triplo prioris quoti in ipsum quotum, quadratum eius ponitur supra factum e regione tripli prioris quoti, supra quadratum denique cubus noui quoti e regione unitatis collocatur.

VII. Numeri oppositi in se inuicem multipli-

plicantur, et facta adduntur, summa ex notis cubi imminentibus detrahatur, et residuum sub linea scribitur.

VIII. Residuo additur classis sequens versus dextram, et continuatur pragmatia, donec ad finem perueniatur.

IX. Si post resolutionem omnium classium residuum aliquod supersit, id quidem docet, numerum cubicum non esse, et radicem exactam reperiri non posse; attamen, si uisum fuerit operae pretium, addantur una uel plures classes trium cifrarum, et, continuata, uti ante factum fuit, extractione, fractiones decimales, quae quotum accuratius definiant, indagentur.

$$\begin{array}{r|l}
 157 & 464 \quad (54 \\
 125 & \\
 \hline
 32 & 464 \\
 \hline
 \text{Cub. } 64 \cdot \cdot & \cdot \cdot 1 \\
 \square & 16 \cdot \cdot & 15 \quad \text{Triplum} \\
 \text{R.} & 4 \cdot 7 & 5 \quad \text{Factum} \\
 \hline
 30 & 0 \\
 2 & 40 \\
 & 64 \\
 \hline
 32 & 464 \\
 \hline
 00 & 000
 \end{array}$$

SCHOLION.

CLIX. *Huius quoque praxis examen instituitur, assumpto cubo radicis, et addito residuo, si quod superest,*
ita

ita enim restituitur numerus, ex quo extractio facta fuit.

CAPVT VI.

DE

REGVLIS ARITHMETICAE
PRACTICAE

DEFINITIO XLIII.

CLX. *Regulae arithmeticae practicae sunt, quarum ope, adhibita proportionum doctrina, variae quaestiones, quae circa rerum singularium comparisonem subinde occurrunt, solvuntur.*

SCHOLION.

CLXI. *Harum regularum nullo quatuor laudantur. prima proportionum, altera societatis, tertia alligationis, quarta positionis. Verum patet ex sequentibus, tres posteriores a prima dependere, et ex huius compositione et repetitione nasci.*

DEFINITIO XLIV.

CLXII. *Regula Trium siue aurea, cuius iam supra §. 117. feci mentionem, est, quae tribus datis numeris proportionalibus, quartus quaeritur. est uel directa, cum datis tribus prioribus quaeritur quartus; inuersa uel reciproca, cum datis tribus posterioribus primus indagatur.*

CONSECTARIVM I.

CLXIII. *Haec igitur regula tantum locum habet*

habet in comparatione quantorum; quae geometricam rationem seruant. Veluti cum in emtione uenditione res cum pretio comparantur.

CONSECTARIVM IL

CLXIV. Inversa autem regula figillatim tum demum adhibetur, quando res comparandae *reciprocam* habent *rationem*; quae quidem tum adesse dicitur, si duae rationes sic inter se componuntur, ut dum in prima ratione consequens respectu antecedentis crescit, in secunda consequens eadem proportionem ad antecedens decrescat, uel uicissim. Veluti si numerus operariorum componatur cum tempore, quod ad opus perficiendum impendunt, inuersa obtinet ratio, quia pauci operarii longiore tempore, plures operarii breuiore tempore opus absoluere debent. nam si 6 operarii opus conficiunt intra 8 dies, sequitur quod 12. operarii idem opus intra 4 dies ad finem perducere possint.

PROBLEMA XXV.

CLXV. *Regulae aureae directae leges et casus explicare.*

Resolutio I. Quia in regula directa ex tribus primis quaeritur quartus, ideo ex datis tribus duo ultimi multiplicentur, et factum per primum diuidatur, quotus indicabit quartum (§. 115)

II. Casus praecipue sunt tres. *primum* enim
ter-

termini simplices res; *deinde* termini ex pluribus simplicibus compositi misceantur; *denique* numeri fracti uel soli, uel cum integris mixti occurrunt. Hi omnes exemplis in lectionibus proferendis uberius illustrantur.

CONSECTARIUM.

CLXVI. Cum itaque in regula aurea res omnis redcat ad comparationem proportionalium, dum infertur, ut primus se habet ad secundum, ita tertius ad quartum; uel permutata ratione (§. 112) ut primus ad tertium, ita secundus ad quartum; et praeterea constet, quod, si rationales numeri per eundem diuidantur, proueniant quoti, qui eandem quam numeri diuisi, seruant rationem, (§. 120) sequitur, quod compendiosior reddi possit regulae aureae tractatio, si primus et secundus, uel primus et tertius, per communem diuisorem ad minores terminos, quorum expeditior sit multiplicatio et diuisio, reducantur. *e. g.* $60:40 = 24:16$. diuisis terminis primis per 20. alia aequipollens analogia habetur: $3:2 = 24:16$ uel diuisis primo et tertio per 12, talis formula prodit. $5:40 = 2:16$. Hanc reductionem numerorum compositorum ad primos arithmerici numerant inter compendia *praxeos italicae*, quibus etiam multiplicationem et diuisionem heterogeneorum, quae per factores uel partes breuius instituitur, accensent. De qua iam supra exposui, (§. 76. 77.)

PROBLEMA XXVI.

CLXVII. *Regulae trium inuersae leges explicare.*

Resolutio prima. Multiplicantur termini duo primi et factum diuiditur per tertium, quotus dabit primum quaesitum. (§. 116)

Casus cum iis, quos praecedente problema te memoravi, conueniunt, nisi quod reciproca uel inuersa ratio in rebus ipsis occurat.

	oper.	dieb.	oper.
<i>Exempl.</i>	40	— 24	— 60
<i>Fiat</i>	$40.24 = 960 : 60 = 16$ dies.		

Resolutio secunda. Si terminus ultimus primo praeponatur, exemplum soluitur regula directa. quia qualem rationem operarii multi ad paucos habent, talem etiam tempus longius ad breuius seruat. e. g. $60 : 40 = 24 : 16$.

SCHOLION.

CLXVIII. *Examen utriusque regulae aureae, praeter conuersa peragitur, qua inuentum pro dato, et ante datum, pro inueniendo habetur.*

DEFINITIO XLV.

CLXIX. *Regula aurea composita est, secundum quam ex terminis quinque datis sextus inuestigatur. Iterumque uel est directa, in qua directa ubique rerum proportio est, uel inuersa, ubi res, quae reciprocam rationem habent, miscentur.*

PROBLEMA XXVII.

CLXX. *Regulae compositae directae leges explicare.*

Re-

Resolutio prima. Quoniam tali exemplo duplex inest analogia directa, bis adhibeatur regula trium. nempe in prima assumantur res, omiſſis circumſtantiis, in ſecunda inter circumſtantias ponatur medio loco numerus quartus modo inuentus, et quotus indicabit ſextum quaſitum. e. g. 9. operarii intra 3 dies 6 perticas cubicas ualli congerunt, quot perticas operarii 12 intra quatuor hebdomades, ſive 24 neceſarios dies congmentant? primo inferatur:

$$9 \text{ — } 6 \text{ — } 12 \text{ f. } 8 \text{ perticae.}$$

deinde aſſumptis circumſtantiis

$$3 \text{ — } 8 \text{ — } 24 \text{ f. } 64 \text{ perticae.}$$

Resolutio ſecunda. Verum compendioſior eſt ſolutio, ſi res per ſuam circumſtantiā multiplicetur, et deinceps una regula aurea directa quartum inueſtigetur: nempe ſi 9 operarii 6 perticas intra triduum congerunt, triplicato eorum numero 27 operarii intra unum diem idem opus peragunt, et 12 operarii intra 24 dies idem abſoluunt, quod 12. 24 = 288 intra unum diem perficere debebant. hinc talis erit analogia:

$$27 \text{ — } 6 \text{ — } 288 \text{ — } 64$$

PROBLEMA XXVIII.

CLXXI. Regulae compositae inuerſae leges explicare.

Resolutio. Ante omnia attendatur, utrum inter res propositas intercedat proportio reciproca, et tum uel duplici regula aurea, altera directa, altera inuerſa, quaestio ſoluatur, uel,

quod eodem recidit, inuerse fiat multiplicatio rerum et circumstantiarum. nempe res prima per circumstantiam ultimam, res ultima per circumstantiam primam multiplicetur, eoque facto una regula aurea directa quantum incognitum quaeratur. e. g. dixi antea §. 164. inuersam reddi rationem, quando componitur numerus operariorum cum tempore, quare quaestio praecedente problemate tractata statim suppeditabit exemplum regulae compositae reciprocae, si ita termini ponantur. 64 perticas intra 24 dies 12 operarii congerunt, quaeritur numerus operariorum, qui 6 perticas intra 3 dies component.

$$64 - 24 - 12 - 6 - 3.$$

analogia prima directa omissis circumstantiis est talis:

pert. oper. pert. oper.

$$64 - 12 - 6 - 1\frac{1}{8}$$

analogia uero secunda reciproca est, quia longo tempore pauci, breui tempore multi operarii opus perficiunt:

dieb. oper. dieb. oper.

$$24 - 1\frac{1}{8} - 3 - 9$$

Porro si una regula directa cupias finire calculum, fit inuersa multiplicatio circumstantiarum, et termini prodeunt tales:

$$64 \cdot 3 = 192 \text{ et } 6 \cdot 24 = 144.$$

Hinc analogia directa componitur:

perticas oper. pert. oper.

$$192 - 12 - 144 - 9$$

Prodit ergo numerus operariorum antea assumtus. DE.

DEFINITIO XLVI.

CLXXII. *Regula societatis* uel *Consortii* appellatur, cuius adiumento commune lucrum uel damnum, inter plures, rem uel negotium commune habentes, distribuitur.

CONSECTARIVM.

CLXXIII. Quoniam igitur tanto amplius lucrum uel damnum in socium redundat, quanto ille in maiorem totius summae portionem ius habet, sequitur, quod cognita summa, quae lucrum uel iacturam fecit, et data ipsius lucri uel damni quantitate, ope regulae aureae inueniatur, quantum ex lucro uel damno cedat illi, qui certam summae partem contulit.

PROBLEMA XXIX.

CLXXIV. *Regulae societatis leges explicare.*

Resolutio. I. Casus primus. quando sola collata, sine addito tempore, cum lucro medio comparantur. assumatur summa collatorum et inferatur: Ut summa tota ad lucrum totum, ita pars summae siue collatum unum, ad portionem lucri, quae illi deberur. et haec illatio toties repetatur, quot sunt collata. *e. g.*

A. 24.

B. 36.

60 Summa. 12 Lucrum

Illat. 1) $60 : 12 = 24 : 4\frac{2}{3}$ A. Lucr.

2) $60 : 12 = 36 : 7\frac{1}{3}$ B. Lucr.

II. *Casus secundus. Quando collatis adhae-*

F 3

rent

rent diuersa tempora; collata singula, per sua tempora multiplicentur, adhibitaque summa factorum, quaeratur portio proportionata unicuius collato, siue facto ex pecunia collata et tempore, et analogia toties, quot sunt collata, repetatur. Evidens enim est, quod multiplicatione collatorum per tempus, omnia ad idem tempus reuocentur. nam qui simplum per biennium contulit, is si duplum dedisset, uno anno idem lucraretur, si quidem, quod hic supponimus, uniforme lucri incrementum decrementumue eueniat, uel ex consensu eorum, quorum interest, contigisse censeatur.

e. g. A. 24. 3 annis

B. 36. 6 annis; Lucrum 18.

72

216

288 Summa.

infer. 1) $288 : 18 = 72 : 4\frac{1}{2}$ Luor. A.

2) $288 : 18 = 216 : 19\frac{1}{2}$ Luor. B.

CONSECTARIUM.

CLXXV. Si partes lucri, quae proueniunt, collectae in summam, lucrum ante datum iterum componunt, praxeos rite tractatae documentum habetur.

SCHOLIUM.

CLXXVI. Regula positionis et alligationis mixtae vel altero exemplo in lectionibus declaranda est. praeterea admonendum hic puto, priorem, post analysin inuentam, nullam amplius usum hodie habere, in altera

inter subinde nodos occurrere, quorum solutio etiam
proiectioribus arithmetici negotium facessit. uid.
Tacqueti arith. pr. IV. 4. §. Wallis op. T. II.
c. 58.

CAPVT VII.

DE

LOGARITHMIS.

DEFINITIO XLVII.

CLXXVII. Logarithmi uocantur nume-
ri aequidifferentes, qui a cifra incipiunt, et
numeris continue proportionalibus ab uni-
tate principium ducentibus adiunguntur.

c. g.

Logarithmi 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Proportionales. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

CONSECTARIVM I.

CLXXVIII. Denominatio logarithmi, qua-
si $\lambda\acute{o}\gamma\alpha\varsigma \alpha\rho\iota\theta\mu\acute{o}\upsilon$, perquam apta est, si quidem
per logarithmos numerorum proportionali-
um distantia ab unitate indicatur.

CONSECTARIVM II.

CLXXIX. Summa autem logarithmorum
talem inter logarithmos profert numerum, in-
ter quem et cifram duo additi medii sunt. nam,
in aequidifferentibus siue arithmetice rationa-
libus continuatis, summa mediorum est aqua-
lis summae extremorum. (6. 103.)

THEOREMA XI.

CLXXX. Summa logarithmorum pro-
dit

dit logarithmum facti numerorum duorum proportionalium.

Demonstratio. Cum enim in multiplicatione, qualem rationem habet unitas ad multiplicantem, talem quoque habeat multiplicandus ad factum, (§. 57.) apparet, in tali analogia factores duos medios esse inter unitatem et factum (§. 114.) Verum aptea dixi, logarithmos additos monstrare numerum, inter quem et cifram duobus additi iacent medii (§. 179.) ergo cum cifra sit logarithmus unitatis, (§. 177.) tales medii aequidifferentes respondent duobus proportionalibus inter unitatem et factum mediis, et quia unitas non multiplicat, (§. 57.) factum responder logarithmorum, qui factoribus adiuncti sunt, summae.

CONSECTARIVM I.

CLXXXI. Vicissim in diuisione, subtracto logarithmo diuisoris, a logarithmo diuidendi, remanet logarithmus quoti. siquidem diuisor in quotum multiplicatus diuidendum producit (§. 66.)

CONSECTARIVM II.

CLXXXII. Et quia quadratus numerus fit multiplicatione radicis in semetipsam, (§. 151) eiusque adeo factores aequales sunt, oportet logarithmum quadrati dimidium sumere, pro logarithmo radicis. Vel logarithmus radicis duplicandus est pro logarithmo quadrati.

CONSECTARIVM III.

CLXXXIII. Similiter, quia cubus habet tres factores

factores aequales, (§. 156.) eius logarithmi pars tertia patefaciet logarithmum radicis et logarithmus radicis triplicatus logarithmum numeri cubici restituet.

CONSECTARIVM IV.

CLXXXIV. Denique in regula aurea directa, ubi duo ultimi multiplicantur, et factum per primum diuiditur, si logarithmis uti liceat, addendi sunt logarithmi duorum ultimorum numerorum, et a summa subtrahendus, est logarithmus primi, residuum dabit logarithmum quarti proportionalis.

SCHOLION.

CLXXXV. *Proprietates logarithmorum pridem perspexit MICH. STIEFELIVS, explicuitque in arithmetica Lib. I. c. 4. Lib. 3. c. 5. conf. WOLFII Lex. Math. p. 822. Veruntamen, ut utilis esset haec proprietas, et ad facilitandam multiplicationem et divisionem maiorum numerorum conducere, effecit primus JO. NEPERVS Baro Merchistonii Scotus, cuius mirifici logarithmorum canonis descriptio prodiit Edinburgi a. 1614. 4. (quamvis KEPLERVS in praec. Tab. Rudolpb. c. 3. contendat, Justum Byrgium multis annis ante editionem Neperianam logarithmorum, inuentionem et usum nouisse, sed hominem cunctatorem foetam in partu destituisse.) Deinceps hortatus Neperi HENR. BRIGGIUS Prof. Oxoniensis logarithmos et concinniores reddidit, et uiginti eorundem chiliades in arithmetica logarithmica uulgauit, quos denique ADR VLACCVS ulterius amplificauit et centum logarithmorum chiliades in eruditi orbis lucem Goudae. a. 1628. f. sub titulo arithmeticae logarithmicae protulit. Quin ipse VLACCKS, et post eundem STRAVCHIVS et alii, contractiones logarithmos, tam uulgariunt numerorum, quam sinuum et tangentium*

tium, tabulis complexi sunt, quales sub finem quaque huius libri dedi. sed ne artificium, quo logarithmi reperiuntur, lateat; breuiter idem sequente problemate describam.

PROBLEMA XXX.

CLXXXVI. Inuenire logarithmum nouenarii.

Resolutio. I. Assumantur proportionales numeri decuplam continue rationem seruantes, cum inscriptis logarithmis

O. 1. 2. 3.

I. 10. 100. 1000. etc.

II. Tum augeantur et superiores et inferiores numeri aliquot cifris, ut fractiones, quae hic uitari non possunt, tanquam maximorum numerorum minutias sine notabili errore praetermittere liceat;

O. 00000000 I. 00000000

I. 00000000 10.00000009

III. Inter proportionales primum et ultimum, unitatem nempe et denarium, quibus cifrae octo adscriptae sunt, quaeratur medius, numeris hisce in se multiplicatis, et ex facto extracta radice quadrata. (§. 118. 154.) praeterea summa assumatur logarithmorum O. 00000000 et I. 00000000 et huius dimidium medii proportionalis logarithmum manifestabit. (§. 103. 177)

IV. Sed quia medius ille extractione radicis inuentus 31622777, nimis adhuc a nouenario

rio, totidem, quibus duo extremi, cifris aucto 9, 00000000, distat, eodemque multo minor est, ideo inter illum et extremum maiorem, 10, 00000000, denuo medius, ipsique respondens, logarithmus eodem, quod nunc descripsi, artificio, inuestigentur, et haec praxis tamdiu continetur, donèc uiginti septem mediis, eorumque logarithmis repertis, nouenarius, totidem, quibus extremi duo gaudent, cifris auctus 9, 00000000, deprehendatur, huiusque logarithmus 0.95424257 pro nouenario seruetur.

SCHOLION.

CLXXXVII. Numeros, quos, suscepta aliquando longi huius problematis solutione, ad exemplum aliorum, quos b. Hambergerus olim Jenensis academiae mathematicos professor celebratissimus, et praeceptor meus, de me meisque studiis optime meritis, mecum benevole communicauerat, reperi et exegi, in dissertatione de, analysi triangulor. planor. p. 10. 11, uulgaui.

CONSECTARIUM I.

CLXXXVIII. Eodem modo numeri binarii et septenarii logarithmus indagatur.

CONSECTARIUM II.

CLXXXIX. Sed datis logarithmis numerorum 1. 2. 7. 9. 10. reliquarum unitatum intermediarum logarithmi ex his facile componuntur. nam 9 est quadratus ternarii, et dimidium logarithmi eiusdem, logarithmum ternarii aperiet (§. 182.) $10:2 = 5$, ideoque a logarithmo denarii detrahatur logarithmus binarii, residuum est logarithmus quinarium, (§. 181) logarithmus senarii fit additis logarithmis

mis 3 et 2, quia $3 \cdot 2 = 6$. (§. 180) denique logarithmus octonarii provenit additis logarithmis 2 et 4, quia $2 \cdot 4 = 8$. (§. 180) similiter in progressu aliorum numerorum logarithmicorum inuentio facilitatur, quae omnia ex natura logarithmorum in principio huius capituli declarata patent.

DEFINITIO XLVIII.

CXC. *Nota characteristica* logarithmorum est. primus numerus, a reliquis puncto seiunctus, qui indicat, ad quam classem, e. g. unitatum, decadum, centenariorum, etc. logarithmus spectet.

CONSECTARIVM -I.

CXCI. Scilicet, servata proportionem decupla, omnes unitates infra decem, habent pro caractere cifram. decades usque ad centenarium, logarithmum auspicantur ab unitate. inde ad mille unitates characteristica est binarius. et sic in reliquis.

CONSECTARIVM II.

CXCII. Numeri igitur, qui in fine cifra augentur, tantum differunt characteristica. e. g. 6. *habet logarithmum* 0. 7781512. *sed logarithmus* 60 *erit* 1. 7781512.

GEOMETRIA

CAPVT I

ETOMETPIA SIVE DE DIMENSIONE LINEARVM.

DEFINITIO I. *inceptum 26 Febr. 1767*

I. *Geometria* est scientia magnitudinis siue spatii, in longum, latum, et profundum extensi.

DEFINITIO II.

II. Extensionis enim siue quantitatis continuæ tria sunt genera. I. *Linea*, siue sola longitudo et simplex extensio in longum, latitudine carens, *que motu generatur*. II. *Superficies*, extensa in longum et latum, quæ motu lineæ generatur, et lineis tanquam finibus clauditur. III. *Corpus*, uel solidum, extensum in longum, latum, et profundum; siue spatium, quod motu alicuius superficiei definitur et superficiebus undique terminatur.

DEFINITIO III.

III. Hætres extensi species, longum, latum et profundum, dicuntur *tres magnitudinis dimensiones*.

CONSECTARIVM.

IV. Quare linea unam dimensionem, superficies duas, solidum tres dimensiones habet.

DEFI-

DEFINITIO IV.

V. Tres species extensionis argumentum tribus geometriae partibus subministrant. Prima, *Euthymetria*, agit de lineis, cuius portio est *Trigonometria*, siue ars, soluendi varias circa triangula quaestiones; altera pars, *Epipedometria*, dimensionem superficierum; tertia, *Stereometria*, dimensionem solidorum docet.

quidni Trigonometria ad hanc partem?

geometria enim multum ad mathematicam explicatam pertinet

SCHOLION.

VI. Etiam in geometriae tractatione theoria cum explicatione praeciosè rectissime coniungitur, tum ut usus ueritatum statim commonstretur, tum ut problematum soluendorum leges ex ueritatibus paulo ante traditis luculentius intelligantur. idemque institutum in his elementis obseruabitur.

DEFINITIO V.

VII. *Punctum* dicitur terminus lineae.

SCHOLION.

VIII. *Puncti* igitur nomen uocabulum technicum est, designando lineae clausulae extremo tributum, quoniam admodum ex ipsa operis Euclidei definitione tertia elucet, ubi extrema lineae puncta uocantur, et descriptio prima, quae punctum dicitur, cuius pars nulla est, quae a multis reprehenditur; ex tertia eiusdem Euclidis definitione declarari debet.

DEFINITIO VI.

IX. *Linea recta* est, quae ex aequo inter sua interiacet puncta, siue cuius omnes et singulae partes similes sunt, et in idem punctum extremum sine ambage diriguntur. *Curua*, est cuius partes inter puncta extrema

rema ex aequo non interiacent. Ortus lineae puncti infecabilis motu, quem cogitatione fingimus, solet illustrari.

CONSECTARIVM.

X. Linea ergo recta breuissima est extensio inter duo puncta.

HYPOTHESIS I.

XI. Quia pro lineis maioribus metiendis minores quaedam tanquam mensurae adhibendae sunt, (§. 3. proleg.) necessum est, ut hae accurate definiantur. Itaque in geometria pro mensura linearum babeatur decempeda, siue pertica in decem pedes diuisa, pedi iterum decem digiti uel pollices, et digito decem lineae uel grana tribuantur. signum perticae sit o. pedis I. digiti II. lineae III. *Julius habet totum pedem a priore I = 6 pedes*

SCHOLION I.

*p = 12 p. et
h lignis*

XII. Huius decempedae magnitudo ut certa sit, prius determinanda est longitudo pedis; sed haec moribus utensium diuersa admodum inualuit, quamobrem dederunt operam artifices, ut pedum passim usitatorum proportionem cognitam perspectamque haberent. qua in re pridem elaborauit VILLEBRORDVS SNELLIUS Eratosthenis Bataui Lib. 2. c. 2 et 4 contendit idem p. 150 pedem Rhinlandicum siue Leidensem Romano ueteri parem esse, diuisoque pede Rhinlandico in partes 1000, reliquis partes similes respondentes assignas. Verum cum ipse Snellius palam fateatur, p. 141, se accuratas plerorumque pedum exterorum mensuras obtinere non potuisse, non licet in numeris ab ipso iudicatis acquiescere. Proferam igitur nonnullorum pedum

pedum rationes ab aliis repertas. Pedis Londinensis et Parisini ratio 15:16 nota est. Comparationem pedis Parisini et antiqui Romani GASSENDVS in V. Peiresc p. 131. numeris 1000. et 906 expressit. HEVELIUS proleg. Selenogr. p. 12. proportionem pedis Gedanensis, Rbinlandici et Parisini habet 914:1000:1055. PICART itin. Vrauib. p. 2. pro ratione pedum Parisini, Leidensis et Hafniensis hos numeros affert., 720:696:709. J. C. EISENSCHMID de ponder. et mensur. uet. Rom. Gr. et Hebr. p. 93. sq. pedum Parisini, Rbenani, Londinensis, et Romani, tales proportionem habet: 1440. 1391. 1350. 1320. BEYER in museo Sinico, praef. p. 134. Sinici et Parisini pedum rationem laudat 676:639 add. L. LE COMTE Nouv. Memoir. sur l'estat present de la Chine. T. II. p. 82. Comparationem pedis Romani cum aliis celebrioribus instituit Ricciolus geogr. reform. L. 2. c. 7.

SCHOLION II.

XIII. Cognita pedum duorum ratione, et summa pedum, quam linea quaedam continet, potest inueniri numerus alterius generis pedum, qui eadem linea capiuntur. Sed pro soluendo hoc problemate, adhibenda est regula aurea inuersa (§ 166. arith.) quia quanto maior est alicuius pedis longitudo, tanto minor pedum illorum numerus ab aliqua linea continetur. e. g. ratio p. Lond. et Paris. est 15:16 dantur 500 pedes Londinenses, quaeritur aequipollens numerus pedum gallisorum. inferendum est reciproce $16:15 = 500:468 \frac{3}{4}$

SCHOLION III.

XIV. In Saxonia pes Dresdensis et Lipsiensis praeter ceteris celebrantur. et quindecim pedes Lipsienses componunt perticam Saxonicam. pes uero noster in 12 pollices scatur. In usus practicos etiam haec et alia quauis pertica in decem partes, et decima pars in denos digitos disparti solet.

SCHOLION IV.

XV. Geodacta, qui in campo lineas metiri recte cupit,

cupit, ad manus habeat CATENAM METATORIAM, ex filis orichalceis uel ferreis mediocris spissitudinis, quae singula pedem unum uel dimidium longa sint, sic compositam, ut minimum quinque perticas, signis suis distinctas, complectatur. caueat uero a funiculis, qui, etiamsi oleo sincti fuerint, contractioni tamen et diductioni uarie sunt obnoxii.

CONSECTARIUM.

XVI. Illud autem ex hypothesi proposita dilucide apparet, quod cum species mensurarum geometricarum eandem, quam numeri uulgares, proportionem decuplam seruent, earundem additio, subtractio, multiplicatio et diuisio hoc adminiculo egregie faciliorentur, quia reductio sine ullo labore fieri potest. e.g. 2° , siue duae perticae, sunt $20'$ uiginti pedes, uel $200''$ ducenti pollices etc. Sint ergo addendi numeri, 2° , $3'$ et 4° , $7'$, $6''$, reducitur primus ad speciem, quae in secundo occurrit, minimam, addita cifra, et deinde fit additio, obseruata ratione decupla. $2^{\circ}; 3', 0'' + 4^{\circ}, 7', 6'' = 7^{\circ}, 0', 6''$. eodem modo fit etiam subtractio. similiter multiplicatio et diuisio decimalium, per numeros abstractos uel uulgares, non differt a praxi simili numerorum uulgarium. Reliqua in secundo et tertio geometriae capite suis locis explicabuntur.

DEFINITIO VII.

XVII. *Circulus* est linea curua, quae (F. I. a lineae rectae AC, in C affixae, et circa hoc
G pun-

punctum in orbem circumductae, extremo puncto A describitur.

DEFINITIO VIII.

B.C.D. XVIII. Punctum in circulo medium C *centrum*; ipsa curua circularis *periphēria*, siue *circumferentia*, linea quaevis recta BCD, ab uno peripheriae puncto ad oppositum D per centrum C descripta, circulumque, per cuius medium ducitur, bifariam secans, *diameter*, dimidia illius pars AC *semidiameter* siue *radius*, denique recta EF, a puncto peripheriae ad aliud quoduis eiusdem peripheriae punctum oppositum producta, *chorda* uel *subtensa* dicitur.

CONSECTARIVM I.

XIX. Omnia ergo peripheriae puncta aequae ab sunt a centro.

CONSECTARIVM II.

XX. Et radii unius circuli sunt aequales; aequales quoque radii aequales circulos efficiunt.

CONSECTARIVM III.

XXI. Super recta autem linea BD, assumpto in eadem centro C, tantum potest describi semicirculus. Demonstrationem huius propositionis a Thalete compositam ex Proclo affert *Clavius* ad Eucl. Lib. I. def. 17.

HYPOTHESIS II.

XXII. *Omnis circuli circumferentia a*
geo-

1 quia 60 est numerus qui dividitur per 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 10. 12. 15.
 18. 20. 24. 30. 36. 40. 60. 72.
 GEOMETRIA. 99 90. 120. 180.

GEOMETRIA.

geometris diuiditur in 360 partes (°) aequales, quae gradus appellantur. Quamobrem semicirculo 180, quadrantibus, uel quartae parti circuli, 90 gradus tribuntur. gradus quilibet capit 60 scrupula, siue minuta prima, primum quoduis 60 secunda continet. Character graduum est °. minuta prima una uirgula I, minuta secunda, duabus II, tertia, tribus uirgulis III, designantur. ubi decemata, pedes. Digiti lineae.

DEFINITIO IX.

XXIII. *Parallelae* lineae sunt, (F. 2. 3. quae quousque libet continuatae semper eandem distantiam seruant. Circuli paralleli sigillatim uocantur *concentrici*, quia ex eodem centro disparibus radiis describuntur.

CONSECTARIUM.

XXIV. Lineae rectae parallelae quousque libet ex utraque parte productae, in neutram sibi mutuo incidunt, uel concurrunt.

PROBLEMA I.

XXV. *Data distantia parallelarum* (F. 4. ipsas ducere.

Resolutio. Super linea recta AC assumitur data distantia parallelarum circino, positoque pede circini in linea AC, illo intervallo tan-

G 2

quam

(°). Antiquitas huius partitionis patet ex Plinio H. N. L. 2. c. 23. Ptolemaeo magno

quam radio describuntur arcus B, et D, et regula horum extremis imponitur, et linea BD ducitur, quae alteri erit parallela. (§. 19.) Q. E. F.

SCHOLION.

XXVI. *Fiunt etiam parallelae ope duarum regularum transuersis uinculis copulatarum. nec non beneficio tabulae delineationum, (Germ. Reisbret) uerum haec raro ab arculariis perfecte paratur.*

DEFINITIO X.

XXVII. Parallelis lineis opponuntur *in-* F. 5.) *clinatae et conuergentes*, AB et CD, quae alibi plus, alibi minus distant. item F. 6.) *concurrentes* EF, GF, quae in uno puncto concurrunt. *contingentes*, recta et F. 7. 8.) *curua*, uel duae curuae, quae in uno puncto ita iunguntur, ut continuatae altera F. 9.) *alteram non secet*. denique *secantes*, quae se inuicem plane penetrant.

DEFINITIO XI.

XXVIII. *Angulus* dicitur duarum linearum concurrentium alterius ad alteram in F. 10. 11.) *clinatio*, qualis oritur, cum duae lineae AC, BC, in puncto C connexae, motu circulari ita a se inuicem diductae sunt, ut centrum motus sit in puncto concursus. Is angulus est *rectilineus et planus*, quando duae rectae eum claudunt, *curuilineus* uel *sphaericus*, quando inter duos arcus circuli interiacet. Lateralia, quae angulum continent, illius *crura* dicuntur, et punctum C, in quo crura concurrunt, *vertex anguli* nominatur.

CON-

CONSECTARIVM I.

XXIX. Anguli quantitas innotescit, quando magnitudo arcus circularis A B determinatur, et quo maior minorue hic est arcus, eo etiam maior minorue est angulus ipsi respondens. anguli autem aequales, arcubus quoque uel mensuris aequalibus gaudent.

CONSECTARIVM II.

XXX. Seruata linearum inclinatione, si crura anguli producantur uel currentur, illius quantitas nec augetur nec minuitur.

SCHOLION I.

XXXI. Disputatum etiam est de angulo CONTACTVS u, quem arcus circuli cum linea tangente intercipit, utrum angulis possit accenseri. Affirmabat quaestionem CLAVIVS, negabat PELETARIVS. et huic merito adstipulamur, quia talis non est angulus contactus, qui mensuram pariatur. WALLIS Op. T. I. p. 605. nec iuuatur Clavius definitione EUCLIDIS, qui I. def. 8. uocat angulum $\gamma\pi\alpha\mu\mu\alpha\iota\omega$ $\alpha\lambda\acute{\iota}\sigma\tau\alpha$, inclinationem linearum, siquidem ex sequentibus eiusdem libri propositionibus perspicue intelligitur, Euclidi de angulo, qui arcu mensuratur, ubique sermonem esse. conf. TACQVET. Elem. geom. L. III. prop. 16.

SCHOLION II.

XXXII. Quando angulus designatur tribus literis, quae lineis angulum capientibus adscriptae sunt, illa litera medio loco ponenda est, quae uertici anguli adiacet. *Ex. p. 10. Angulus. a c b. b c a non a b c*

SCHOLION III.

XXXIII. Ut solutio problematum geometriae practicae melius intelligatur, libet hoc loco paucis describere organa praecipua, quibus geodactae utuntur, omis-

sis interim figuris, quia eadem in lectionibus coram ob-
oculos ponere, et de compositione et usu uberius rursus dis-
serere satius duco.

I. Primum quidem praxi geometriae operam daturus
erit, ut ad manus sit *CAPSULA*, qua duo *CIRCINI*,
quorum alteri pedes nonnulli mobiles aptari possint, nec
non penna, semicirculus in gradus integros et dimidios
diuisus, (*TRANSPORTATORIUM* vulgo vocant).
NORMA, cui scalae, et pollicum quorundam pedum
celebriorum mensurae inscriptae sunt, item *PARAL-
LELISMI ORGANON* (§. 25.) continentur.

II. Deinde paranda est *MENSULA* quadrangu-
laris, latere sesquipedali, sic innixa tripodi, ut ad si-
tum horizonti parallelum et uerticalem facile accom-
modetur.

III. In hac mensula, ut lineae uisae in campo respon-
dentes describantur, *REGULA* necessaria est, lignea
uel orichalcea, cui pinnacidia uel *DIOPTRAE*, affixae
sunt, quarum rimae extremae regulae lineae immi-
nere.

IV. Praeterea etiam *BACULI* aliquot quinque
pedes longi, infra ferreis cuspidibus armati, in prom-
tu sint, qui signandis in campo lineis inferuiunt.

V. De *CATENA METATORIA* iam dixi §. 15.

VI. Porro, ut instrumenta situ horizontali et uer-
icali ponantur, *LIBELLA*, itemque filum, e qua
PONDUSCULUM pendet, adhiberi debent. Libella
multis modis fieri potest. facillimus est, si ex altero
normae latere pondus paruum a filo suspendatur, quod
dum lineae perpendiculari imminet, situm horizonta-
lem baseos manifestat. quemadmodum de hac re infra
lib. hydraulica latius dicetur.

VII. Tametsi autem paucis hisce et parabilibus in-
strumentis mensiones camporum institui peragique pos-
sint, aliquando tamen opportunum est, angulorum
quoque magnitudines graduum, quos continent, numero
definire. Idque efficitur *CIRCULO* uel *SEMICIR-
CULO* in gradus, et graduum sextas uel denas par-
tes diuiso, cui duo dioptrarum paria, alterum mobile,
(re)

(regula haec mobilis dioptras gestans albidada dicitur) iterum immobile, imminens. **ASTROLABIUM** vulgo hoc organon vocant, quia similia olim astris spectandis fuerunt adhibita.

VIII. *Astrolabio solet affigi compassus, siue PYXIS MAGNETICA*, in qua acus, magnetica virtute imbuta, intra circulum in gradus diuisum, fulcro innititur. quae tum ad plagas mundi, tum ad angulorum magnitudines inueniendas idonea est.

IX. Paratur etiam talis capsula magneticam acumen continens, et dioptris duabus immobilibus super linea meridiana erectis, instructa, absque astrolabio. et **BOVSSOLE** vocatur.

X. Denique motiendis angulis, quorum crura in altum diriguntur, inseruit **QVADRANS** siue quarta circuli pars, in nonaginta gradus, et minores graduum partes secta, dioptris et pondere e filo pendente gaudens. Sed de his aliisque organis ex institutione agit **NICOLAUS BION** libro peculiari de constructione et usu instrumentorum mathematicorum, quem ex gallico in germanicum idioma transtulit, egregiusque accessionibus locupletavit **Clariss. DOPPELMAYERVS** et sub tit. *der mathematischen Werckschule* vulgavit Norimbergae a. 1713. 1717. 1723. 4. gallice prodit Parisiis. 8. 1709.

DEFINITIO XII.

XXXIV. *Angulus rectus* fit, cum (F. 13. recta linea AB, super altera CD sic consistit, ut in neutram inclinet partem. Recta AB sic alteri insistens dicitur *perpendicularis* uel *normalis*.

SCHOLION.

XXXV. *Instrumentum ex duabus regulis perpendicularibus, quae angulum rectum continent, factum, NORMA* vocatur (G. 3.) illius inuentorem *Pythagoram* laudat **VITRUVIVS** L. 9. c. 2.

THEOREMA I.

XXXVI. *Mensura anguli recti est quadrans, siue arcus 90. graduum.*

F.20.) *Demonstratio.* Dum enim linea CD perpendiculariter super altera AB erecta in neutram partem inclinat, efficit utrimque angulos ACD, DCB aequales, (§. 28.) sed super linea AB, assumpto in eadem centro C, tantum potest describi semicirculus, (§. 21.) ergo utrimque angulo recto C pro mensura respondet arcus semicirculi dimidijs, siue quadrans. (§. 22)
Q. E. D.

DEFINITIO XIII.

F.14.) XXXVII. Angulus recto maior CDB obtusus, sed CDA recto minor acutus appellatur. duo hi etiam obliqui anguli dicuntur.

PROBLEMA II.

XXXVIII. *Perpendiculararem lineam ducere.*

F.15.) *Resolutio I.* In linea AB ex puncto C erigendum est perpendicularum. Sumantur circino utrimque a puncto C aequales partes AC, CB, et ex A et B, intervallo arbitrario, circino fiant arcus sese secantes in D, inde ducatur linea DC, haec erit perpendicularis desiderata.
Q. E. F.

Demonstratio. Cum enim intervalla AD, DB sint aequalia, et $AC = CB$; manifestum est, lineam DC sic super altera consistere, ut in neutram partem inclinet. (§. 34)

II. Compendiosius ope normae perpendicularum erigitur (§. 34)

PROBLEMA III.

XXXIX. *Lineam rectam datam AB in duas partes aequales diuidere.* (F. 16.

Resolutio. Intervallo, quod dimidia linea maius est, ex utroque lineae extremo A et B, circino fiant arcus supra et infra lineam sese intersecantes in D et E, ducatur DCE, haec diuidet lineam AB in duas partes $AC = CB$. Q. E. F.

Demonstratio. Est enim linea DE ad rectam AB perpendicularis, quia in neutram partem extremam inclinatur, dum nempe puncta D et E aequè distant ab extremis A et B, (§. 34. 36.) ergo singula quoque illius puncta aequè absunt ab A et B, (§. 9) adeoque C est in medio lineae AB. Q. E. D.

PROBLEMA IV.

XL. *Angulum rectilineum metiri.*

Resolutio I. In charta uel tabula ad punctum concursus crurum anguli applicatur transportatorii centrum, et diameter eiusdem alterutri cruri imponitur, et in peripheria semicirculi numerantur gradus, et graduum partes, quae inter utrumque crus intercipiuntur, ex his quantitas anguli cognoscitur.

II. *In campo*, postquam crura anguli baculis perpendiculariter positis signata sunt, in vertice eius collocatur mensula, et in eadem

acu infixa assumitur punctum, quod uertici anguli metiendi imminet, applicataque ad acum regula dioptris instructa, ad ductum linearum in campo signatarum, aliae in mensula fiunt, quae similem angulum, transportatorio uel semicirculo deinceps metiendum, sistunt. *Vel aliter.* in uertice anguli ponitur astrolabium, et dioptrae secundum crura anguli diriguntur, tum numerantur gradus et minuta, quae inter lineas, quibus dioptrae imminet, occurrunt. F. 17.) III. Quando autem alterum anguli crus AC a plano in altum assurgit, uocatur in auxilium quadrans, et per dioptras respicitur punctum altitudinis A , tum filum CF , a quo pondus pendet, in arcu quadrantis DF , resecabit numerum graduum anguli metiendi.

Demonstratio. Quia ad mentionem anguli tantum requiritur determinatio magnitudinis arcus, qui angulo tanquam mensura opponitur, (§. 28) et ex fabrica instrumentorum, quorum nunc usum docui, apparet, quod his gradus et graduum partes, quibus aliquis arcus finitur, deprehendantur, nullum puto, circa priores duas solutiones, de earum ueritate dubium superesse posse. In tertia autem solutione notandum est, quod, cum anguli GCF et DCF recti et aequales sint, (siquidem experientia constat, pondus e filo pendulum, semper perpendiculum ad lineam horizonti parallelam BC indicare; (de angulo quadrantis u. §. 34 et 33. n. 10) et linea DC tantum discedat a perpendiculari,

diculo CF , quantum CE discedit a linea CG , anguli GCE et DCF sunt inter se aequales. (§. 28. 29) mox uero etiam alio ex principio ostendam, angulos ACB et GCE , quorum uertices opponuntur, aequales esse, (§. 48) ergo arcus DF est mensura anguli ACB . (§. 23. Arith.)

PROBLEMA V.

XLI. *Angulum angulo aequalem facere.*

Resolutio. Fiat arcus dati anguli mensurae aequalis, in charta ope semicirculi, in campo mensula uel astrolabio, et poterunt facile eidem alia crura accommodari.

Sigillatim in charta solo circino hoc problema soluitur; dato angulo ACB fit (F. 18. 19. aequalis, si intervallo arbitrario AC circino assumpto, pede altero in uertice C posito, ducatur arcus AB ; et deinde super linea cb eodem intervallo ex c describatur arcus aequalis ab , et ducatur crus ca . (§. 29.)

DEFINITIO XIV.

XLII. *Anguli contigui sunt, qui (F. 21. communi lateri adiacent. e. g. x et y .*

THEOREMA II.

XLIII. *Cum recta linea AB , super rectam CD consistens facit angulos contiguos X et Y , illi iunctim duobus rectis aequales sunt.*

De

Demonstratio. Nam super linea CD, sumto in eadem centro, tantum potest describi semicirculus, (§. 21.) ergo anguli omnes, qui fiunt concursu rectarum in puncto B, pro mensura habent semicirculum, (§. 29.) et duobus rectis aequipollent. (§. 33.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

XLIV. Si tantum duo sint contigui, et unus eorum rectus fuerit, etiam alter rectus erit.

CONSECTARIVM II.

XLV. Si unus fuerit acutus, alter erit obtusus. et uno cognito, alter habet complementum ad 180. gradus.

CONSECTARIVM III.

F. 22.) XLVI. Si infra lineam, a lineis se inuicem penetrantibus, denuo anguli contigui o , s , oriantur, etiam hi duobus rectis aequipollent, et omnes supra et infra lineam anguli, a lineis rectis, quae in eodem puncto se inuicem secant, geniti, quia pro mensura totum habent circum, iunctim quatuor rectis aequales sunt.

DEFINITIO XV.

F. 22.) XLVII. *Anguli ad uerticem oppositi* sunt, quorum uertices opponuntur, et qui fiunt a lineis se inuicem secantibus. n et s it. m et o .

THEOREMA III.

XLVIII. *Anguli uerticales oppositi sunt aequales.*

Demon-

Demonstratio. Nam coniunguntur $n + m = 180$ gradibus, (§. 43) et $m + s = 180$ gr. ab his aequalibus ablato communi angulo m , superfluit aequales n et s . (§. 26. arith.) similiter ostenditur, quod sit $m = o$. Q. E. D.

DEFINITIO XVI.

XLIX. *Triangulum planum* est figura tribus rectis lineis comprehensa. Linea, cui innititur, *basis*, reliquae duae *crura* uocantur. punctum summum basi oppositum *vertex* dicetur.

DEFINITIO XVII.

L. *Triangulum* ratione (F. 23. 24. 25. laterum, est uel *aequilaterum*, quod habet tria latera aequalia, uel *isosceles* et *aequicrurum*, quod duo tantum habet latera aequalia, uel *scalenum*, quod tria latera habet inaequalia.

DEFINITIO XVIII.

LI. Ratione angulorum *triangulum* est uel *rectangulum*, in quo unus angulus est rectus, uel *acutangulum*, cuius tres anguli sunt acuti, uel *obtusangulum*, cuius unus angulus est obtusus.

DEFINITIO XIX.

LII. *Hypotenuſa* est linea maxima (F. 26. trianguli rectanguli AC, quae recto angulo opponitur. *Catetus* in eodem triangulo uocatur crus perpendiculare angulo recto adiacens, AB uel BC.

THE-

THEOREMA IV.

LIII. *In quovis triangulo duo latera iunctim sumta reliquo sunt maiora.*

F.26.) *Demonstratio.* Cum enim linea recta AC sit brevissima, quae inter duo puncta interiacet, (§. 10.) necessum est, quamlibet lineam, quae praeter rectam duo illa puncta coniungit, maiorem extensionem habere. ideoque $AB + BC > AC$.

PROBLEMA VI.

LIV. *Ex tribus rectis lineis, quarum duae quaelibet reliqua tertia sunt maiores, triangulum componere.*

F.29.) *Resolutio.* Linea maxima 1 sumatur pro basi AB, dein capiatur circino altera 2, et ex baseos altero extremo A hoc intervallo arcus ducatur in C, denique tertia linea 3 itidem circino assumpta, ex altero extremo B, eodem intervallo arcus prior secetur, et ad punctum intersectionis C ex baseos utroque extremo ducantur crura AC, et BC. Quae constructio ex trianguli definitione manifesta est.

CONSECTARIVM.

LV. Similiter triangulum aequilaterum, tantum una linea cognita, et aequicrure, duabus lineis datis, formari potest. siquidem in aequilatero eadem linea ter ponitur, in aequicrura crus utrimque aequale super basi collocatur.

DEFINITIO XX.

LVI. *Congruae figurae sunt, quarum altera*

tera alteri applicata cum eadem plane conveniat, ita, ut si altera alteri imponeretur, eandem regeret et occultaret.

CONSECTARIVM.

LVII. Talis congruentia figurarum requirit absolutam tam totius quam partium singularum aequalitatem, et de quibuscunque figuris ostendi potest, quod congruant, illas aequales esse oportet.

SCHOLION.

LVIII. Hoc axioma obscuritatis nonnulli accusant, et quantitatum sibi mutuo applicandarum et superponendarum rationem, tanquam mechanicam, et geometriae ignominiosam, traducunt, u. HVETII Demonstr. Euangel. axiom. 4. §. 2. p. 26. Verum non opus est, ut figura reuera alteri superponatur, sed comparatio sola cogitatione instituitur, atque ita absolute et abstracte congruentia figurarum deprehenditur.

THEOREMA V.

LIX. Triangula ABC , DEF , (F. 30. 31. in quibus unus angulus B , uni angulo E , aequalis est, et duo latera AB , BC , duobus lateribus DE , EF , alterum alteri, aequalia sunt, tota sunt aequalia.

Demonstratio. Congruunt enim latera $A B = DE$ et $B C = EF$, ob aequalitatem, (§. 57.) et angulus B congruit angulo E , quo facto punctum A in punctum D , et extremum C in extremum F incidit, ergo linea AC congruit lineae DF , (§. 10) et sic etiam anguli A et D , itaque C et F congruunt, et triangula tota sunt inter se aequalia.

THE-

THEOREMA VI.

LX. *Triangula, quae habent duos angulos, $B = E$ et $C = F$, singulos utrimque aequales et latus BC lateri EF aequale, tota sunt inter se aequalia.*

Demonstratio modo propositae omnino similis est, quia facta utriusque figurae comparationeprehenditur, quod singulae utriusque trianguli partes congruant, unde aequalitas partium et totius colligitur.

his ergo Δ g habet vel 2 lineas vel 2 ang. **SCHOLION.**

lor redt 2 lineam vel **LXI.** *Quod in duobus triangulis, quorum singula latera sunt inter se aequalia, etiam anguli a lateribus aequalibus comprehensi, et tota triangula aequalia sint, infra monstrabitur. (§. 127.)*

PROBLEMA VII.

LXII. *Daro triangulo aequale constituere.*

Resolutio. Fiat angulus E aequalis angulo B , et latera DE et EF reddantur aequalia lateribus AB et BC , et erunt triangula aequalia. (§. 59) *Vel fiant duo anguli duobus angulis aequales, et unum latus alterius trianguli lateri aequale, ita denuo triangula aequalia componentur. (§. 60)*

SCHOLION.

LXIII. *In charta usum pro soluendo proposito problemate praestat circinus tripus, cuius ope triangularis figura quacvis plana assumi et in alium locum transferri pro libitu potest.*

THEO.

THEOREMA VII.

LXIV. *Anguli A et B, qui sunt (F. 32. in triangulo isosceli ad basin, sunt aequales.*

Demonstratio. Facto arcu circuli AB, assumantur in eodem arcus AE et EB aequales, deinde ex centro C ducantur radii CA, CB et puncta A et B linea recta iungantur, ita triangulum ABC fit isosceles (§. 20. 50) Porro ducatur ex centro ad medium arcus linea punctis signata CDE; erunt anguli x et y aequales, quia mensuras AE et EB aequales habent, (§. 29) quomobrem, quia $AC = CB$, et CD est media et communis, triangula CAD, et CDB congruunt, (§. 59) ideoque angulus A aequalis angulo B. Q. E. D.

CONSECTARIUM I.

LXV. Quia tota triangula aequalia sunt, etiam anguli contigui ad D aequales et recti sunt, (§. 44) et latera AD et DB congruunt, adeoque perpendicularis est linea CDE, quae ex centro ducta, et chordam ADB in duas partes secans, secat etiam arcum chordae oppositum AEB in partes aequales. et vicissim linea chordam bisecans ad angulos rectos, per centrum transit.

CONSECTARIUM II

LXVI. Quia aequilaterum triangulum est etiam isosceles, quomodocunque idem statuatur, palam est, in triangulo aequilatero omnes angulos inter se aequales esse.

PROBLEMA VIII.

LXVII. *Angulum datum in duas partes diuidere.*

F.33.) *Resolutio.* Ex uertice anguli F, ducatur arcus HG, assumptoque interuallo arbitrario, et circini pede altero posito in H et G, alterò pede ducantur arcus sese secantes in I: inde ad uerticem anguli F linea describatur; haec diuidet angulum F in duas partes.

Demonstratio. Nam si cogitetur subiecta arcui subtensa HG, erit ad eam perpendicularis linea FI, (§. 38) quae lineam GH, (§. 39) et arcum, et angulum ipsi oppositum, (§. 65) in duas partes secat.

PROBLEMA IX.

LXVIII. *Triangulum planum quoduis circulo inscribere.*

F.34.) *Resolutio.* Diuidantur latera trianguli duo AB, AC, in duas partes, rectis perpendicularibus. (§. 38) hae ubi concurrunt, centrum *m* circuli circa triangulum circumscribendi monstrant.

Demonstr. Fac enim triangulum circulo iam inscriptum esse, singula illius latera erunt subtensae arcuum oppositorum, (§. 18.) sed perpendicularis, quae subtensas in duas partes secat, in centrum dirigitur, (§. 65) ergo ubi duae tales perpendiculares lineae concurrunt, ibi centrum circuli indicabunt.

CON-

CONSECTARIVM I.

LXIX. Simili artificio, quacumque tria puncta non in directum posita, circuli peripheria possunt comprehendere.

CONSECTARIVM II.

LXX. Et dati circuli uel arcus cuiuslibet centrum incognitum reperitur, si duae sub arcu illo subtensae fiant, et hae per rectas normales in duas partes secantur.

DEFINITIO XXI.

LXXI. Recta transversa EF, secans (F. 35. duas parallelas AB, CD, angulos octo efficit, quatuor *externos* extra parallelas, et quatuor *internos* intra parallelas. Duo autem interni, quorum alter iuxta lineam transversam infra ab una parte, alter supra ab altera parte, et vicissim, positus est, *alterni* dicuntur. quales sunt x et u . it. y et z .

THEOREMA VIII.

LXXII. *Angulus externus o interno oppositus x ad eandem partem est aequalis.*

Demonstr. Fac enim lineam AB aequabili motu in alteram CD demitti, immota interim linea EF, quo facto cadit angulus o in angulum x, et cum hoc congruit, ergo externus interno oppositus aequalis est. (S. 57.) Idem valet de angulis r et y Q. E. D.

CONSECTARIVM.

LXXIII. Ergo etiam externus o aequalis est

externo opposito w , quia $w = x$; (§. 48. add. §. 23. arith.)

THEOREMA IX.

LXXIV. *Anguli alterni u et x sunt aequales.*

Demonstr. Quia $o = u$, (§. 48.) et $o = x$, (§. 72.) erit etiam $u = x$. (§. 23. arith.) similiter ostenditur, quod $s = y$.

THEOREMA X.

LXXV. *Anguli interni ad idem latus positi s et x sunt duobus rectis aequales.*

Demonstr. Nam $o + r = 2$ rectis, s. 180 gr. (§. 43.) sed $r = s$, (§. 48.) et $o = x$ (§. 72.) ergo substitutis aequalibus, (§. 23. arith.) erit $s + x = 180$ gr. s. duobus rectis. similiter ostenditur, quod $u + y = 180$ gr.

CONSECTARIVM.

LXXVI. Quando igitur recta in duas alias incidens, easdemque secans, efficit, uel angulum externum interno opposito, uel externum externo opposito aequalem, uel angulos alternos aequales, uel duos uni lateri adiacentes duobus rectis aequales, lineae a transversa sectae inter se sunt parallelae. Siquidem ex allatis demonstrationibus apparet, istas angulorum externorum et internorum proprietates tum demum locum habere, quando lineae sunt parallelae.

THEOREMA XI.

F.36) LXXVII. *Parallelae inter parallelas sunt aequales.* DE.

Demonstr. ducta enim transuersa MP inter parallelas MN et OP, $\triangle MOP \equiv \triangle MNP$, siquidem, si lineae illae fuerint parallelae, anguli alterni sunt aequales, (§. 74.) nempe $o = s$, et $x = y$. et linea MP est utrique communis, (§. 60.) quapropter $MN \equiv OP$, et $MO \equiv NP$. Q. E. D.

PROBLEMA X.

LXXVIII. *Parallelas lineas, sub quocunque angulo ad aliam rectam inclinatas ducere.*

Resolutio. Lineae AB, quae sub angulo x ad alteram BD inclinata est, parallela CD describitur, si fiat angulus x aequalis angulo y , et ducatur CD. sic enim, postquam angulus externus y opposito interno x aequalis redditus est, lineae AB et CD sunt parallelae (§. 72. et 76.)

THEOREMA XII.

LXXIX. *Tres anguli in quouis triangulo plano sunt duobus rectis aequales.*

Demonstr. ducatur ABC basi DE (F. 38. parallela, erit $x = 2$ et $y = 3$, (§. 74.) Verum $x + 1 + y = 180$. (§. 43) ergo substitutis aequalibus etiam $1 + 2 + 3 = 180$. (§. 23. arith.) Q. E. D.

CONSECTARIUM I.

LXXX. Cognitis ergo duobus angulis trianguli scaleni, tertius tanquam complementum ad 180 gr. simul innotescit.

e. gr. si noty angulus ad 40° ergo angulus adbas
(180 - 40) : 2. = 60. Inter
n8 GEOMETRIA.

CONSECTARIVM II.

LXXXI. In triangulo isosceli, quia duo anguli ad basin sunt aequales, (§. 64.) cognito uno, reliqui duo non possunt ignorari.

CONSECTARIVM III.

LXXXII. In triangulo aequilatero, ubi singuli anguli sunt inter se aequales, (§. 66.) quilibet angulus capit duas tertias unius recti, siue 60 gradus.

CONSECTARIVM IV.

LXXXIII. Inde, ut hoc obiter adiiciam, patet facilis anguli recti trisectio. nempe P. 39. fiat triangulum aequilaterum ABC , et super basis extremo puncto erigatur perpendicularum DB , erit angulus DBA pars tertia anguli recti DBC , quia ABC capit duas tertias anguli recti, quod si hic angulus ABC bifariam secetur linea bd (§. 67.) erit rectus in tres partes diuisus.

CONSECTARIVM V.

LXXXIV. Porro in eodem triangulo tantum unus rectus uel recto maior angulus existere potest. et quando unus est rectus, reliqui duo acuti, iunctim 90. gr. siue rectorum angulum, componunt, et unus acutorum est alterius complementum ad rectum.

CONSECTARIVM VI.

LXXXV. Si duo anguli unius trianguli, sunt duobus angulis alterius trianguli aequales, tertius quoque tertio aequalis erit.

THEOREMA XIII.

LXXXVI. *Angulus externus, x (F. 40, qui oritur, continuato uno trianguli latere, aequalis est duobus internis oppositis o et n.*

Demonstr. Nam $x + y = 180$ gr. (§. 43.) item $y + o + n = 180$ gr. (§. 79.) subtracto ex aequalibus summis communi angulo y , supersunt aequales $x = o + n$. (§. 26. arith.) Q. E. D.

DEFINITIO XXII.

LXXXVII. *Similes figurae sunt, quae et singulos angulos singulis aequales habent, et latera, quae aequalibus angulis opponuntur, proportionalia.*

THEOREMA XIV.

LXXXVIII. *Linea DE basitrianguli parallela, ita secat latera, ut partes ad latera, a quibus resectae sunt, similem habeant rationem.*

Demonstr. Fac enim lineam secantem DE, primum in uertice A positam, inde seruatofitu ad basin parallelo descendisse, sequitur, quod, quocunque loco intermedio (e. g. in DE) haereat, similes utriusque lateris portiones AD et AE absoluerit, siquidem latera illa considerantur tanquam uia, per quam linea DE ad basin BC tendit, et quemadmodum, ob situm parallelum, puncta eius extrema simul utrimque debent basin attingere, ita etiam consistens loco quodam intermedio, utrimque si-

miles viae illius partes emetitur; nempe, cum unius lateris dimidium pertransiit, etiam alterius lateris dimidium emensa est. idque de quavis alia proportionem valet, ergo $AB:AD = AC:AE$. uel alternatim (§. 112. arith.) $AB:AC = AD:AE$. Q. E. D.

CONSECTARIUM I.

LXXXIX. Quin etiam residua eandem quam latera habent rationem, quia differentia antecedentium et consequentium rationem antecedentis ad consequentem seruat. (§. 113. n. 2. arith.) nempe $AB - AD:AC - AE = DB:EC = AB:AC$.

CONSECTARIUM II.

F. 42.) XC. Imo si plures ducantur basi parallelae, ab et cd , erunt omnia laterum segmenta proportionalia. Ex demonstratione enim proposita eiusdemque coniectario eluceat veritas sequentium proportionum.

$$FG:FH = aF:bF = aG:bH$$

$$oF:dF = cG:dH$$

$$eF:dF = ac:bd = cG:dH$$

CONSECTARIUM III.

XCI. Vicissim, si linea quaedam DE secet latera trianguli proportionaliter, erit basi parallela.

THEOREMA XV.

XCII. In triangulis aequales angulos habentibus latera aequalibus angulis opposita sunt proportionalia.

De.

Demonstr. Fac $\triangle ABC$ habere simi- (F. 43. les angulos cum paruo $\triangle \alpha\beta\gamma$, ut nempe $A = \alpha$, $B = \beta$, $C = \gamma$. Ponatur paruum triangulum in vertice maioris, quod ob angulos A et α aequales fieri potest. (§. 57.) quia anguli $\beta = B$ et $\gamma = C$, erunt lineae $\beta\gamma$ et BC parallelae, (§. 76.) ergo valet proportio $AB:AC = \alpha\beta:\alpha\gamma$. Porro ob angulos B & β aequales, habeatur B pro uertice, et AC pro basi, iterumque in uertice B ponatur paruum triangulum, idem quod ante eueniet, linea $\alpha\gamma$ erit parallela lineae AC , et inde deducitur analogia, $AB:BC = \alpha\beta:\beta\gamma$. ergo utrimque ob rationem alternatam, (§. 112. arith.) $AB:\alpha\beta = AC:\alpha\gamma = BC:\beta\gamma$ Q.E.D.

CONSECTARIUM.

XCIII. Talia triangula aequi. ngula merito uocantur similia, quia aequales sunt anguli, et eadem est laterum proportio. (§. 87.) adeoque ob similitudinem notarum, quibus discernuntur, distingui non possunt, nisi praesentia comparentur. (§. 8. arith.)

PROBLEMA XI.

XCIV. *Lineam rectam in quasunque partes datas diuidere.*

Resolutio. Casus I. *quando linea di-* (F 44. *uidenda est in partes aequales.* Ducantur aliquot parallelae omnes aequali intervallo a se inuicem seiunctae (§. 24.) tum circino capiatur linea diuidenda AC , et in parallelas illas sic transferatur, ut inter puncta A et C tot inter-

ualla parallelarum intercipientur, quot linea partes æquales est habitura; quo facto puncta sectionis parallelarum, indicabunt æquales lineæ AC partes quæsitæ.

Demonstratio. Nam $AB:AC = AI:AE = A2:AD$. erit ergo AE pars tertia, sicuti AI est pars tertia lineæ AB. (§. 88.) etc.

F. 45.) *Casus 2. Quando diuidenda est linea in partes inæquales, secundum proportionem partium, in quas alia linea iam secta est.*

Super linea iam diuisa EF, erigitur triangulum æquilaterum, DEF, (§. 54. 55.) deinde linea diuidenda transfertur in latus utrumque huius trianguli æquilateri, in DG et DH, et ducitur recta GH, denique ex uertice huius figuræ ad baseos diuisiones o et m ducuntur rectæ aliae, hæ in punctis 1 et 2 diuident rectam GH. sicuti altera EF diuisa fuit.

Demonstratio. Quia $DG = DH$, erit GH parallela basi EF, (§. 91.) ideoque ualeat analogia $DE:EF = DG:GH$, et cum $DE = EF$, erit etiam $DG = GH$. ergo etiam ob similitudinem triangulorum, per ductas ex uertice lineas factorum, erit $DE:EO = DG:G1$. et $DE:EM = DG:G2$. est ergo linea GH diuisa ea proportione, qua basis EF secta fuit. Q. E. F.

CONSECTARIUM.

XCV, Si linea diuidenda maior sit linea iam diuisa EF, continuantur latera trianguli DEF ultra

ultra basin, donec in eadem possit linea diu-
denda deponi;

PROBLEMA XII.

XCVI. *Datis duabus lineis inuenire ter-
tiam proportionalem.*

Resolutio. 1. Fiat angulus cuiuscun- (F. 46.
quelibet magnitudinis EAD , et in crus eius
inferius prope uerticem transferatur prima ex
datis AB , in crus alterum superius transferatur
secunda AC , et ducatur linea CB , quae prio-
rum linearum extrema puncta connectit;

2. primae iungatur secunda in $BD = AC$ et
ex D erigatur DE parallela priori CB , (§. 78.)
tum CE erit tertia proportionalis.

Demonstratio. Nam ob parallelas CB et
 DE talis in istis lineis analogia locum habet
 $AB : AC = BD : CE$ (§. 89) sed $AC = BD$,
ergo CE est tertia proportionalis. (§. III. arith.)

PROBLEMA XIII.

XCVII. *Datis tribus lineis inuenire
quartam proportionalem.*

Resolutio. 1. Iterum fiat angulus (F. 46.
quiscunque A , et in eius crus inferius iuxta
uerticem datarum prima AB , in crus superi-
us altera AC transferatur, et linea CB duca-
tur.

2. Deinde tertia iungatur primae in BD ,
et erigatur DE parallela CB . erit CE quar-
ta quaesita.

Demonstratio plane similis est eius, quam
modo attuli, DE.

DEFINITIO XXIII.

XCVIII. *Scala geometrica*, (Germ. *ein verjüngter Maasstab*.) est schema, quo mensurae geometricae, singulae in decem partes diuisae, minutis lineis exhibentur. Alii *instrumentum partium* uocant.

PROBLEMA XIV.

XCIX. *Scalam geometricam delineare.* F. 47.) *Resol.* 1. In recta AC assumantur decem partes aequales, et extremo A imponatur perpendicularis AB; eademque similiter in decem aequales partes diuidatur.

2. Per intersectiones perpendicularis ducantur inferiori parallelae, et in harum supremam BD, eadem, quae in infima assumptae fuerant, decem partes aequales transferantur.

3. Ex puncto perpendiculi extremo B, uersus punctum 9 in linea infima, ducatur transversa B9, et huic delineentur, per singulas supremae et infimae lineae diuisiones, parallelae; in fine autem C iterum erigatur perpendicularis CD.

4. Linea AC in supremam et infimam aliquoties transferatur, et erigantur perpendiculara ex E, F etc.

5. Denique adscribantur diuisionibus huius scalae numeri, quos figura ob oculos ponit.

Demonstr. Si linea AC habeatur pro mensura perticae, significabunt decem eius partes pedes geometricos, et lineae parallelae basi, in $\triangle AB9$, interceptae inter perpendiculum
AB

AB et lineam transversam $B9$, exhibent denas partes pedis, siue pollices. (§. II.) Nam omnia et singula, quae ducta transversa enascuntur, triangula, ob lineas basi parallelas, et angulum B communem, sunt aequiangula et similia, adeoque valent analogiae, $BA : A9 = B1$. Item $BA : B1 = A9 : 1m$ et $BA : B2 = A9 : 2n$ etc. (§. 92.) ideoque $1m$ est pars decima lineae $A9$, quemadmodum $B1$ est pars decima lineae AB .

CONSECTARIVM I.

C. Hac igitur scala trium mensurarum geometricarum partes representantur. si AC assumatur pro mensura pedis, denae eius partes digitos referunt, et digitorum decimae partes, siue lineae, particulis $1m$, $2n$ etc. designantur.

CONSECTARIVM II.

CI. Liquet inde, $1m$ esse centesimam partem lineae AC , atque adeo hoc artificio linea recta in centum aequales partes dispescitur.

CONSECTARIVM III.

CII. Illud per se quisque intelligit, scalas eiusmodi diuersa magnitudine fieri posse, prout nempe lineas mensurarum geometricarum maioribus minoribusue aliis ob oculos ponere libuerit.

CONSECTARIVM IV.

CIII. Praeterea, si uisum non fuerit, tres species mensurarum geometricarum, tali scala laboriosius exhibere, sufficit nonnunquam,
 si

F.48.) si in linea recta A B tantum duae species earundem mensurarum repraesententur.

CONSECTARIUM V.

CIV. Usus scalae geometricae in promptu est. nempe linea (ex figura uel schemate, cui scala illa aptatur,) circino assumpta in scalam transfertur, et quidem in inferiorem lineam, ita statim patefcet, quot integra et denas eorum partes complectatur. si ulterius ex tertia specie minutiae continentur, illae reperiuntur, promotio uel forsum in linea perpendiculari E G, uel F H etc. circini pede, donec alter pes incidat in intersectionem parallelae cuiusdam et transuersalis, in reticulo A B C D; quota enim linea illa, cui altera mensuranda circino applicatur, ab infima est, tot speciei tertiae particulas, ultra duas species priores, linea metienda capit. quod solius schematis contemplatione patescit. e. g. Linea X Z, (si A C pro pertica habeatur) comprehendit duas decempedas, tres pedes, et quatuor insuper digitos. similiter etiam datae alicuius lineae partes uel mensurae ex scala geometrica desumuntur.

PROBLEMA XV.

CV. *Inuenire distantiam duorum locorum A B, quae ob impedimentum intermedium decempeda, mensurari nequit,*

F. 49.) *Resolutio prima.* 1. Statuatur loco quodam tertio C baculus, et inde mensureretur distantia A C, et transferatur retro in eadem re-
cta

cta linea in E, mensuretur porro distantia baculi medii ab altero extremo CB, et transferatur in D, et tum in E tum in D baculus collocetur; erit linea DE aequalis quaesitae distantiae AB.

2. Si lineis AC et CB retro producendis spatium non sufficit, saltem pars aliquota, dimidia, tertia, etc. transferatur in lineas posteriores, et inter harum puncta extrema similis pars aliquota distantiae, nempe FG interiacebit.

Demonstratio. In primo casu, $\triangle ACB = CDE$, ob angulos ad uerticem C aequales (§. 48.) et aequalia duo latera. ergo $DE = AB$. (§. 49.) in casu secundo, ob similem partium aliquotarum proportionem, ualet analogia, $CF:CD = CG:CE$. ergo FG est basi DE parallela, (§. 91.) et triangula CFG et CDE sunt similia. ideoque proportio locum habet $CF:CD = FG:DE$ uel AB. Q. E. D.

Resolutio secunda 1. Mensula (§. 33.) (F. 50. ponatur quocunque loco tertio C, ex quo utrumque lineae meriendae extremum conspici potest.

2. Figatur in eadem acicula, eique applicetur regula dioptris instructa, et uersus L et M ducantur lineae.

3. Mensurentur distantiae CL et CM, et assumantur in scala geometrica mensurae similes, (§. 104.) et ex C in lineas super mensula ductas transferantur; tum ducatur linea no,
et

et eadem scala mensuretur, et innotescet lineae LM magnitudo.

Demonstr. Quia assumtae in scala partes nc, co , sunt lateribus LC, CM proportionales, nq est basi parallela, (§. 91.) et triangulum minus est maiori simile, (§. 92.) et latus no in scala assumptum par lateri inueniendo LM.

Resolutio tertia. Si ope astrolabii, h. e. circuli vel semicirculi, mensuretur angulus C, et decem pedita definiantur latera illum intercipientia, triangulum maioris simile ope semicirculi et scalae geometricae componitur. nempe semicirculo angulus eiusdem magnitudinis efficitur, et ex scala similes laterum inuentorum (§. 41) lineae eidem angulo applicantur. (§. 104) quo facto, tertia trianguli huius linea quaesitam distantiam indicabit.

PROBLEMA XVI.

F. 51.) CVI. *Inuenire distantiam duorum locorum AB, quorum unum saltem extremum est accessum.*

Resolutio prima. 1. Assumatur locus quidam tertius C circa extremum B, illiusque distantia ab extremo B, nempe BC in recta linea transferatur in BD, et ubique baculi distincte conspicui ponantur.

2. In linea recta CA, statuatur alius baculus E, et distantia eius a medio BE transferatur, seruata recta linea in F.

3. Tum retrocatur et punctum quaeratur

G

G, ex quo baculi FD, et duo extrema A et B utrimque in recta linea appareant. ibi erit $GB = AB$.

Demonstratio. $\triangle EBC = \triangle BFD$, ob angulos ad uerticem aequales et duo utrimque latera aequalia, (§. 59) ergo angulus $C = D$. Quare etiam $\triangle ABC = \triangle BDG$, quia anguli ad uerticem B, (§. 48) et duo reliqui ad C et D aequales sunt; et $BC = BD$. (§. 60) ergo $AB = BG$.

Resolutio secunda. 1. Mensula ponatur in extremo accesso B, et eligatur praeterea alius stationis secundae locus C.

2. Fixa acicula in mensula in puncto i , quod extremo B imminet, per dioptras regulae innixas respiciantur puncta A et C, et lineae uersus eadem in mensa ducantur.

3. Mensuretur linea BC decempeda, et illius mensurae ex scala desumptae transferantur in lineam, quae in tabula uersus secundam stationem directa est, in iC .

4. Transportetur deinde mensa, et statuatur in puncto extremo secundae stationis C, eo quidem modo, ut linea Ci dirigatur uersus extremum B, quod regula dioptris instructa monstrat.

5. Eoque situ seruato, respiciatur per dioptras alterum extremum A, et notetur prioris lineae, in mensa ex B uersus A in prima statione productae, intersectio in m , erit $mi = AB$. Nam ex ante dictis liquet similia esse $\triangle \triangle$
 I Cim ,

Ci m, CAB, ergo interuallum *m i* ex scala desumptum aequatur lineae AB.

Resolutio tertia ope astrolabii, datae in praecedente problemate, prorsus similis est. quia ex duobus angulis C et B goniometrico organo mensuratis, cognito latere CB, potest adhibita scala geometrica formari triangulum *Cmi*, simile maioris ABC. (§. 92.)

CONSECTARIVM I.

CVII. Hoc problemate latitudinem alicuius fluminis inueniri posse palam est.

CONSECTARIVM II.

CVIII. Si propter spatii angustiam in prima solutione totae lineae BC, BE transferri ultra B non possint, sufficit, si partes aliquotae earum in BH et BI assumantur, ita similis portio BK, lateris $BG = AB$ reperitur. v. probl. praec. add. §. 92.

PROBLEMA XVII.

CIX. *Inuenire distantiam duorum locorum, ad quorum neutrum accedere licet.*

F. 53.) *Resolutio prima.* Si baculis et decempeda uti libeat, bis repetatur problema proxime antecedens, quo lineae $AC = CL$ et $CB = CK$, inueniuntur, eoque facto ob angulos ad uerticem C aequales, $\triangle ABC = \triangle CKL$, et $AB = KL$. (§. 59.)

F. 54.) *Resolutio secunda.* 1. Adhibita mensula, eliguntur duae stationes D, C, et in prima,

ma, iuxta regulam dioptris instructam et in puncta B, A, D, directam ducuntur lineae.

2. Deinde mensurata distantia CD, ex scala assumitur in oe , et posita mensula iuxta punctum D, directaque linea oe , ad priorem stationem, ex o aliae lineae versus A et B ducuntur, haec ubi secant lineas in prima statione factas, figuram illam totam ABCD, parva forma exhibent, et una distantia AB eadem scala metiendi definitur,

Demonstratio. Nam $\triangle roe \equiv \triangle ADC$ ob angulos ad o et e communes, et $oe \equiv DC$, per hypoth. praeterea $\triangle one \equiv \triangle BDC$ ob similem rationem, (§. 60) ergo etiam $\triangle rne \equiv \triangle ABC$, (§. 59) et $rn \equiv AB$.

Resolutio tertia. Organo gonimetrico quaeruntur anguli ad o et e , et linea oe ex scala assumpta, possunt triangula parva roe , one et rne similia maiorum ADC, BDC et ABC, (uel potius, ob aequipollentiam laterum minorum scala mensuratorum, et maiorum, decempera similiter determinatorum, aequalia) componi, quo facto nescitur $rn \equiv AB$.

SCHOLION.

CX. Geodactam in tractandis hisce problematibus cauere oportet, ne nimis exiguae stationum distantiae assumantur, tum etiam ne mensula a situ horizontali, et baculi a situ perpendiculari deflectant, uterque enim error praxin turbare et ancipitem dimensionem reddere solet.

PROBLEMA XVIII.

CXI. Altitudines metiri.

F. 55.) Resolutio prima. *Cas. 1. Si accessa est altitudo;* assumantur duo baculi, DE, FH, prior quinque, alter octo uel nouem pedum altitudinem habeat. minor quocunque libet loco statuatur, eique oculus applicetur. deinde baculus maior a socio ad perpendicularum in FH sic ponatur, ut oculus puncto D admodum, baculi maioris et perpendiculari metiendi summa puncta F et A in eadem recta linea conspiciat. quo facto mensuretur tum distantia baculi minoris ab altitudinis metiendae perpendicularo, DB, tum distantia DG et differentia FG baculorum. et quia $\triangle DFG \sim DAB$, ob angulum D communem, et rectum G recto B parem (§. 85. 95.) ualet analogia.

$$DG : GF = DB : BA$$

cuius cum tres termini priores dati sint, tertius latere non potest. siue numeris, (§. 115. arith.) siue lineis (§. 97.) problema soluere lubet. denique ad AB si addatur BC = DE, (§. 77.) tota altitudo AC innotescet.

Cas. 2. Si inaccessa fuerit altitudo, prius distantia CE quaeratur, (§. 106.) et modo explicata solutio adhibeatur.

F. 56.) Resolutio secunda ope mensulae.

Cas. 1. Si accessa est altitudo, mensula statuatur in C, et situ uerticali firmetur. hinc ad aciculam in c fixam applicetur regula, et designetur horizontalis linea cb, uertanturque dioptrae in uerticem A, et ducatur ca; postea mensuretur linea CB, et ex scala transferatur in

in $c b$, ex puncto b erigatur perpendicularis $a b$
 $\equiv A B$. (§. 60.)

Casus 2. Si altitudo fuerit inaccessa, (F. 57. aut prius inuestigetur distantia, stationis cuiusdam a perpendicularo, et solutio modo data seruetur, aut eligatur duplex locus stationis in N et M . in prima statione N ducatur in mensula linea uersus uerticem A , et horizontalis $o r$, et mensuretur distantia stationum $M N$, eademque ex scala in linea $r o$ definiatur. tum posita mensula in M , applicatis dioptris ad punctum r , respiciatur iterum fastigium A , et linea ducatur ex hac, ubi secat priorem in k , demittatur perpendicularum $k l \equiv A L$. nempe triangula $o r k$, $k l r$ similia, uel potius, ob similem mensurarum lineis utrimque competentium numerum, aequalia sunt triangulis $A M N$, et $A L M$, (§. 60.) ergo $k l \equiv A L$.

Resolutio tertia. Quomodo utroque casu, angulis duobus, circulo uel semicirculo dioptris instructo repertis, et linea stationum data, formari possit exiguum, ope scalae geometricae, triangulum, quod maioris omnino simile existat, et perpendicularum incognitum manifestet, id quidem proxime praecedentium problematum exemplis dilucide est monstratum.

DEFINITIO XXIV.

CXII. *Angulus ad centrum* est, cuius crura in circuli centro concurrunt; *angulus*
ad

ad peripheriam, cuius crura in puncto peripheriae concurrunt.

THEOREMA XVI.

CXIII. *Angulus ad centrum BCD est F. 58.) duplus anguli ad peripheriam BAD , quando utriusque crura eidem peripheriae arcui innituntur.*

Demonstratio. In casu primo; ubi unus erus anguli ad peripheriam per centrum transit, alterum vero extra centrum est, in triangulo ACD isosceli (§. 20.) anguli ad basin A et D sunt aequales, (§. 64.) et externus $DCB = A + D$, (§. 86.) qui cum sint aequales, angulus ad centrum DCB est duplus anguli ad peripheriam DAB .

F. 59.) *In casu secundo.* quando erus utrumque anguli ad peripheriam extra centrum sic est positum, ut alterum ab una, alterum ab altera parte centri statuatur, ducta ex uertice anguli ad peripheriam per centrum linea ACE , his casus primus prodit. nempe $x = 2n$. et $y = 2r$ per casum I. ergo etiam $x + y = 2n + 2r$. (§. 25. arith.) siue BCD est duplus anguli BAD .

F. 60.) *In casu tertio.* quando utrumque erus anguli ad peripheriam ab una centri parte collocatur, $y + x = 2r + 2n$ per cas. I. $x = 2n$ per eund. cas. I. ergo $y = 2r$. (§. 26. arith.)
Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CXIV. Anguli ergo in peripheria, (F. 61. A, B, quorum crura eidem uel aequalibus arcibus innituntur, sunt aequales, quia sunt dimidii aequalium angulorum ad centrum. (s. 30. arith.) Anguli uero in peripheria, qui inaequalibus arcibus innituntur, sunt inaequales. maior est, qui opponitur arcui maiori, minor, qui opponitur arcui minori.

CONSECTARIVM II.

CXV. Mensura anguli ad peripheriam est dimidius arcus peripheriae, cui crura anguli insistant.

CONSECTARIVM III.

CXVI. Quare angulus in semicirculo (F. 62. A, cuius crura diametro insistant, rectus est. Et ducto semicirculo, plures in eodem recti anguli facili negotio fiunt. Indeque etiam modus, normam ab artifice paratam examinandi discitur.

CONSECTARIVM IV.

CXVII. Angulus ad peripheriam, cuius crura maiori arcui, quam est semicirculus, insistant, obtusus uel recto maior, et qui minori arcui, quam est semicirculus, opponitur, acutus uel recto minor est.

PROBLEMA XIX.

CXVIII. *Perpendiculararem lineam in alterius extremo A erigere.* (F. 63.)

Resolutio. I. Supra lineam datam assumatur,

quocunque libet loco, centrum C, et ex eodem circulus per extremum A, super quo perpendicularis erigenda est, describatur.

2. Ex puncto altero B, quod circulus eandem lineam secans designat, per centrum ducatur diameter BCD, et ex D ad A demittatur perpendicularum quaesitum. siquidem angulus DAB est rectus, (§. 116) qualis a perpendicularibus lineis clauditur. (§. 34.)

PROBLEMA XX.

CXIX. *Inter duas rectas lineas medias F. 64.) proportionalem inuenire.*

Resolut. 1. Rectae datae AB, BC iungantur, et super lineam compositam ABC describatur semicirculus.

2. Dein ex puncto connexionis B erigatur perpendicularis BD, haec erit media proportionalis quaesita.

Demonstr. Triangula ADC, ABD et BDC sunt aequiangula et inter se similia, (§. 93.) quia rectus r aequalis angulo in semicirculo ADC, (§. 116.) et anguli s et o sunt communes tum maximo, tum minoribus duobus triangulis, ex quo liquet, angulos omnes et singulos aequales esse, (§. 85.) ergo valet analogia, (§. 92) $AB:BD = BD:BC$, et BD est media inter datas. (§. 111. arith.) Q. E. I. et D.

CONSECTARIUM I.

CXX. Omnes igitur lineae, a punctis peripheriae in diametrum perpendiculariter productae,

ductae, mediae sunt inter segmenta diametri.

CONSECTARIVM II.

CXXI. Et quia $\triangle ADC$ semper est rectangulum, apparet, perpendicularem, quae ex angulo recto demittitur in hypotenusam, dividere triangulum in duo alia rectangula inter se et totius similia.

PROBLEMA XXI.

CXXII. *Inter duas rectas lineas (F. 65. AB, AC, inuenire duas medias continue proportionales.*

Resolutio. 1. Iungantur AB et AC ad angulos rectos, et componatur figura quadrilatera et rectangula ABCD.

2. Ducantur in hac figura diametri CB, AD, et continentur lineae AB et AC.

3. Tum regula admouetur angulo D, et circini pes alter in centro figurae G ponatur, alter uero pes uersus E et F expandatur, et regula tandiu hinc inde moueatur, donec lineae GE et GF pares sint. quo facto erit EC prima et BF altera proportionalis quae sita.

Demonstratio. Nam $\triangle DBF \sim \triangle ECD$, quia rectus B recto C aequalis, et E = D oppositi inter parallelas. (§. 72.) ualetque analogia, (§. 85. 92.)

$$CD : EC = BF : BD. \text{ uel}$$

$$AB : EC = BF : AC. (\S. 23. \text{arith.})$$

SCHOLION.

CXXIII. *Modum hunc mechanicum HERO inuenit, teste EVTOCIO commentar. ad Archim. d. sphaera et cylindro p. 15. quo loco idem plures alias eiusdem problematis solutiones a ueteribus mathematicis ingeniose excogitatas laudat. recentioris aevi inuenta, quae ad hanc quaestionem pertinent, passim ab analyticis scriptoribus traduntur, sed quia mechanicae solutionis nunc feci mentionem, admonendum duco, quemadmodum haec a solutione geometrica differat. SOLVTIO nempe QVAESTIONIS GEOMETRICA est, quae secundum clara et indubia geometriae principia peragitur, ita ut omnia problematis tractandi momenta certa sint. MECHANICA nero (ἀπὸ τῆς μηχανῆς ab instrumento dicta) sit ope instrumenti, quandoquidem illius fallax et dubia est applicatio. Veluti cum in ante proposito exemplo regula ad uerticem anguli D admodum tamdiu huc illuc est promouenda, donec puncta E et F aequae distent a centro figurae G, quod non nisi saepius tentando, mutandoque organum situm deprehendere licet. conf. NEWTONI Principior. phil. mathem. praef. adde sis diss. de discrimine demonstrationum et constructionum geometricarum et mechanicarum. a. 1717. editam.*

THEOREMA XVII.

CXXIV. *Arcus aequales in eodem circulo opponuntur subtensis aequalibus.*

F. 66.) *Demonstr.* Sint arcus aequales A G B et B F C, ducantur sub his subtensae AB, BC, has aequales esse assero; nam si delineentur ab harum extremis radii ad centrum D, erit $\triangle ADB = \triangle BDC$. siquidem arcus aequales, angulis ad centrum aequalibus opponuntur, (§. 29.) et radii eiusdem circuli, siue latera AD, DB,

DB, DC etiam sunt aequalia, (§. 20.) ergo $AB = BC$ (§. 59.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CXXV. Quando arcus sunt inaequales ~~etiam~~ etiam subtensae inaequales, nempe maior arcui maiori, minor arcui minori opponitur.

CONSECTARIVM II.

CXXVI. Et quia constat, omne (F. 67. triangulum circulo inscribi posse, (§. 68.) hoc si factum ponatur, anguli in triangulo singuli ad peripheriam consistunt, quorum dupli sunt anguli ad centrum iisdem arcubus oppositi (§. 113.) quare angulus trianguli minor C opponitur arcui minori AEB, angulus uero maior A opponitur arcui maiori BFC. sed maius latus, arcus maioris, minus latus, arcus minoris subtensa est, ex quo consequitur, in triangulo maiorem angulum lateri maiori, minorem angulum lateri minori opponi.

CONSECTARIVM III.

CXXVII. Praeterea ex his alia ueritas, cuius iam supra memini (§. 61) fuit. nempe in duobus triangulis, quorum singula tria latera sunt aequalia, etiam anguli sunt aequales. Inscripto enim trigono intra circulum, aequales subtensae respondent aequalibus arcubus, et hi aequales angulos ad centrum, et ad peripheriam, (§. 113) siue angulos in trigono pares definiunt.

THEOREMA XVIII.

CXXVIII. *Diameter circuli est omnium, quae in circulo eodem duci possunt, subtensarum maxima.*

Demonstratio. Ducatur enim alia quaecumque linea DE diametro AB admodum uicina, minor illa est diametro. nam delineatis radiis DE, CE, in $\triangle DCE$, est $DE < DC + CE$ (§. 10.) et quia $DC + CE = AB$, erit $DE < AB$.

PROBLEMA XXII.

CXXIX. *Data diametro circuli peripheriam metiri. et uicissim, cognita peripheria, diametrum inuenire.*

Resolutio. I. Postquam solertissimorum quorundam geometrarum industria, diametri et peripheriae proportionibus, satis quidem exactae, inuentae sunt, his tantisper nunc utemur, donec infra in trigonometria plana occasio subministrabitur, eandem proportionem inueniendi et demonstrandi. nempe, habet se diameter ad peripheriam secundum

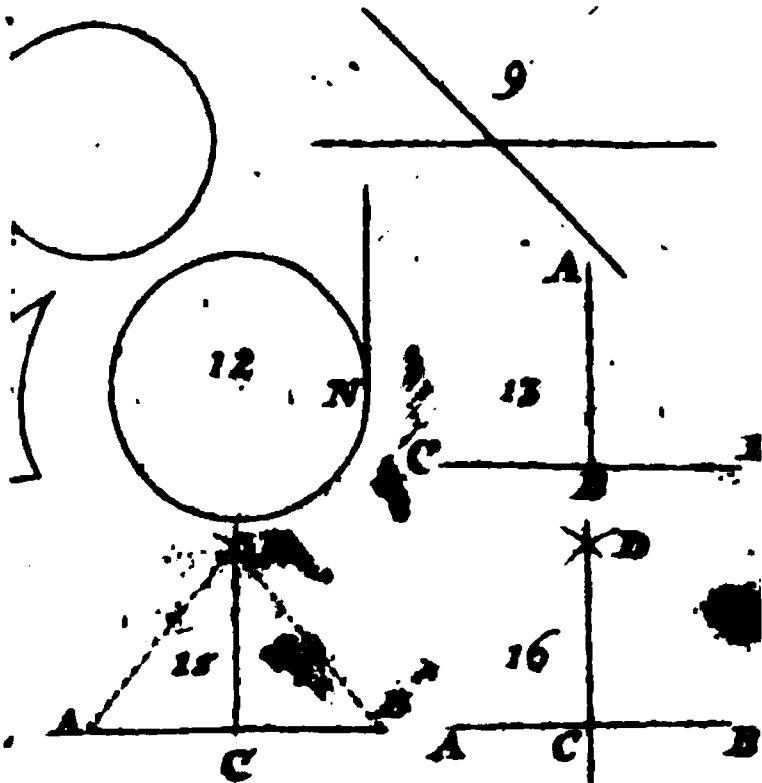
Archimedes 7 : 22.

Lud. Culenium 100 : 314, quem ego sequor.

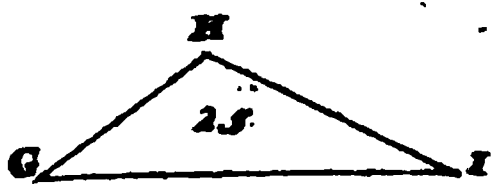
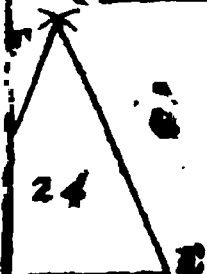
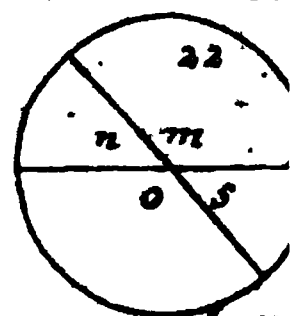
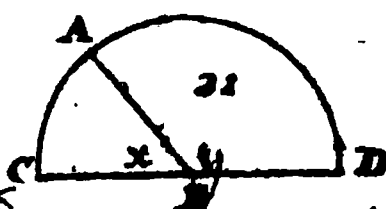
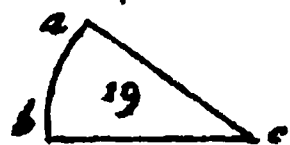
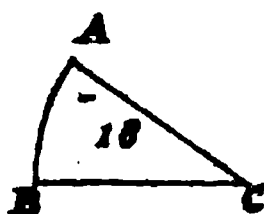
Adr. Metium 113 : 355

data igitur cuiuscunque circuli diametro, ipsa peripheria simili, proportionem definita, regulae aureae (§. 115. arith.) beneficio deprehenditur. e. g. sit circuli diameter $2^{\circ} . 5' . 6''$. peripheria inuenitur talibus proportionibus:

7 : 22



34



2

7

8

9

10



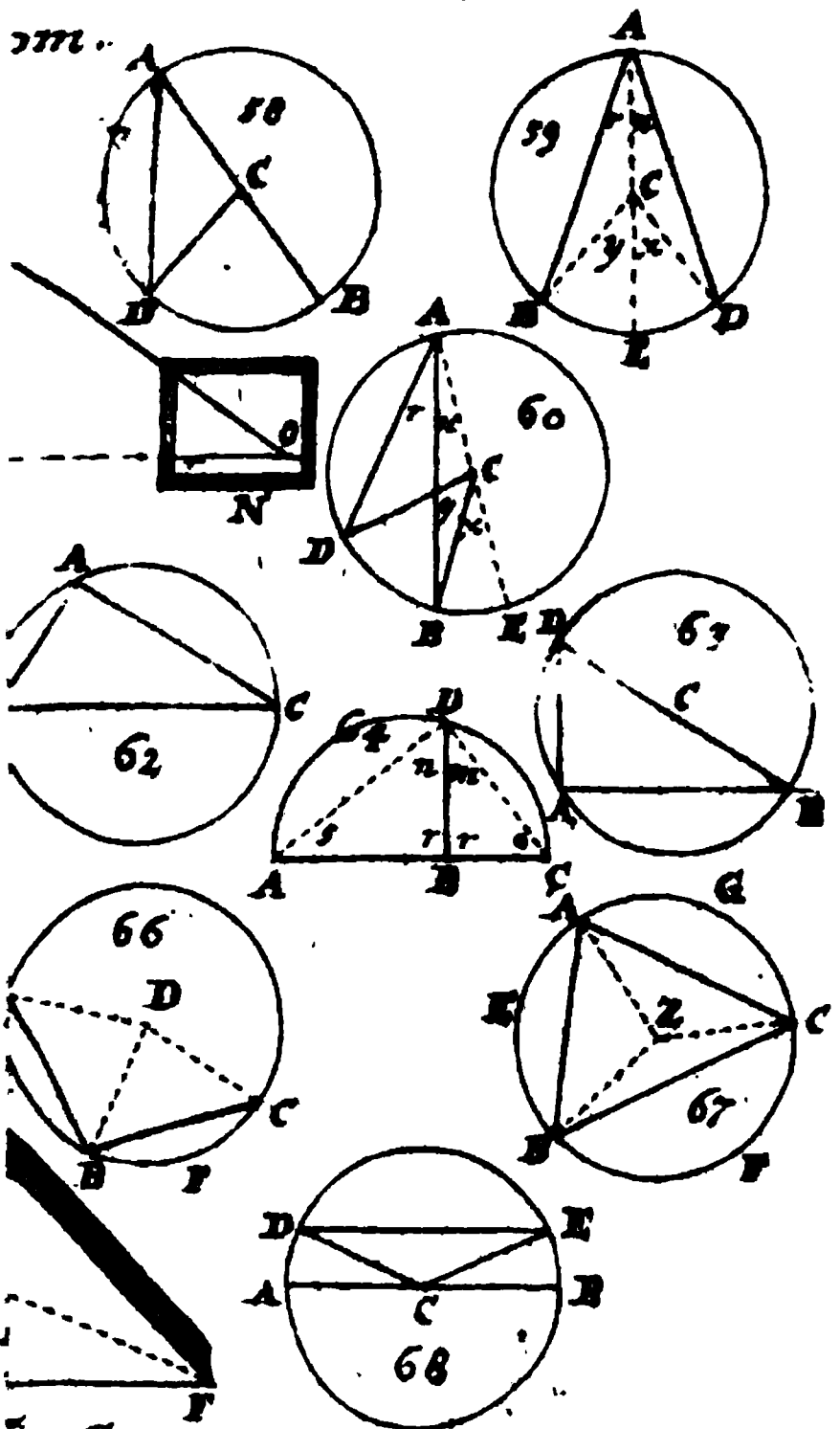
7

8

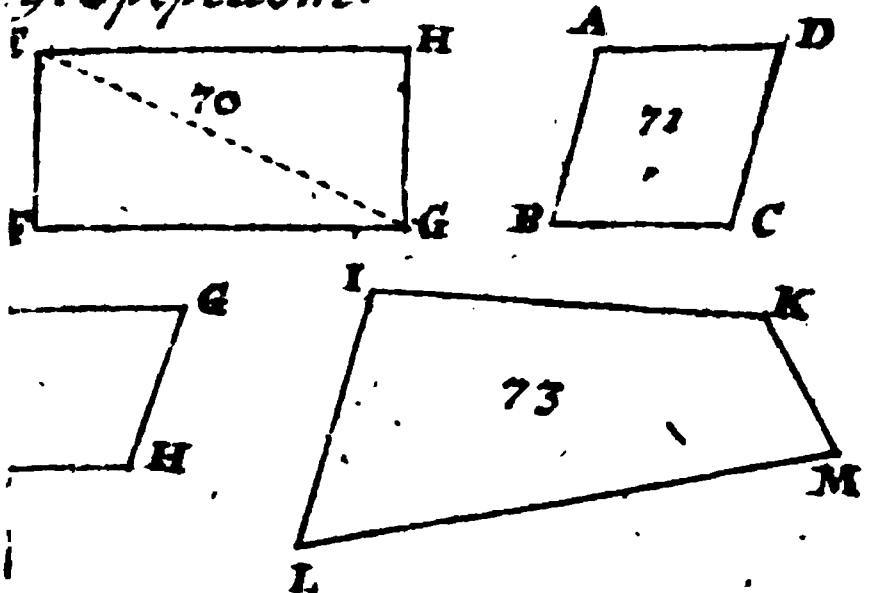
9

10

377.



g. Epipedom.



$$7: 22 = 256: 804\frac{4}{7}$$

$$100: 314 = 256: 803\frac{21}{23}$$

$$113: 355 = 256: 804\frac{28}{113}$$

2. Vicissim cognita peripheria diameter indagatur hoc modo:

$$22: 7 = 804\frac{4}{7}: 256 \text{ etc.}$$

CONSECTARIVM.

CXXX. Et quia haec ratio in omnibus valet circulis, elucet inde, peripherias circulorum servare proportionem diametrorum vel semidiametrorum. qualis proportio est etiam inter arcus similes diuersorum circulorum. (§. 120. arith.)

SCHOLION.

CXXXI. *Rationem diametri ad peripheriam primus diligentius inuestigauit ARCHIMÉDES, cuius extat hodiernum libellus, cui titulum fecit Κύκλου μέγεθος. assumpsit idem hunc in finem polygonas figuras regulares, inscriptam et circumscriptam, utramque 96 laterum, computatoque utriusque figurae ambitu rectilineo, pro circulo intermedio modo laudatam ad diametrum proportionem inuenit. ostenditque peripheriam continere diametrum minus quam $3\frac{1}{7}$, et amplius quam $3\frac{10}{71}$. Posterius uero idem argumentum amplius excoluerunt, et utriusque lineae rationem maioribus numeris accuratius definiuerunt. quod artificium infra in trigonometria exemplo aliquo illustrabitur. (§. 54. Trig. pl.) Ceterum inter omnes, quae paruis numeris constant, proportionem, Metiana praefertur, quippe quae inter Archimedeam et Culenianam media est. LVDOLPHI A CEVLEN Hildesh. liber de circulo prodiit idiom. belgico Delfis. 1596. f.*

GEO-

GEOMETRIAE

CAPVT II.

ΕΠΙΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ

SIVE

De

DIMENSIONE SUPERFICIERVM.

767. *Defectus*. DEFINITIO XXV.

CXXXII. *Superficies* est magnitudo in longum et latum diffusa, lineis terminata, profunditate carens.

DEFINITIO XXVI.

CXXXIII. *Superficies* est uel *plana*, quae in plano extenditur, et lineis rectis terminatur, uel *curua*, quae curuis lineis terminatur.

SCHOLION.

CXXXIV. Ortus *superficie*i declarari potest, si cogitemus, lineam rectam uel curuam, secundum alius lineae ductum, promoueri, et motus sui uestigia ubi-uis relinquere. et recta quidem promota, superficiem planam, curua autem prouoluta, superficiem curuam producet.

DEFINITIO XXVII.

CXXXV. *Superficies* planae sunt uel *trilaterae*, uel *quadrilaterae*, uel *plurium laterum* siue *polygonae*. De trigonis, et earum discrimine, superiore capite dictum fuit. (§. 49. sq.) *Quadrilaterae* sunt primum quidem *parallelogramma*, quorum bina opposi-

ta latera parallela sunt; eorundemque quatuor dantur species sequentes.

1. *Quadratum*, superficies plana (F. 69. cuius quatuor latera aequalia, et anguli quatuor recti sunt.

2. *Rectangulum*, quod habet tantum duo singula opposita latera parallela aequalia, et quatuor angulos rectos.

3. *Rhombus*, figura quadrilatera, (F. 71. habens quatuor latera aequalia, sed angulos obliquos.

4. *Rhomboides*, figura quatuor (F. 72. laterum, cuius opposita latera parallela et aequalia sunt, sed anguli obliqui.

Deinde praeter parallelogramma occurrunt etiam figurae quatuor laterum, (F. 73. quae *Trapezia* vocantur, quorum nempe nec anguli nec latera aequalia sunt.

DEFINITIO XXVIII.

CXXXVI. *Linea diagonalis*, item (F. 70. *diameter* dicitur recta E G, vel F H, quae in figuris quadrilateris ab uno angulo ad oppositum producitur.

PROBLEMA XXIII.

CXXXVII. *Figuras quadrilateras describere.*

Resolutio. F. Pro quadrato, super basi BC, ponatur perpendicularis AB = BC, et eadem linea circinio assumpta, fiant ex C et A arcus, qui se inuicem secant in D, et ducantur AD, DC.

2. Pro

2. *Pro rectangulo*, compositis lineis FG et EF ad angulos rectos, fiant simili ratione arcus in ex EH intervallo FG , et ex G intervallo EF , et ducantur EH et HG .

3. *Pro rhombo*, componantur lineae aequales AB , BC , sub angulo dato, et eodem intervallo ex A et C fiant arcus in D , et ducantur AD , CD .

4. *Pro rhomboide*, componantur FH , EF sub angulo dato, et ex E intervallo FH , ex H intervallo FE , fiant arcus in G , idemque punctum rectis cum extremis E et H copuletur.

5. *Trapezium* constat duobus triangulis IKL , et LKM , datis ergo lateribus trapezii et diagonali LK , duo illa triangula construantur. (§. 54)

Horum omnium ueritas ex §. 135. patescit.

DEFINITIO XXIX.

CXXXVIII. *Polygona* uocantur figurae, quae plures angulos, et plura latera, quam quatuor, habent, sunt uel *regularia*, in quibus singuli anguli aequales, et singula latera aequalia sunt; uel *irregularia*, in quibus et anguli et latera magnitudine differunt. Denominantur autem a numero angulorum. *Pentagonum* quinque, *Hexagonum* sex, *Heptagonum* septem, *Octagonum* octo, *Enneagonum* nouem, *Decagonum* decem angulos continet.

DEFINITIO XXX.

F. 74.) CXXXIX. *Angulus centri* in polygono

lygono est EDF, qui a radiis, ex lateris polygoni extremis punctis, ad centrum productis, clauditur. *angulus polygoni* est BAC quem ipsa latera polygoni ad peripheriam intercipiunt.

PROBLEMA XXIV.

CXL. *Hexagonum regulare, dato latere eiusdem, describere.*

Resolutio. Latere hexagoni, tanquam semidiametro, delineetur circulus, et in huius peripheriam radius sexies transferatur, punctaque diuisionis peripheriae rectis connectantur, ita hexagonum regulare componetur.

Demonstratio. Ductis enim ex centro D ad latus polygoni radiis, erit $\triangle DEF$ aequilaterum, ergo *angulus EDF* est 60 gr. (§. 82.) sed 60 est sexta pars peripheriae siue 360 gr. ergo arcus angulo D oppositus est sexta pars peripheriae, et ipsa subtensa eiusdem praebet latus hexagoni regularis.

CONSECTARIUM

CXLI. Hexagoni descriptione cognita, non potest latere constructio dodecagoni, XII laterum, uel alius cuiusuis polygoni regularis, quod ex arcubus hexagoni continuo bisectis oritur. (§. 67.)

SCHOLION.

CXLII. Praeter hanc hexagoni facillimam descriptionem, etiam aliorum nonnullorum polygonorum regularium constructionem geometricam artifices inueniunt. Sed quoniam illa ex hactenus explicatis geometriae

GEOMETRIA

riæ elementis demonstrari nequit, eam nunc præmittere cogor. De pentagono regulari agit **EUCLIDES** Elem. IV. 11. sq. aliam eiusdem descriptionem **PTOLEMAEVS** magn. compos. L. I. c. 9. de de Pentadecagono explicat **EUCL.** IV. 16. Viri-
 talis modus ordinatas quasvis figuras componendi
 5.) nondum inuentus est. **CAROLVS** quidem **RENALDINVS** de resolut. et compos. mathema-
 L. 2. p. 367. sq. hanc regulam commendat: 1. Dia-
 er circuli diuidatur in tot partes, quot latera ha-
 t figura polygoni. 2. Tum super illa diametro
 erigatur triangulum æquilaterum ABC , (§. 55.)
 ex huius uertice C , per partis secundae diametri
 emum punctum D (nempe ut BD sint partes
 ex illis, in quas diameter secta fuit.) ducatur
 a. usque ad peripheriam in E , sic putat inueniri
 arcum, cui describendi polygoni latus subtenditur,
 deinceps ad totam peripheriam partiendam posset
 beri. Veruntamen cum diuisio diametri saepe
 banice fieri debeat, et praxis ac demonstratio ostendit,
 hunc modum nequaquam pro geometrico, quin
 pro uniuersali mechanico haberi posse, apparet, per-
 m illum a Renaldino laudari. Vid. clariss. **WAG-
 RI** diss. de Exam. meth. Renaldin. Helmstadii,
 700. ed. Ceterum, quia delineatio polygonorum
 larium multis in casibus necessaria est, hoc loco
 modos generales mechanicos tradam.

PROBLEMA XXV.

CXLIII. Polygonum quoduis regulare,
 o radio circuli, cui inscribendum est,
 banice delineare.

6.) *Resolutio.* 1. Circuli peripheria radio
 delineata, diuidatur in quatuor quadrantes,
 is perpendicularibus in centro sese interse-
 ribus. (§. 38.)

2. Quadrans instrumento circini diuidatur in

tot partes aequales, quot latera habebit figura polygona.

3. Ex illis partibus quatuor dabunt arcum, lateri polygoni, tanquam subtensae respondentem, cuius adminiculo tota peripheria diuidi, subductisque chordis polygonum describi potest.

Demonstratio. Quando quadranti tot tribuuntur partes, quot latera habebit polygonum, istae quater sumtae dant numerum omnium similium partium, quae tota peripheria continentur. sed constat ex multiplicationis et diuisionis arithmeticae explicatione, quod diuiso multiplo per factorem, alteruter factor iterum prodeat, (§. 66. seq. arith.) quamobrem, facta diuisione per quaternarium, innotescit numerus partium unius quadrantis, qui, prout iam dixi, laterum polygoni numero aequalis est, ergo subtensa partium talium quatuor, est latus polygoni quaesitum. e. g. pro heptagono, quadrans DB habet 7 partes, tota peripheria capit 28. diuisis his per 4, redit 7, pro numero laterum figurae in circulum inscribendae.

PROBLEMA XXVI.

CXLIV. *Inuenire magnitudinem anguli polygoni cuiuslibet regularis.*

Resolutio. 1. Numerus graduum totius peripheriae 360, diuidatur per numerum laterum;

K a

2. Quo.

F.77.) 2. Quotus hac diuisione repertus detrahatur a summa duorum rectorum, 180 gr. residuum dabit anguli polygoni regularis magnitudinem.

Demonstratio. Diuisione 360 gr. per numerum laterum facta, reperitur arcus BC, et ipsi oppositus angulus ad centrum A. hoc subtracto ab 180 gr. relinquuntur in triangulo ABC, duo anguli reliqui ad basin $x + y$, (§. 79.) sed cum $\triangle ABC = \triangle ACD$, (§. 127.) erit $y = n$, ergo $x + y = y + n$, (§. 23. arith.) qui componunt angulum polygoni BCD. e. g. fit inueniendus angulus pentagoni regularis, diuiso 360 per 5, prodeunt 72 gr. pro angulo centri, bis ex 180 gr. subductis, relinquuntur 108 gr. pro angulo pentagoni, atque hoc modo sequentes magnitudines angulorum centri et. polygoni inuentae sunt.

Polyg.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
ang. centr.	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30
ang. Polyg.	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150

PROBLEMA XXVII.

CXLV. *Dato latere polygoni regularis cuiuslibet, idem mechanice delineare.*

F.77.) *Resolutio.* Dimidius polygoni angulus inuentus, ad utrumque lateris dari BC extremum applicetur, (§. 41.) et ductis lineis AB, AC, triangulum isosceles super basi BC constitua-

stituatur. (§. 64.) et ex centro A , radio AB circulus describatur, et in illius peripheriam latus polygoni BC transferatur. Quae quidem praecepta ex iis, quae de angulo centri et polygoni attuli, luculenter patescunt.

CONSECTARIVM.

CXLVI. Si totum angulum polygoni aliquoties assumere et ipsi latus datum accommodare libeat, idem effectus sequetur, sed praxis haec laboriosior est, et facile repetitione eiusdem anguli error committitur.

PROBLEMA XXVIII.

CXLVII. *Iam factum polygonum regulare circulo inscribere.*

Resolutio. Duo polygoni latera bifariam secantur rectis perpendicularibus, (§. 39.) haec ubi continuatae concurrunt, ibi circuli circa polygonum ducendi centrum monstrant. (§. 70.)

PROBLEMA XXIX.

CXLVIII. *Summam angulorum polygoni regularis inuenire.*

Resolutio. Numerus laterum figurae multiplicetur per 180, a producto detrahantur 360, residuum dabit summam omnium polygoni angulorum.

Demonstratio. Nam omnia triangula, in quae figura regularis, ductis ex centro ad laterum extrema radiis, secatur, sunt inter se aequalia, (§. 127.) haec autem singula conti-

nent duos rectos $= 180$ gr. (§. 79) ergo subtractis angulis prope uertices eorum, siue prope centrum A, qui aequipollent 360 gradibus, (§. 46.) relinquuntur anguli polygōni B, C, D, E, F.

CONSECTARIUM.

CXLIX. Eadem summa deprehenditur, si numerus graduum anguli polygōni per numerum laterum multiplicetur.

THEOREMA XIX.

F. 78. 79.) CL. *Superficies triangulares, ABC, αβγ, in quibus uel 1) unus angulus uni angulo aequalis, et duo latera duobus lateribus aequalia, uel 2) duo anguli singuli utrimque aequales, et latus lateri aequale, uel 3) quarum tria latera aequalia sunt, omnino inter se aequales sunt.*

Demonstr. Supra enim (§. 59. 60. 127.) de eiusmodi triangulis ostendi, quod sibi sint congrua, si eorum comparatio instituitur, quare etiam superficies eorum congruere et aequales censerī debent.

THEOREMA XX.

CLI. *Parallelogrammum quoduis linea diagonalī EG diuiditur in duo triangula F. 70.) inaequalia.*

Demonstr. Latus EH $=$ FG, et EF $=$ HG (§. 135.) et EG est utrique triangulo commune, ergo $\triangle EHG = \triangle EFG$ (§. 150. n. 3.) Q. E. D.

CON.

CONSECTARIVM.

CLII. Quodlibet igitur triangulum planum, potest pro parallelogrammi cuiusdam, aequalis baseos et altitudinis, dimidia parte haberi.

THEOREMA XXI.

CLIII. *Triangula ABC, BCD , (F. 80. quae habent uel eandem uel aequales bases, et eandem altitudinem perpendicularem; uel, quod idem est, quae sunt inter easdem constituta parallelas, sunt inter se aequalia.*

Demonstr. Ducta linea AED basi BC parallela, et producta basi BC in F , erectisque ex C et F perpendicularibus, componuntur tria parallelogramma, maximum AF , medium AC , et minimum EF , quorum duo posteriora primo continentur. est autem $\triangle ABC$ dimidium parallelogrammi AC , et $\triangle DCF$ est dimidium parallelogrammi EF , denique $\triangle BCD + \triangle DCF$ est dimidium parallelogrammi maximi AF , (§. 151.) sed dimidia partium constituunt dimidium totius, (§. 29. arith.) quamobrem $\triangle BDC + \triangle CDF = \triangle ABC + \triangle CDF$, et subducta ab aequalibus summis aequali portione nempe $\triangle CDF$, supersunt aequalia, $\triangle BDC = \triangle ABC$ (§. 26. arith.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CLIV. Parallelogramma igitur eius- (F. 81. dem uel aequalis baseos et altitudinis, A et B ,
K 4 sunt

sunt etiam inter se aequalia, quippe triangulorum dupla. (§. 152. et §. 31. arith.)

CONSECTARIVM II.

CLV. Triangulum uero cum parallelogrammo aequalem basin et altitudinem habens huius dimidia pars est. (§. 152.)

CONSECTARIVM III.

F. 81.) CLVI. Et quoniam figura obliqua triangularis et quadrangularis B, multo maiorem habet perimetrum, quam figura aequalis bascos et altitudinis recto situ posita A, sequitur, quod de talium figurarum area eiusque proportionem ex perimetri comparatione aestimatio fieri non possit. Eaque propter etiam de urbium amplitudine ex earum ambitu statuere non licet.

DEFINITIO XXXI.

CLVII. *Dimensio superficierum* fit, cum superficies quadrata determinatae magnitudinis, cum maiore area comparatur, et quoties haec illam capiat, definitur. (§. 3. 4. Prolegom.) eaque praxis *τετραγωνισμός* siue *quadratura figurarum* dicitur.

PROBLEMA XXX.

F. 82.) CLVIII. *Rectanguli aream metiri.*

Resol. I. Mensuretur basis BD, adhibita mensura aliqua longitudinis geometrica, de qua supra §. II. dixi, et innotescet, quot parua quadrata, quorum latus mensurae assumtae par est, super basi possint consistere.

2. Deinde mensuretur etiam altitudo AB , et repertus in eadem similium mensurarum numerus indicabit, quoties series quadratorum basi impositorum, pro modo altitudinis reperti possit. quare hic numerus mensurarum altitudinis multiplicetur in numerum similem bases, factum indicabit numerum quadratorum, quae a tota area rectangula capiuntur. e. g. $AB = 5^\circ$, $BD = 8^\circ$ area ergo $ABCD = 40$ perticis quadratis.

CONSECTARIVM I.

CLIX. Quadrati area inuenitur, (F. 83. numero lateris dato in se ipsum multiplicato, quia illius figura rectangula et aequilatera est. (§. 135.)

CONSECTARIVM II.

CLX. Quoniam mensurae longitudinum in denas singulae partes diuisae a geometris assumuntur (§. II.) ideo pertica quadrata 100 pedes quadratos, pes quadratus 100 digitos quadratos, digitus quadratus 100 lineas quadratas complectitur.

CONSECTARIVM III.

CLXI. Mensurae igitur superficierum geometricae centuplam seruant rationem, quia quadrata centum exigua requiruntur, ut unum integrum, siue quadratum proxime maioris speciei inde conficiatur.

CONSECTARIVM IV.

CLXII. Si ergo summa linearum quadratarum,

tarum, uel digitorum, pedumue quadratorum centenis maior proponatur, illa in species, quas continet, distinguitur, si duae a dextris uersus sinistram notae singulis speciebus assignentur. e. g. datae sunt 126872 lineae quadratae, facta separatione fiunt 12°, 68', 72".

CONSECTARIVM V.

CLXIII. Vicissim facilis est resolutio integri in suas species. nempe cuiuslibet speciei locum duae cifrae occupare iubeantur. duae perticae quadratae aequivalent 200 pedibus quadratis, item 2°, 00', 00" uiginti mille digitis quadratis etc.

CONSECTARIVM VI.

CLXIV. His praecognitis, numeri, qui diuersas mensurae arearum species designant, facile adduntur et subtrahuntur, modo ratio centupla semper notetur.

$$\begin{array}{r} \text{e. g. } 8^{\circ}, 72', 42'' \quad 16^{\circ}, 05', 94'' \\ \hline 7, 33, 52 \quad 7, 33, 52 \end{array}$$

Summa 16, 05, 94 8, 72, 42 differentia

CONSECTARIVM VII.

CLXV. Quia longitudinum mensurae in se inuicem multiplicatae quadrata producant; vicissim, si haec per istas diuidantur, longitudinum mensurae iterum prodeunt. (§. 67. arith.) Quamobrem, quando decimales numeri multiplicandi inter se sunt, fiat primo reductio ad species similes, deinceps more solito multiplicatio

plicatio peragatur, et factum in species distinguatur, assignatis cuilibet speciei numeris duobus a dextris versus sinistram. sed si areales numeri per longitudinum mensuras diuidenti sint, itidem fiat reductio ad similes species, et quotus in suas classes a dextris versus sinistram distinguatur, singulis notis pro quavis specie assumtis. e. g. Latus $2^{\circ}, 4'$. ducendum est in $3^{\circ}, 5', 6''$. multiplicentur 240 in 356. factum erit $8^{\circ}, 54', 40''$. uicissim hoc numero per 240 diuiso, prouenit quotus $3^{\circ}, 5', 6''$.

SCHOLION.

CLXVI. Praxi geodaeticae operam daturus nosse praeterea debet, quot perticae quadratae, secundum morem ciuitatis, in qua uersatur, ad *IVGERVM* componendum numerentur. In Saxonia duum generum iugera in usu sunt; *MINVS*, quod *Morgen*, *Acker*, germ. appellamus, quod 300. perticis quadratis constat; et *MAIVS*, quod *Hufam* dicimus, (medii aeni scriptores *mansum* uocant, de quo late agit *ZIEGLER* d. doct. eccles. c. 7. §. 34. sq.) idque triginta minora iugera complectitur. v. *BEVTEL* Geom. p. 149. *LEISSERI* Ius georgic. L. 1. c. 2. Verum moribus diuersae iugerum tam minorum quam maiorum magnitudines iampridem constitutae sunt. conf. *HOFMANNI* prudentia oeconom. Lib. 2. c. 3. §. 57.

PROBLEMA XXXI.

CLXVII. *Parallelogrammi obliqui aream, cognita basi et altitudine, metiri.*

Resolutio. Basis multiplicetur in altitudinem perpendicularem, factum aream prodet. recta enim area obliquae aequalis baseos et altitudinis perpendicularis par est. (§. 154.)

PRO-

PROBLEMA XXXII.

CLXVIII. *Trianguli cuiuslibet aream, data ejusdem basi et altitudine, metiri.*

F. 84.) *Resolutio.* Quia triangulum est parallelogrammi aequalis baseos et altitudinis pars dimidia, (§. 155) ideo basis AB multiplicetur in altitudinem CD, et producti sumatur pars dimidia $AB = 24$ $CD = 8$. $24 \cdot 8 = 192$ $\triangle ADB = 96$.

Aliter. Vel basis multiplicetur per altitudinem dimidiam, et facti prioris dimidium, siue area trianguli innotescet. $24 \cdot 4 = 96$.

Aliter. Denique altitudo multiplicetur per basin dimidiam, et factum similiter aream trianguli manifestabit. $12 \cdot 8 = 96$.

CONSECTARIVM.

CLXIX. Cum autem superficies trianguli omnium prima et simplicissima, ac reliquarum multangularium elementum sit, liquet, huius cognita quadratura, omnium aliorum planorum dimensionem fieri posse.

PROBLEMA XXXIII.

CLXX. *Polygoni regularis aream metiri.*

F. 77.) *Resolutio.* Quia polygonum regulare tot constat triangulis aequalibus, quot sunt latera: unius eiusmodi trianguli area, ex basi et altitudine cognitis, inuestigetur, (§. 168) haec per numerum laterum multiplicata totam aream prodet.

SCHO.

SCHOLION.

CLXXI. *Assumo in hac solutione cognitam, praeter latum figurae, trianguli unius altitudinem. quomodo autem haec, dato latere et angulis trianguli, geometricè inuestigari possit, infra in trigonometria plana monstrabitur. Idem circa sequentium nonnullorum problematum solutionem est tenendum. Quando scala geometrica figurae iam descriptae addita occurrit, ex eadem linearum omnium magnitudinem discere licet. (§. 104.)*

PROBLEMA XXXIV.

CLXXII. *Aream trapezii cuiuslibet metiri.*

Resolutio. 1. Diuidatur figura diagonalis linea MO in duo triangula, et in diagonalem, tanquam communem basin, demittantur perpendiculara, horum summa dimidia multiplicetur in basin totam, uel summa perpendicularorum ducatur in dimidiam basin, factum dabit areae quantitatem, (§. 168.)

2. Si forte duo figurae latera opposita fuerint parallela, horum distantia ED est communis duorum triangulorum a diagonali factorum altitudo, itaque haec in dimidiam summam laterum parallelorum AB, CD multiplicata aream patefaciet. (§. 168.)

PROBLEMA XXXV.

CLXXIII. *Aream cuiuslibet figurae polygonae irregularis metiri.* (F. 87.

Resolutio. 1. Tota area, diagonalibus ductis, in triangula A, B, C , secetur.

2. Deinde mensurentur perpendiculara et bases.

ses horum triangulorum, et singulorum superficies inueniantur. (§. 168)

3. Areae triangulorum singulorum colligantur in summam, haec dabit aream totius polygoni.

SCHOLION.

CLXXIV. Camporum dimensio cum demum commodissime suscipitur, postquam eorum figurae imaginibus eiusmodi exhibitae sunt, quibus tota facies areae dilucide ob oculos ponitur. itaque de his rite efficiendis nunc dicendum uenit.

DEFINITIO XXXII.

superf. CLXXV. Ichnographia uocatur figura, quae alicuius planae superficiei imaginem parua forma, ope scalae geometricae delineatam, sistit.

PROBLEMA XXXVI.

CLXXVI. Ichnographiam areae, quam F. 88.) ubiuis pertransire licet, describere.

Resolutio prima. 1. Vertices angulorum areae, positis baculis perpendicularibus, e longinquo conspicuis, determinentur.

2. Circa medium illius in o mensula collocetur horizontali situ, et ad acum in o fixam applicetur regula cum dioptris, et ad singulos angulorum uertices lineae ducantur.

3. Linearum A o, B o, etc. longitudines mensurentur, et ex scala assumptae in lineas respondentes in mensa ductas transferantur.

4. Denique harum extrema iungantur rectis, et claudetur pictura ichnographica, quae refert faciem figurae maioris.

De.

Demonstr. Constat enim ex supra dictis, (§. 105.) parua circa o triangula maiorum esse simillima, quia angulos ubique pares, et latera adiecta proportionalia habent. ergo latera ab , bc , etc. in scala, qua cetera mensurata fuerunt, assumpta, manifestant magnitudinem laterum AB , BC . etc.

Resolutio secunda. Si lubuerit astrolabio in o posito angulos circumiectos metiri, et laterum Ao , Bo etc. magnitudines pertica determinatas, in scala geometrica assumere, et angulis inuentis applicare, similis figura ex similibus triangulis potest componi. (§. 62. et 105.) Hic modus, pro delineanda areae spatiosioris figura praecipue utilis est. in minoribus mensula rectius adhibetur.

Resolutio tertia. Quando area non nimis ampla est, et instrumenta ad manus non sunt, mensurentur diagonales figurae on , rn , cum lateribus adiacentibus; et paris illis in scala assumantur lineae, singulaque triangula, quibus figura constat, AB , C , ex lateribus cognitis componantur. (§. 54.)

Resolutio quarta. Vel in area data, positae aliquot baculis, designetur diagonalis $odfn$, et dioptris astrolabii ad rectos angulos ordinatis, quaerantur puncta d , f , g , in quae incidunt perpendiculares dr , ef , gb , et tum hae, tum portiones diagonalis od , df , fg , gn , mensurentur, ita ope scale figura similis delineatur.

PRO.

PROBLEMA XXXVII.

CLXXVII. *Ichnographiam areae, quam pertransire ubique non licet, describere.*

F. 89.) *Casus primus. Quando extrema figurae puncta ex duabus stationibus uideri possunt.*

Resolutio prima. 1. Ponatur in statione prima in F mensula, et fixa ibidem acu in o , inde ducantur lineae tum ad stationem alteram G , tum ad omnium figurae angulorum uertices.

2. Deinde mensuretur stationum distantia GF , eademque e scala in lineam os transferatur, et mensula in alteram stationem G transportetur.

3. Hic iterum sic dirigatur uersus F linea os , ut sit parallela GF , et applicata regula ad s , uersus figurae singula extrema iterum rectae ducantur, hae ubi priores respondentes secant, ibi puncta ichnographiae extrema, lineis ulterius copulanda, definiunt.

Demonstratio horum praeceptorum iam data est §. 109.

Resolutio secunda. Si circulo uel semicirculo omnes anguli linearum, quae in o et s concurrunt, quacrantur, et distantia stationum per tica mensurata e scala assumatur, similis figura eius, quam mensula inuenimus, componi potest.

Casus secundus. Quando extrema figurae puncta

puncta ex duabus stationibus uideri nequeunt.

Resolutio prima. 1. In angulo (F. 90. quocunque A mensula ponatur, et assumpto in eodem puncto, applicataque regula cum dioptris, lineae uersus proximos angulorum uertices B et E ducantur; tum ipsae lineae AB, AE mensurentur, et earum magnitudines e scala in lineas in mensa ductas transferantur.

2. His factis mensula transportetur in B, et linea uersus idem punctum antea in prima statione ducta iterum dirigatur ex B in A, et, posita super huius lineae extremo regula, ducatur alia uersus C, et, mensurata linea BC, e scala ipsi par in altera respondente determinetur.

3. Similiter mensula in C et E transportetur; et haec praxis tamdiu repetatur, donec ultima linea cum ea, quae in prima statione ducta fuerat, concurrat, et figurae ambitum claudat.

Demonstratio. Componitur hoc artificio figura parua maioris omnino similis. siquidem et anguli aequales et latera proportionalia sunt. (§. 87) assumamus exempli loco triangulum paruum abc ; hoc aequipollet maiori ABC , quia anguli ad B et b aequales sunt, et latera ab , bc aequivalent lateribus AB, BC, quia e scala, simili proportionem seruata, fuerunt definita. (§. 59) Idem de aliis triangulis ostendi potest. quamobrem, cum figura similibus ubique

que partibus constet, non est de similitudine totius dubitandum. (§. 29. arith.)

Resolutio secunda. Circulo uel semicirculo desigantur singuli anguli A, B, C, etc. et mensurentur latera; tum ope semicirculi et scalae potest domi parua maioris areae ichnograpia describi.

Compassus siue pyxis, in qua acus magnetica intra circulum in gradus singulos diuisum, suspensa, et quae dioptris instructa est, (§. 32. n. 9) ad hoc problema soluendum etiam potest adhiberi, siquidem illius adminiculo, declinationes laterum figurae a linea meridiana, et simul anguli a lateribus comprehensi, compendiose reperiuntur, uerum usus eius rectius facto ipso, quam figuris docetur. u. BION officin. mathem. L. 4. c. 7.

CONSECTARIUM.

CLXXVIII. Prior modus, extrema figurae puncta ex duabus stationibus determinandi, etiam ad topographias, uel chorographias, siue tractuum terrestrium imagines condendas ualet. et si qua loca ex duabus stationibus ob intermedia impedimenta spectari nequeunt, eorum puncta ex aliis stationibus supplentur, et simul loca reliqua uicina simili artificio adiiciuntur. Atque in hac praxi tractanda sola stationum distantia diligentius est metienda.

SCHOLION

CLXXIX. His, quas superioribus problematibus tradidi, legibus, camporum prouinciarumque descriptio geometrica continetur. Interim per se quisque incl.

intelligit, loca prae caeteris notata digna signis aptis distinguenda, tum etiam scalam, ex qua linearum magnitudines assumptae fuerunt, figurae subiiciendam esse. praeterea situs plagarum mundi, auxilio acus, magnetica ut praeditae, cuius declinatio ante innotuit, inuentus, indicandus est. Verum his missis, postquam de arearum rectis lineis contentarum dimensione satis actum fuit, restat, ut de earundem diuisione explicetur.

PROBLEMA XXXVIII.

CLXXX. Parallelogrammum ex quocunque puncto *E* in duas partes aequales diuidere. (F. 91.

Resolut. Ducantur diagonales *AD*, *CB*, et per punctum intersectionis *o* transeat recta *EF*, haec in duas partes $AFCE = FBED$ parallelogrammum secat.

Demonstr. Facile apparet, quod ab utraque parte lineae *EF*, occurrant triangula penitus aequalia, $1 = n$, $2 = r$, $3 = m$. ex quibus tanquam partibus utraque portio dimidia componitur. Nam quod $1 = n$ inde colligitur, quia anguli uerticales ad *o* aequales, (§. 48.) et reliqui in *A*, *C*, *B*, *D*, tanquam alterni (§. 74) pares sunt, et $AC = BD$, (§. 135) quare $1 = n$. (§. 60) Eodem modo ostenditur aequalitas reliquorum $2 = r$, $3 = m$. Q. E. D.

CONSECTARIUM.

CLXXXI. Vna constat, punctum intersectionis diagonalium *o*, esse in medio parallelogrammi situm, et ueluti centrum talis figurae,

in quo ex quocunque puncto ducta transuersa EF bifariam secatur.

PROBLEMA XXXIX.

CLXXXII. *Data area et basi trianguli inuenire ejusdem altitudinem perpendicularem.*

Resolutio. Area data diuidatur per basin dimidiam, quotus indicabit altitudinem quaesitam. (§. 168)

PROBLEMA XL.

CLXXXIII. *Trapezium in duas partes aequales diuidere.*

F. 92) *Resol. 1.* Inquiratur in aream talis figurae. (§. 172) eademque inuenta in duas partes aequales diuidatur.

2. Dimidia pars comparetur cum triangulo altero maiore ABC, quod sectione diagonalis in trapezio producit, et illius ab hoc differentia subtractione inuestigetur.

3. Haec differentia habeatur pro area triangulari, cuius basis est CB. Itaque, ex area et basi cognita, inueniatur altitudo eiusdem no , (§. 182) eademque iuxta normam super basi prope angulum alterutrum B uel C erigatur, et linea Bn ducatur, ita triangulum BnC exhibet differentiam trianguli ABC a parte trapezii dimidia. haec ergo subtracta a maiore triangulo ABC, et addita ad minus triangulum BCD efficiet, ut linea Bn tota figura sit in duas partes aequales diuisa.

CON.

CONSECTARIVM I.

CLXXXIV. Eodem modo in plures partes aequales trapezium secare licet.

CONSECTARIVM II.

CLXXXV. Quin etiam in multangulis figuris irregularibus, partes tam aequales, quam inaequales, secundum proportionem datam, possunt determinari, postquam areae quantitas numeris expressa innotuit. Nam triangula differentialia tamdiu adduntur et subtrahuntur trapeziis uel triangulis, in quae figura diagonalibus secta est, donec quaelibet portio aequet datam magnitudinem.

SCHOLION.

CLXXXVI. Verum pro partiendis, augendis minuendisque areis plures alias geometria ueritates subministras, ex quibus praecipuae nunc in medium afferam.

THEOREMA XXII.

CLXXXVII. Triangula et parallelogramma seruant rationem compositam basium et altitudinum.

Demonstratio. Producitur enim area trianguli, basi illius per dimidiam altitudinem multiplicata, (§. 168) et area parallelogrammi prodit, multiplicatione baseos per altitudinem; (§. 158. 167) Sed ratio composita dicitur, quando factum antecedentium et consequentium assumitur et cum ratione antecedentis ad consequentem comparatur, (§. 86. arith.) quare, si numeri basium et altitudinum proportionales

terminis habeantur, areae triangulorum et parallelogrammorum compositam basium et altitudinum rationem seruant.

CONSECTARIUM.

CLXXXVIII. Si ergo altitudo talium figurarum aequalis est, areae earundem seruant rationem basium; si bases aequales, habent rationem altitudinum. siquidem ratio, multiplicatione per eundem numerum facta, non mutatur. (§. 119. arith.)

PROBLEMA XLI.

CLXXXIX. *Triangula et parallelogramma in aliquot partes aequales diuidere.*

F. 93. 94.) *Resolutio.* Basis diuidatur in tot partes aequales, quot habebit area trianguli uel parallelogrammi, et in parallelogrammis lateribus parallelae, in triangulis, lineae in uertice coeuntes ducantur, utroque casu partes aequales 1. 2. 3. quae quaerebantur, inueniuntur. (§. 188.)

THEOREMA XXIII.

CXC. *In triangulis et parallelogrammis similibus altitudines sunt lateribus homologis proportionales.*

F. 95. 96.) *Demonstratio.* Demittantur perpendiculara ae , A Equia $\triangle abc \sim \triangle ABC$, erit angulus $b = B$, (§. 93) et $e = E$, quippe uterque rectus, ergo angulus $a = A$ (§. 85), et locum habet in aequiangulis triangulis analogia, $ab:$

$ae = AB : AE$, uel alternatim $ab : AB = ae : AE$, (§. 112. arith.) et ob eandem rationem, $ae : AC = ae : AE = bc : BC$. In parallelogrammis uero similibus ac , AC , quae ex duobus triangulis similibus componuntur, (§. 152) idem omnino ualere debet. (§. 113. n. 2. arith.)

CONSECTARIVM I.

CXCL. Ex hoc et proxime superiore theoremate intelligitur, triangula et parallelogramma similia habere duplicatam rationem homologorum laterum, uel altitudinum, h. e. habere eandem rationem, quam quadrata laterum homologorum. (§. 86. 152. arith. et §. 159. geom.) fit enim altitudo $ae = 2$ basis $bc = 3$, item $AE : BC = 8 : 12 = 2 : 3$ (§. 84. 120. arith.) cum harum figurarum areae seruent rationem compositam basium et altitudinum, (§. 187.) et composita ratio fiat ex antecedentium et consequentium rationalium multiplicatione, (§. 86. arith.) erit, (quia $2 : 3 = 2 : 3$,) ratio composita duplicata $4 : 9$, (ibid.) quam habent duae areae $6 : 72$, et quam seruant etiam quadrata laterum homologorum.

CONSECTARIVM II.

CXCII. Idem de figuris multangulis similibus, quae ex triangulis similibus componuntur, accipiendum est. (§. 113. n. 3. arith.)

THEOREMA XXIV.

CXCIII. *In quouis triangulo rectangulo, quadratum hypotenusae aequale est duobus quadratis laterum reliquorum.*

F. 97.) *Demonstratio.* Imponantur quadrata I. II. III. lateribus, (§. 137.) et ex angulo recto trianguli ABC ducatur ad hypotenusam BC perpendicularis ALI, haec quadratarum hypotenusae diuidit in duo rectangula BI, LK. ostendam, rectangulum BI quadrato DB, et rectangulum LK quadrato FC aequale esse, ducantur enim lineae EC, AH, BG, AK, fiet $\triangle EBC = \triangle ABH$. nam habent duo latera aequalia $AB = EB$, et $BC = BH$, et angulus $EBC = ABH$, quia uterque ex recto angulo quadrati et medio communi ABC componitur, (§. 28, arith.) ergo tota triangula sunt aequalia (§. 59.) similiter demonstratur, quod $\triangle BCG = \triangle ACK$, Enimvero $\triangle EBC$ dimidium est quadrati minoris DB, (§. 155.) et $\triangle ABH$ est dimidium rectanguli BI, (§. 155.) ideoque $\square DB = \text{rectangulo BI}$. (§. 31. arith.) Porro $\triangle BCG = \frac{1}{2} \square FC$ et $\triangle ACK = \frac{1}{2} LK$, (§. 155.) ergo $\square FC = \text{rectang. LK}$. et quadrata I + II = \square III. Q. E. D.

SCHOLION.

CXCIV. Hoc theorema a Pythagora inuentum Pythagoricum, et ob insignem, quam in doctrina magnitudinum praestat, utilitatem, magister matheseos, et theorema hecatombe dignum appellatur. v. VITRV. VII Lib. 9. c. 2.

CONSECTARIVM I.

CXCV. Si quadrata laterum minorum trianguli rectanguli numeris determinata habeantur, (§. 159.) et ex summa eorum radix extra-
hatur,

hatur, hæc latus hypotenusæ prodet. (§. 154. arith.)

CONSECTARIUM II.

CXCVI. Differentia autem quadrati hypotenusæ, et quadrati unius lateris quadratum alterius lateris manifestat, extractaque radice, ipsum latus tertium innotescit.

PROBLEMA XLII.

CXCVII. *Datis duobus quadratis geometricè aequale constituere.*

Resolutio. Iungantur latera datorum duorum quadratorum ad angulos rectos, et fiat triangulum rectangulum, huius hypotenusæ impositum quadratum par est duobus quadratis laterum reliquorum. (§. 193.)

CONSECTARIUM.

CXCVIII. Similiter etiam pluribus quadratis unicum aequale reddi potest.

PROBLEMA XLIII.

CXCIX. *Triangulo par rectangulum componere.*

Resolutio. Assumptis dimidia trianguli (F. 98. basi, et altitudine perpendiculari, fiat rectangulum ED, (§. 137.) hoc areae $\triangle ABC$ æquipollet.

Demonstr. Nam si rectangulum eandem cum triangulo basin et altitudinem haberet, foret trianguli duplum, (§. 155.) ergo illius dimidium, nempe rectangulum ED, (§. 188.) æquale est $\triangle ABC$.

PROBLEMA XLIV.

CC. *Triangulo par quadratum com-*
F. 99.) *ponere.*

Resolutio. Commutetur $\triangle ABC$ in rectan-
gulum ED ; (§. 199.) Deinde inter duo huius
rectanguli latera quaeratur media proportio-
nalis LG , (§. 119.) huius quadratum $MG = \triangle$
 ABC .

Demonstr. Nam quemadmodum in nu-
meris, sic etiam in lineis, datis tribus quantis
continue proportionalibus, factum extremo-
rum par est quadrato medii, (§. III. arith.)
ergo rectang. $FH = FG \cdot GK$ (§. 158.) = \square
 LG . (§. 119. 159.)

CONSECTARIVM.

CCI. Et quia triangulum est figura omnium
prima et simplicissima, apparet, aliis quoque
figuris multangulis, quae ex triangulis compo-
nuntur, aequale quadratum constitui posse.

THEOREMA XXV.

CCII. *Circuli area aequalis est trian-*
gulo, quod pro basi habet peripheriam in
rectam lineam extensam, et altitudinem
semidiametro parem.

F. 100.) *Demonstr.* Supra dictum fuit, in
circulo polygona regularia inscribi posse, (§.
144. sq.) assumpto hexagono (§. 149.) patet, la-
tera illius multum adhuc a circuli peripheria
distare, uerum bisariam sectis arcubus, (§. 67.)
inscriptoque dodecagono, huius latera iam
pro-

propius ad arcus circuli accedunt, et si, continuata arcuum bisectione, inscribantur polygona XXIV, XLVIII et plurium laterum, haec magis magisque arcibus peripheriae appropinquant, ut tandem arcus a subtensis parum uel nihil differant. Quamobrem circuli peripheria equiparari potest polygono innumeriorum laterum, quae a minutis peripheriae arcibus quam minimum distant. Porro liquet, polygona ex triangulis aequalibus componi, quorum bases sunt latera polygoni et crura concurrunt in circuli centro. e.g. ABD, ADE, etc. sed quando adeo exiguae sunt triangulorum bases, ut non differant a minutissimis peripheriae arcibus, etiam altitudo triangulorum semidiametro aequalis censi potest, quippe quae a lateribus perparum uel nihil differt. et cum plura triangula eiusdem altitudinis in unum coagmententur, quod omnium reliquorum bases complectitur, et habet communem cum illis altitudinem, (§. 188.) sequitur, quod circuli BDEF area recte equiparetur triangulo ABC, cuius basis BC circuli peripheriae, et altitudo AB semidiametro par est. Q. E. D.

CONSECTARIUM I.

CCIII. Si itaque linea recta peripheriae circuli aequalis posset deprehendi, *quadratura circuli* eodem modo, quo dimensio areae trianguli fieret. nempe radius in circumferentiam dimidiam multiplicatus produceret aream circuli. (§. 168.) posita diametro 100 periphe-
ria

ria est 314, (§. 129.) radio ergo 50 ducto in 157 peripheriam dimidiam, area circuli erit 7850.

CONSECTARIVM II.

CCIV. Ex eo. autem, quod dixi, circulum pro polygono regulari, cuius minutissima latera ab arcibus peripheriae nihil differunt, putari posse, elucet, circulorum peripherias inter se habere rationem diametrorum uel semidiametrorum. siquidem ambitus triangulorum similium, ex quibus polygona quaecvis regularia et circulus quoque componuntur, homologorum laterum rationem habent. nam ambitus constat ex lateribus singulis collectis, et summae similium rationalium antecedentium et consequentium, eandem servant rationem, quam quilibet antecedens ad suum consequentem: (§. 113. arith.) Idem elucet etiam ex §. 129. ubi perpetuam diametri et circuli proportionem laudauimus.

CONSECTARIVM III.

CCV. Verum areae circulorum servant duplicatam rationem diametrorum uel semidiametrorum, siue habent se ut quadrata diametrorum uel semidiametrorum. siquidem singula triangula similia, ex quibus circulorum areae componuntur, proportionem duplicatam laterum homologorum uel altitudinum habent. (§. 191.) add. sq. §. 206.

THEOREMA XXVI.

CCVI. *Circuli area habet ad quadratum inscriptum OMPS similem*
 (F. 101.) *ratio-*

rationem, quam circumferentia dimidia ad diametrum, et ad quadratum diametri circumscriptum LNQR, habet circuli area eandem rationem, quam quarta pars circumferentiae ad diametrum.

Demonstratio. Primum quidem illud manifestum est, quod \square inscriptum OMP S fit dimidium \square circumscripti LNQR. nam $\triangle OMP = \frac{1}{2} \triangle ONP$, (§. 155) et $\triangle OMP = \triangle OSP$, (§. 127) ergo $\square OMP S = \text{rectang. } LONP$. siue dimidio quadrato circumscripto. Deinde rectangulum ex radio $MC = LO$, in peripheriam dimidiam OMP, h. e. ipsa circuli area, (§. 203) habet ad rectangulum OLPN eiusdem altitudinis, h. e. ad \square inscriptum, rationem basium. (§. 188) nempe dimidiae peripheriae OMP, ad diametrum OP. quare idem circulus ad rectanguli LP duplum, siue \square circumscriptum LR, habet rationem, quam dimidia peripheria ad duas diametros, uel bisectis quantis rationalibus, (§. 120. arith.) prodit circuli ad quadratum diametri ratio, quam habet quarta pars peripheriae ad diametrum. Q. E. D.

CONSECTARIVM.

CCVII. Assumta igitur quacunque peripheriae ad diametrum proportionem, numeris exprimi potest areae circuli ratio ad quadratum diametri. Nempe secundum Archimedem circulus ad quadratum diametri servat rationem $5\frac{1}{2} : 7 = 11 : 14$. secundum Culegium 785 : 1000. secundum Metium 355 : 452. PRO-

PROBLEMA XLV.

CCVIII. *Data diametro circuli huius aream inuenire.*

Resol. Numerus, qui diametri magnitudinem indicat, in se multiplicetur, ut quadratum illius producat, tum inferatur, uti 1000 ad 785, ita quadratum datum diametri, ad aream circuli.

CONSECTARIUM.

CCIX. Vicissim cognita area circuli pro diametri quadrato inferatur, 785 : 1000, ita data area circuli ad quadratum diametri.

DEFINITIO XXXIII.

CCX. *Sector circuli* uocatur portio areae (F. 102.) ac $ACBD$, quae a duobus radiis et interiecto peripheriae arcu comprehenditur.

PROBLEMA XLVI.

CCXI. *Sectoris aream metiri, data semidiametro et arcu circuli, quo sector continetur.*

Resol. 1. Arcus, cuius graduum numerus cognitus est, conuertatur in lineam rectam; inueniatur nempe prius totius peripheriae magnitudo, (§. 129) et deinceps inferatur; uti 360 gr. ad longitudinem totius peripheriae inuentam, sic datus graduum numerus, ad arcus ADB longitudinem.

2. Tum multiplicetur dimidius arcus ADB in semidiametrum AC , factum dabit aream sectoris.

Pr.

Demonstr. Nam quemadmodum totus circulus par est triangulo, cuius altitudo est semidiameter, et basis, peripheria in rectam lineam extensa, (§. 202.) ita etiam sector haberi potest pro triangulo cuius altitudo est radius AC , et basis arcus ADB . unde dimensio illius patescit. (§. 168.)

CONSECTARIVM.

CCXII. Etiam pars sectoris EFG , quam subtrahens EF , et arcus EGF capit, innotescit, si triangulum CEF , a toto sectore $CEGF$ subtrahatur.

DEFINITIO XXXIV.

CCXIII. *Lunula Hippocratis Chii* (F. 103). (qui primus illius quadraturam invenit.) est area, quae ab arcu semicirculi ADB et quadrante AEB ex centro F , (quod producta CD ut sit $CD = CF$ determinatur) radio AF descripto continetur.

PROBLEMA XLVII.

CCXIV. *Lunulam Hippocratis ADEB quadrare.*

Resolutio. 1. Ducatur radio AC semicirculus ADB , tum fiat $AC = CF$, et ducatur hypotenusa AF , eademque tanquam radio ex F describatur quadrans AEB .

2. Deinde ex basi BC et altitudine CF , quae baseos pars dimidia est, notis quaeratur area $\triangle ABF$, (§. 168.) haec aequipollet lunulae $ADEB$.

De-

Demonstratio. Quadratum hypotenusae AF , par est $\square AC + \square CF$, (§. 193.) ergo quadrans $AEBF$ par est semicirculo $ADBC$, siquidem circuli servant proportionem quadratorum semidiametrorum, (§. 205.) et circulus radio AF descriptus duplo maior est, circulo, qui radio AC describitur, et quadrans illius dimidio huius aequipollet. sed si ab aequalibus quadrante $AEBF$, et semicirculo $ADBC$ auferatur medium commune spatium $AECB$, aequalia remanent, nempe lunula $ADBE = \triangle ABF$, (§. 26. arith.) quare huius area lunulae par est $Q. E. D.$

CONSECTARIVM.

CCXV. Partis igitur areae circularis absoluta quadratura perspicue hinc intelligitur, etsi totam aream nemo adhuc quadrare possit.

CAPVT III.

ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ.

SIVE

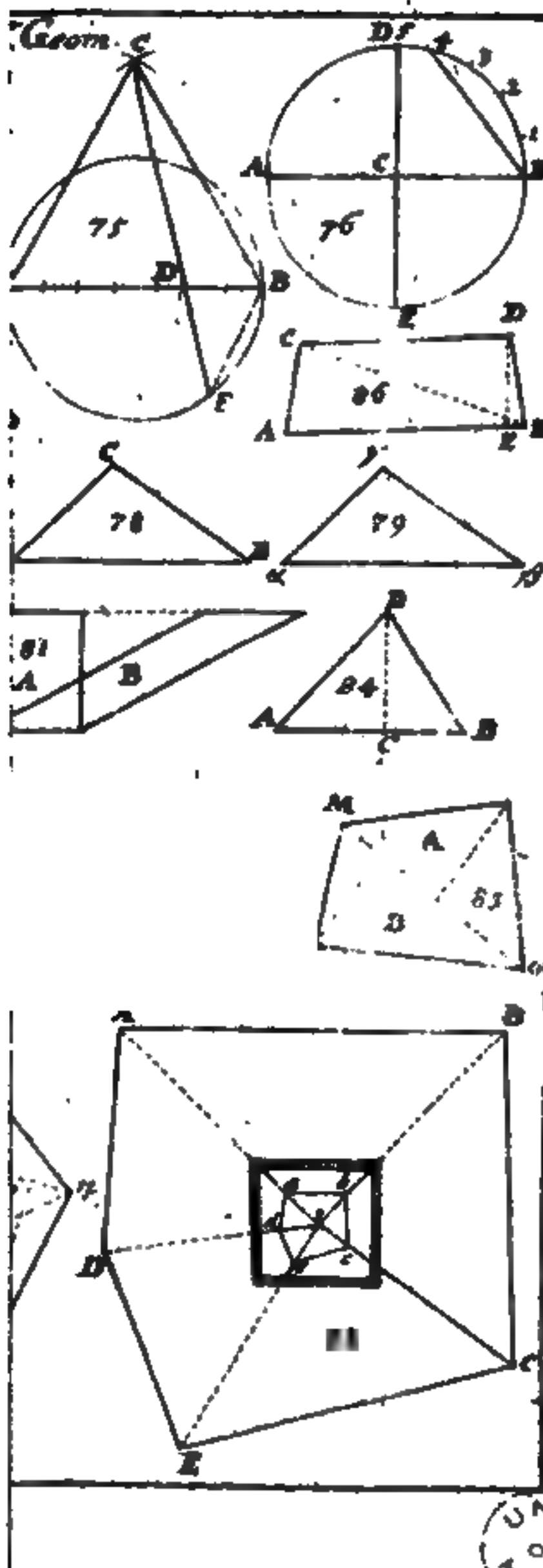
De

DIMENSIONE SOLIDORVM.

DEFINITIO XXXV.

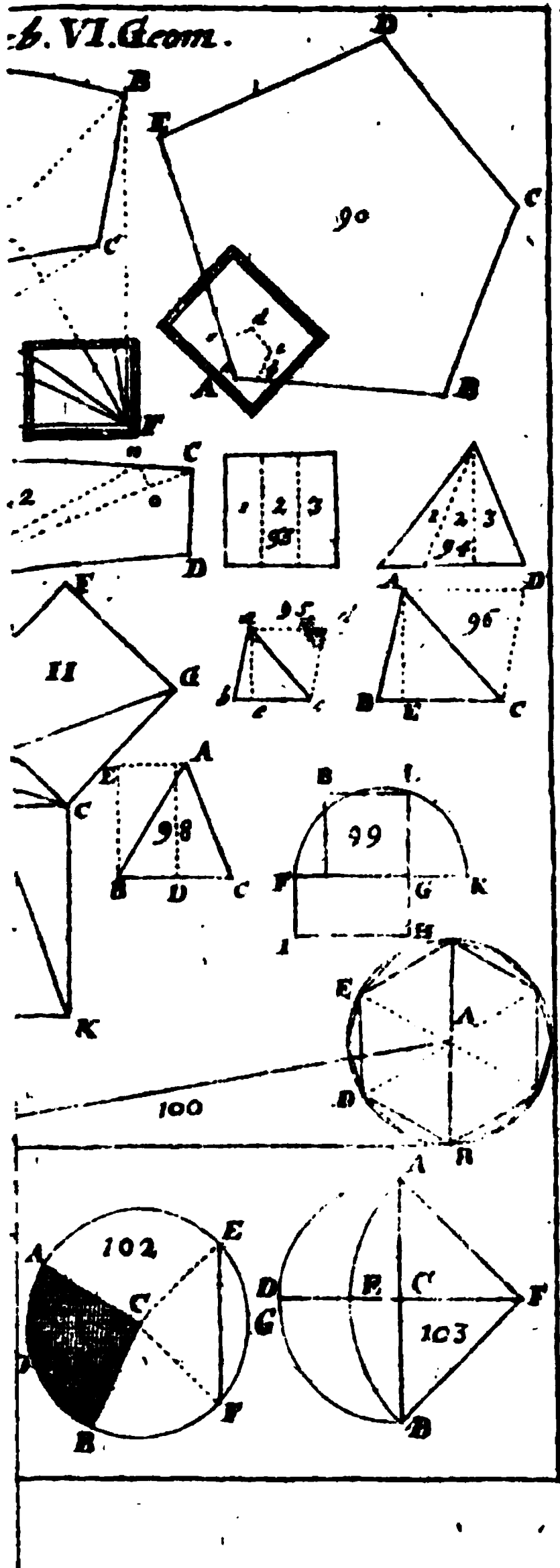
CCXVI. *Solidum* siue *corpus* est, quod longitudinem, latitudinem et profunditatem habet. siue *extensum*, quod superficiibus clauditur.

CON:





b. VI. Geom.



CONSECTARIVM.

CCXVII. Describitur itaque a geometris non corpus physicum, sed spatium, quod physicum corpus capit.

SCHOLION

CCXVIII. *Modus corporis formandi nonnihil declaratur, si cogiteretur superficies secundum alicuius lineae extensionem promota.*

DEFINITIO XXXVI.

CCXIX. Corporis classes, pro diversitate superficierum, quibus terminatur, sic constitui commodè possunt, ut primum de iis, quae superficiebus planis, deinceps de aliis, quae superficiebus convexis, uel solis, uel convexis et planis clauduntur, differatur.

DEFINITIO XXXVII.

CCXX. Ad primam classem pertinent *Prismata*. Horum efformatio illustratur, si cogiteretur superficies plana angulis praedicta, per lineam determinatae longitudinis promota. Itaque triangulum AB deorsum descendens per lineam AD (F. 104) *prisma triangulare* AC gignit. sed parallelogrammum DE descendens per (F. 105) lineam DF, *prisma quadrangulare*, pentagonum FG per lineam FH pro (F. 106) *motu*, *prisma quinquangulum* designat. atque sic etiam alia multangula prismatana nascuntur. Illa prismata, quorum singulae superficies oppositae parallelae et aequales

M sunt,

sunt, *parallelepipedum* nominantur, quale est *DEE*.

DEFINITIO XXXVIII.

CCXXI. Si planum, quod motu suo spatium definit, fuerit quadratum *A*, et moveatur per lineam lateri quadrati aequalem, *F. 107.*) oritur *Cubus*, siue corpus, quod undique sex planis quadratis, ex quibus opposita parallela sunt, terminatur.

DEFINITIO XXXIX.

CCXXII. Alteram speciem corporum, planis superficiebus comprehensorum, con-
F. 108, 109.) struunt *Pyramides*, siue solida, quae ex basi angulosa in acumen assurgunt, uel quae tot clauduntur triangulis planis, quot basis habet latera, et a numero angulorum bases sigillatim denominantur *triangulares, quadrangulares*, et ita porro.

DEFINITIO XL.

F. 110.) CCXXIII. Superficie undique conuexa gaudet *sphaera*, cuius talis est conformatio, ut lineae rectae, ex medio in sphaera centro *I*, in superficiem ductae *DA, DB*, sint inter se aequales. generatur *sphaera*, si semicirculi planum *ADBC*, circa immotam diametrum *AB* conueratur.

DEFINITIO XLI.

CCXXIV. Superficiem partim conuexam, partim planam habet *cylindrus*, siue corpus rotundum, quod oritur, dum linea recta *BD* circa duos circulos nequales

et

et parallelos conuertitur, donec ad locum, unde moueri coepit, redeat. Vel produ-
citur, dum parallelogrammum CD circa
alterum latus suum CE immotum conuer-
titur. Cylindrus uocatur *rectus* AD , quan-
do axis CE est ad basin perpendicularis, et
scalenus uel *obliquus*, cum axis FI est (F. 112,
ad planum baseos inclinatus.

DEFINITIO XLII.

CCXXV. *Conus* est solidum, quod ex
basi circulari in acumen assurgit, et genera-
tur, dum linea AC altero extremo in A fi-
xa, et ad peripheriam circuli BC in- (F. 113,
clinata, ita circa hanc conuertitur, donec ad
punctum, unde moueri coepit, redeat. siue
dum $\triangle ADC$ circa latus AD immotum in
orbem agitur. *Rectus conus* est, ubi axis AD
ad diametrum baseos circularis penpendicu-
laris est, *scalenus* uel *obliquus*, quando axis EH
ad diametrum plani circuli inclina-
tur. (F. 114.

DEFINITIO XLIII.

CCXXVI. Corpora uel sunt *regularia*,
quae undique figuris regularibus et aequa-
libus (quas graeci *ἰσοπλευρά*, *sedes* uel *bases* no-
minantur,) terminantur, et *irregularia*, quae
tales terminos non habent. Regularia sunt
quinque. 1. *Tetraedrum*, siue pyramis A
quatuor triangulis aequilateris et (F. 115,
aequalibus terminata. 2. *Cubus*, siue
hexaedrum, corpus, quod sex planis qua-

dratis aequalibus clauditur. (§. 221.) 3. *Octaedrum*, siue pyramis duplex quadrangula. 4. *Dodecaedrum*, quod duodecim pentagonis regularibus clauditur. (F. 117.) 5. *Icosaedrum*, quod uiginti triangulis aequilateris et aequalibus terminatur.

CONSECTARIVM I.

CCXXVII. Quoniam corpora regularia undique figuris regularibus terminantur, possunt sphaerae sic inscribi, ut anguli in superficiem sphaerae desinant. (§. 147.) Eoque facto in medio horum corporum centrum sphaericae superficiei occurret.

CONSECTARIVM II.

CCXXIIX. Si ab angulis corporum regularium ad centrum lineae rectae ductae ponantur, liquet, illa ex pyramidibus, quarum bases sunt hedrae corporis, et apices in centro concurrunt, componi.

PROBLEMA XLVIII.

CCXXIX. *Corporum regularium schemata (Retia alii uocant) charta complicata exhibere.*

F. 119.) *Resolutio.* I. *Pro tetraedro* in charta duplicata delineatur \triangle aequilaterum ABC, bisectisque eius lateribus in alia similia et aequalia triangula quatuor maius diuiditur, haec hedras tetraedri dabunt, et complicatis et glutine coniunctis hedrarum illarum extremis, ipsum corporis schema desideratum exhibebitur.

2. *Pro*

2. *Pro bexaedro* sex quadrata connexa fiunt, ut figura docet. (F. 120.)

3. *Pro octaedro* octo triangula aequilatera aequalia iunguntur, quae figura clare (F. 121.) monstrat.

4. *Pro dodecadro* prius una basis (F. 122.) pentagona regularis delineatur, (§. 141.) et circa hanc ponuntur quinque similes et aequales. atque hae quidem compendiose fiunt, dum a quolibet pentagoni angulo per duo oppositi lateris extrema rectae ducuntur, et polygoni lateris magnitudo ex illis resecatur. tum enim super horum laterum extremis n et m , interuallo lateris pentagoni nx , mx , arcus fiunt in x , et figura clauditur. similique modo sex reliqua pentagona regularia aequalia describuntur.

5. Quomodo *pro icosaedro* uiginti tri- (F. 123.) angula aequalia iungantur, itidem schema clare ob oculos ponit.

6. Denique, quando factae hae figurae ex charta exsecantur, cautio adhibeatur, ut alterna latera extrema marginem habeant, super quo proximum latus glutine uel colla iungendum imponi firmissime inhaerere queat.

THEOREMA XXVII.

CCXXX. *Corpora regularia tantum dantur quinque.*

Demonstratio. Constat, angulos circa unum punctum circumpositos, omnes iunctim 360 gradus complecti, (§. 46.) et in plano circuli circa centrum concurrere, quamobrem

tres anguli plani, qui conflituunt angulum solidum corporis regularis, capere debent pauciores quam 360 gradus, quia alias anguli plani concurrentes, angulum solidum, siue prominentem corporis apicem, formare non possent. Porro debent concurrere anguli figurarum regularium, quibus laudata corpora terminantur. Quando igitur iunguntur tres anguli trianguli aequilateri, qui singuli capiunt 60 gradus, (§. 82.) summa eorum componit 180 gradus, quae in apice *tetraedri* obuia est. quatuor tales anguli concurrunt in *octaedro*, et conficiunt 240 gr. *quinque* in *icosaedro* 300 gradus complectuntur. sex anguli 60 gr. non possunt coniungi, quia summam 360 graduum efficerent, et in planitiem desinerent. Si uero quadrata loco triangulorum componantur, quia tria pro angulo solido claudendo requiruntur, summam efficiunt $90 \cdot 3 = 270$ graduum, qualis in *hexaedro* cernitur. sed quatuor tales anguli recti iterum 360 gradus continent, et in planitiem desinunt. Denique pentagoni angulus 108 gr. (§. 144.) ter sumtus efficit summam 324 gr. quae adhuc ad angulum solidum formandum apta est, et in *dodecaedro* deprehenditur. reliquorum polygonorum regularium angulos ad claudendum angulum solidum ineptos esse, luculente ex eodem §. 144. patescit, siquidem tres in hexagono 360 gradibus aequipollent, et summa trium quorumvis reliquorum 360 gradibus maior est.

DEFINITIO XLIV.

CCXXXI. *Mensura corporum* est cubus, certae magnitudinis, cuius latus periticae, pedi, digito, lineae, uel alii cuicunque determinatae longitudini, par est.

CONSECTARIVM.

CCXXXII. Metimur ergo corporum soliditatem, dum deprehendimus, quoties cubus minor in solido quocunque proposito contineatur, (§. 3. 4. proleg.)

PROBLEMA XLIX.

CCXXXIII. *Soliditatem cubi, data latere eiusdem, inuenire.*

Resolutio. 1. Latus datum DC in se (F. 124. multiplicetur, et producitur quadratum baseos DB, (§. 159.)

2. hoc iterum multiplicato in latus datum, factum dabit cubi soliditatem.

Demonstr. Cognito numero paruorum quadratorum, quae basis capit, una intelligitur, quot cubi parui super basi possint collocari. Deinde, quando in altera multiplicatione haec series paruorum cuborum toties repetitur, quoties hoc permittit cubi altitudo, deprehenditur, quot cubos paruos maior cubus complectatur, ergo illius soliditas est inuenta.

CONSECTARIVM I.

CCXXXIV. Quia mensurae geometrarum in denas partes diuiduntur, (§. II.) ideo qui-

liber cubus, pro latere talem lineam 10 partium habens, capit mille cubos, quorum latus est pars lineae decima, nempe pertica cubica 1000, pedes cubicos, pes cubicus 1000 digitos cubicos, digitus cubicus 1000 lineas cubicas complectitur.

CONSECTARIVM II.

CCXXXV. Quare proportio mensurarum in stereometria iterum augetur, et millicupla euadit, quae in primo capite decupla, in secundo centupla erat.

CONSECTARIVM III.

CCXXXVI. Ex quo colligitur modus separandi species mensurarum, quas numerus datus continet. Veluti si 2567802 pollices cubici habeantur, a dextris fit classium vel specierum distinctio, et pro quavis specie tres notae seruantur, eoque facto prodeunt 2 pert. cub. 567 pedes cubici, 802 pollices cubici. Atque inde calculi solidorum leges facile intelliguntur.

CONSECTARIVM IV.

CCXXXVII. Quod in arithmetica de cubicis numeris dixi, (§. 157. arith.) quod seruent triplicatam rationem radicum suarum, idem nunc de solidis cubis recte accipitur, nempe cubi seruant rationem triplicatam suorum laterum.

PROBLEMA I.

CCXXXIIX. *Soliditatem parallelepipedii inuenire.* Re.

Resolutio. Baseos area inuestigetur, longitudine in latitudinem multiplicata; (§. 158.) dein area baseos per altitudinem multiplicetur, factum dabit soliditatem corporis. quemadmodum ex modo data demonstratione quaestionis praecedentis elucescit. e. g. quaeritur soliditas prismatis AD fig. 125. $DF = 2^{\circ} 3' 6''$. $EF = 3^{\circ} 5' 0''$. $BF = 9^{\circ} 4' 7''$. productum duorum priorum factorum est, $8^{\circ} 26' 00''$. pro basi: haec multiplicata in altitudinem $BF = 947$, solidum producit $78^{\circ} 222' 200''$.

THEOREMA XXVIII.

CCXXXIX. *Parallelepipedum AD, per planum diagonale ACED, in duo prismata triangularia aequalia dispecitur.* (F. 125.)

Demonstr. Nam parallelogrammum BF, linea diagonali AC in duo triangula aequalia ABC, AFC diuiditur, (§. 151) haec autem triangula motu suo per eandem lineam CD designant prismata trigona ABD et ACE, haec ergo sunt aequalia. (§. 220.)

CONSECTARIVM.

CCXL. Quodlibet igitur prisma triangulare est pars dimidia quadrangularis, quod eandem altitudinem et duplam basin habet.

THEOREMA XXIX.

CCXLI. *Prismata triangularia* (F. 126. *AF, GE, quae eandem uel aequalem basin,*

et eandem altitudinem perpendicularem habent, sunt inter se aequalia.

Demonstratio. Nam $\triangle \triangle$ aequalia BFE, EFH, (§. 153) mota per eandem lineam EC aequalia spatia siue solida, nempe triangularia prismata AF, GE, definiunt. (§. 220.)

CONSECTARIVM I.

F. 127.) CCXLII. Idem ualeat de prismatibus quadrangulis, quae sunt dupla triangularium. (§. 31. arith.)

CONSECTARIVM II.

CCXLIII. Nec non de quibusuis aliis prismatibus multangulis, quae aequales bases et eandem altitudinem perpendicularem habent.

CONSECTARIVM III.

CCXLIV. Et quia constat, circuli aream pro polygono innumeris lateribus praedito haberi posse, (§. 202) cylindrum quoque, tanquam ex innumeris prismatibus triangularibus coagmentatum spectare licet. eaque propter F. 128.) etiam cylindri recti et obliqui C et D super eadem basi et inter easdem parallelas positi aequales sunt.

PROBLEMA LI.

CCXLV. *Prismata omnis generis, nec non cylindros rectos et obliquos metiri.*

Resolutio. Area baseos, secundum praecepta capitis secundi, (§. 158. 167. 208) inuenta, multiplicetur per altitudinem prismatis uel cylindri perpendicularem, factum soliditatem prodet. (§. 241. sq.)

THE.

THEOREMA XXX.

CCXLVI. *Triangula ONM et (F. 129. onm, quae oriuntur sectione transversa duarum pyramidum triangularium, aequales bases, et altitudines habentium, sunt inter se aequalia.*

Demonstr. Sunt enim talium triangulorum singula latera aequalia, quae aequalia triangula efficiunt. (§. 127.) Quod autem aequalia sint latera, hoc modo ostenditur. Assumantur separatae duae superficies pyramidum triangulares ABD et *abd*. ob si- (F. 130. similitudinem triangulorum, quae ductis lineis OM, *om*, AR, *ar*, nascuntur, valent hae analogiae: (§. 92)

$$AR:AL=BR:OL=RD:LM.$$

et iunctis posterioris analogiae antecedentibus et consequentibus terminis (§. 113. n. 2. arith.) fiet,

$$BR+RD:OL+LM=AR:AL.$$

uel

$$BD:OM=AR:AL.$$

In altero uero oblique posito triangulo *abd* tales, ob eandem rationem, analogiae locum habent, (§. 92.)

$$ar:al=br:lo=dr:lm.$$

et assumpta antecedentium et consequentium differentia colligitur, (§. 113. n. 2. arith.)

$$ar:al=br-dr:lo-lm. h. e. bd:om$$

sed quia utrimque altitudines $AL=al$ et bases $BD=bd$ sunt aequales, erit etiam $OM=om$.

At.

Atque eodem modo demonstratur aequalitas linearum ON , on , et NM , nm .

CONSECTARIVM.

CCXLVII. Idem theorema ualet etiam de quadrangulis et multangulis pyramidibus, quae aequales bases et altitudines habent, quippe quarum bases in triangula, et ipsae pyramides in alias triangulares similes resolui possunt.

THEOREMA XXXI.

CCXLIIX. *Pyramides, quae aequales F. 129.) bases, et eandem altitudinem perpendicularem habent, sunt inter se aequales.*

Demonstratio. Fac enim, utramque pyramidem secari in pertenuas lamellas OMN et omn , quarum ualde exigua sit altitudo; illud nemo uocauerit in dubium, tot lamellas aequi-altas ex una pyramide exsecari posse; quot ex altera, ob eandem utriusque corporis altitudinem. uerum singulae illae lamellae, quae ob tenuitatem a triangulis OMN et omn parum uel nihil differunt, sunt inter se aequales, ergo utrumque corpus ex aequalibus et aequè multis lamellis tanquam partibus componitur, ex quo utriusque aequalitas patescit. (§. 29. 31. arith.)

CONSECTARIVM.

F. 131.) CCXLIX. Eadem ueritas spectat ad conos rectos et obliquos eiusdem baseos et altitudinis, quippe qui ex innumeris pyramidibus

bus triangularibus compositi censentur, quia basis innumera parua triangula capit. (§. 202.)

SCHOLION.

CCL. *Demonstratio, quam modo explicui, ope methodi indivisibilium facilitata fuit, de cuius utilitate in tota geometria, tum auctor eiusdem, BONAVENTURA CAVALERIVS, in Geometria indivisibilium, tum DECHALES Curs. Math. T. II. p. 101. sq. uberius exponit. conf. MART. KNORRII diss. de methodo exhaustionis et indivisibilium.*

THEOREMA XXXII.

CCLI. *Prisma triangulare capit tres pyramides aequales.* (F. 132.)

Demonstr. ductis lineis DB, BF, DC, tres ex prisma pyramides resecantur, BDEF, ACBD et CDFB. priores duae aequales sunt, quia bases aequales, (siquidem $\triangle ABC = \triangle DEF$,) et altitudinem eandem $EB = FC$ habent. verum pyramis ACBD aequalis quoque est ultimae CDFB, quia per diagonalem CD bases aequales, nempe $\triangle ACD = \triangle CDF$, producuntur, et altitudo utrique communis est. ergo tres sunt inter se aequales. (§. 24. arith.) Haec tamen demonstratio schemate materiali melius illustratur.

CONSECTARIVM I.

CCLII. Quoduis etiam prisma multangulum, capit soliditatem trium pyramidum aequi altarum et aequalium basium. quia corpus illud in triangularia prismata, et horum quodlibet in pyramides triangulares resolui potest. adeoque cum singulae partes prismatis triplae sunt

sunt singularium partium pyramidis, et proinde totum prisma totius pyramidis triplum est. (§. 119. sq. arith.)

CONSECTARIUM II.

CCLIII. Ergo etiam cylindrus triplus est coni aequae altitudinis et aequalis baseos. (§. 202. 249.)

PROBLEMA LII.

CCLIV. *Pyramidis et coni soliditatem metiri.*

Resolutio. Basis circularis (§. 208.) multiplicetur in altitudinem, et facti sumatur pars tertia (§. 245. 251. sq.) haec pyramidis uel coni soliditatem patefaciet. uel, quod eodem redit, multiplicetur basis in tertiam partem altitudinis, uel tertia pars baseos in totam altitudinem.

PROBLEMA LIII.

CCLV. *Soliditatem coni truncati AD F. 133.) inuenire.*

Resolutio. Datur altitudo corporis $HF = AE$, cum diametro baseos et circuli supremi. Quare

1. Semidiametrorum differentia $CF - AH = CE$ assumatur, et altitudo HF continuata fingatur, donec in G concurrat cum eadem latus AC productum, et uerticem coni integrè designet. tum

2. Quia $\triangle ACE \sim \triangle GCF$, (§. 92) inferatur $CE : AE = CF : FG$.

3. Cognita altitudine integri conii FG et diametro baseos, eius soliditas inuestigetur; (§. 254.) deinde, quia nota est altitudo conii parui deficientis GH , et basis eiusdem AB , illius quoque dimensio suscipiatur.

4. Tandemque conus GAB , a cono integro GCD subtrahatur, residuum conii truncati AD soliditatem manifestabit.

PROBLEMA LIV.

CCLVI. *Soliditatem quinque corporum regularium inuenire.*

Resolutio. Dimensio *tetraedri* uel pyramidis simplicis, et *octaedri*, pyramidis duplicis, nec non *cubi* s. *hexaedri*, ex supra traditis praeceptis (§. 233. 254) intelligitur. de *dodecaedro* et *icosaedro* constat, quod coagmententur ex tot pyramidibus in medio tanquam centro concurrentibus, quot extus habent hedras; (§. 228) itaque unius talis pyramidis soliditas, ope baseos et altitudinis reperta, et per hedrarum numerum multiplicata, totius corporis soliditatem patefaciet.

PROBLEMA LV.

CCLVII. *Prismatum, pyramidum, cylindrorum et conorum superficies metiri.*

Resolutio. 1. Quia prismatum et pyramidum superficies planae sunt, de quarum mentione satis capite superiore explicatum est, nihil attinet plura de eadem uerba facere.

2. *Pro superficie cylindri peripheria baseos,*
(§.

(§. 129.) ducatur in latus eiusdem, facto addantur superficies basium. (§. 208.)

3. *Pro superficie con* dimidia baseos peripheria, multiplicetur per con latus, factum dabit aream, excepta basi. est enim con superficies aequalis sectori, cuius arcus peripheriae baseos con, radius lateri eiusdem par est. (§. 211.) conf. *Tacqueti* theor. selecta ex *Archimede*. prop. 13. Elem. geom. p. 305.

THEOREMA XXXIII.

CCLVIII. *Prismata, cylindri, pyramides et con servant compositam rationem basium et altitudinum.*

Demonstratio. Corporum enim laudatorum soliditas inuenitur, basi uel in integram altitudinem uel in tertiam partem multiplicata. servant igitur horum factorum, basium nempe et altitudinum multiplicatam siue compositam earundem rationem. (§. 86. arith.) Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

CCLIX. Si bases aequales, altitudinum, si altitudines aequales, basium rationem habent.

CONSECTARIVM II.

F. 134.) CCLX. Quare cubus ad cylindrum inscriptum habet rationem, quam quadratum diametri ad circulum. h. e. secundum *Archimede*m 14 : 11. sec. Cullenium 1000. 785. (§. 207.)

THEOREMA XXXIV.

CCLXI. *Similia parallelepipeda sunt*

in triplicata ratione homologorum laterum.

Demonstratio. Tres enim, pro parallelepipedo soliditate inuenienda, adhibentur factores, baseos nempe longitudo, et corporis altitudo (§. 245.) hi autem factores, quando corpora similia sunt, eandem inter se habent rationem, atque adeo solida ipsa seruant triplicatam rationem laterum homologorum. (§. 86. arith.)

CONSECTARIVM I.

CCLXII. Idem accipiendum est de prismatibus triangularibus similibus, quae sunt dimidia quadrangulum, (§. 239.) itemque de omnibus aliis, quae ex triangularibus componuntur, nempe multangulis prismatibus, ipsisque cylindris. (§. 244.)

CONSECTARIVM II.

CCLXIII. Quin etiam pyramidibus et conis similibus eadem triplicata ratio homologorum laterum uel altitudinum conuenit, quia pyramides sunt prismatum, et conus cylindrorum, eiusdem baseos et altitudinis, pars tertia.

THEOREMA XXXV.

CCLXIV. *Cylindrus A ad sphaeram B inscriptam seruat rationem 3: 2.*

Demonstratio. Si figura quadrata ABCD, una cum inscripto quadrante AC, et (F. 136. triangulo ABD, circa lineam AB conuertatur, quadratum ABCD cylindrum, (§. 224.) qua-

N drans

drans ABC hemisphaerium, (§. 223.) et triangulum ABD conum (§. 225.) motu hoc conuersionis definiat. et haec tria corpora eandem basin et altitudinem habent. Pro inuenienda autem horum corporum proportione, comparabimus inuicem eorundem elementa, uel tenuissimas lamellas, quae lineae EF sectione producuntur. nam haec linea EF , si basi parallelam in tribus illis corporibus sectionem efficeret, ubique circulos in cylindro, hemisphaerio et cono produceret. Itaque EG pro semidiametro sectionis coni, EI pro semidiametro sectionis sphaerae, et EF pro semidiametro sectionis cylindri habeatur, uel quia $EF = BI$, (§. 19.) habeatur BI pro semidiametro sectionis cylindri, et $EB = EG$ (§. 92.) sit semidiameter sectionis coni. Cum autem hae sectiones, utpote circuli, habeant eandem rationem, quam quadrata diametrorum uel semidiametrorum (§. 205.) si in $\triangle EBI$ rectangulo a quadrato hypotenusae BI auferatur $\square EB$, remanet $\square EI$; (§. 196.) h. e. si a sectione cylindri auferatur sectio coni, remanet sectio hemisphaerii. sed qualem habent rationem hae sectiones, uel pertenues lamellae, talem etiam habent ipsa corpora, quia sunt portiones aliquotae similes corporum aequaltorum, (§. 248.) ergo, cum conus sit pars tertia cylindri, (§. 253.) illo ab hoc subtracto, residuum $3 - 1 = 2$ est ratio hemisphaerii, uel totius quoque sphaerae, ergo cylindrus ad sphaeram inscriptam habet rationem 3:2. SCHO.

SCHOLION.

CCLXV. Hoc modo ex HONOR. FABRI istam proportionem demonstrat STVRMIUS Masbes. enucl. p. 169. ARCHIMEDES primus eandem comparationem instituit et descripsit in opere de sphaera et cylindro, tantique hoc theorema fecit, ut tumulo suo sphaeram cylindro inscriptam apponi uoluerit. quo indicio monumentum Archimedis detexit CICERO. u. Tuscul. qu. L. 5. c. 23.

THEOREMA XXXVI.

CCLXVI. Cubus diametri ad sphaeram inscriptam habet rationem 21:11. (F. 137. secundum Archimedes, uel 300:157. secundum Culenium.

Demonstr. 1. Secundum Archimedes ratio cubi et cylindri eiusdem altitudinis est 14:11, (§. 260.) ergo ratio cubi et sphaerae erit 14:7 $\frac{1}{3}$ (§. 264.) uel sumendo utrumque triplum, 42:22, et iterum diuisa ratione per binarium, erit 21:11. (§. 119. 120. arith.)

2. Secundum Culenium ratio cubi et cylindri eiusdem altitudinis est 1000:785. (§. 260.) et cubi ad sphaeram ratio erit 1000.:523 $\frac{1}{3}$, (§. 264.) sumendo triplum 3000:1570., diuiso numero per denarium, 300:157. §. cit.

PROBLEMA LVI.

CCLXVII. Sphaerae soliditatem metiri.

Resolutio. Diameter sphaerae habeatur pro radice, et ex eadem in quadratum suum multiplicata producat cubus, (§. 156. arith.) tum

Na

ad

ad numeros 300: 157, (uel 21: 11) et cubum datum, quaeratur quartus proportionalis, (§. 115. arith.) is sphaerae soliditatem manifestabit.

THEOREMA XXXVII.

CCLXVIII. *Sphaera aequalis est cono, uel pyramidi, cuius basis aequipollet, superficiei sphaerae externae, et altitudo radio par est.*

Demonstratio. Si enim quaelibet perexigua sphaericae superficiei portio habeatur pro basi circulari alicuius coni, uel angulosa pyramidis, cuius latera in centro sphaerae concurrunt, patet, sphaeram ex innumeris eiusmodi conis uel pyramidibus paruis coagmentari, quorum altitudo communis est sphaerae semidiameter: ergo collectis paruis conis et pyramidibus in simile corpus unicum, quod pro basi sphaerae superficiem, et altitudinem semidiametro patem habet, (§. 259) hoc sphaerae omnino aequipollet.

CONSECTARIUM.

ECLXIX. Cum itaque supra ostensum sit, (§. 263) conos similes seruare triplicatam rationem laterum homologorum, et altitudinem, iamque constet, sphaeram cono posse aequiparari, liquet, etiam sphaeras, utpote semper similes, seruare triplicatam rationem diametrorum uel semidiametrorum. h. e. seruare rationem, quam cubi diametrorum uel semidiametrorum. (§. 261.)

THEOREMA XXXVIII.

CCLXX. *Sphaerae superficies est quadrupla maximi eiusdem circuli, qui radius sphaerae describitur.*

Demonstratio. Cum enim sphaera aequalis sit cono, cuius basis est superficies sphaerae et altitudo est radius, (§. 268) sequitur, quod soliditas sphaerae producat, multiplicata superficie eiusdem in tertiam partem semidiametri, uel in sextam partem diametri; (§. 254) assumpta ergo diametro 100, area maximi circuli est 7850; (§. 203) soliditas autem cylindri, qui aequalem cum sphaera, h. e. diametro parem habet altitudinem, foret 785000, (§. 245) cuius $\frac{2}{3}$ capit sphaera, (§. 264) nempe $523333\frac{1}{3}$ et reducta hac fractione mixta ad puram, prodit soliditas sphaerae $\frac{1570000}{3}$ (§. 135. arith.) qua divisum per alterum factorem, a quo producta fuit, nempe per $\frac{1}{8}$ diametri = $\frac{100}{8}$ (§. 145. arith.) habetur alter factor, siue sphaerae superficies = 31400. quae accurate est quadruplum maximi circuli 7850. conf. TACQVETI selecta ex Archim. theorem. prop. 24. et GVLBINI de centro grauitatis L. 4. p. 339.

CONSECTARIUM. I.

CCLXXI. Quamobrem innotescit sphaerae superficies, diametro in circuli maximi peripheriam multiplicata. quia semidiameter in semicirculum multiplicata, aream circuli producit (§. 203) hinc, si duplum in duplum ducatur, quadruplum efficiet.

CONSECTARIVM II.

CCLXXII. Ideoque superficies sphaerae par est rectangulo, ex diametro et maximi circuli peripheria tanquam lateribus composito.

CONSECTARIVM III.

CCLXXIII. Inde alius sphaeram metiendi modus sequitur; scilicet superficies sphaerae externa ducenda est in tertiam partem radii, vel radius in tertiam superficiei partem multiplicatur. (§. 254)

PROBLEMA LVII.

CCLXXIV. *Cubum duplicare.*

Resolut. Dato latere cubi, fiat numerus cubicus, isque duplicetur, et ex duplo radix cubica extrahatur, (§. 158. arith.) haec latus cubi dupli monstrabit.

CONSECTARIVM I.

CCLXXV. Similiter cubus cuiuscunque dati cubi multiplus inuenitur. Quod ut compendiose efficere possent geometrae, singulares tabulas composuere, in quibus assumpto latere cubi simplicis in 100. vel 1000 partes diuiso, latus cubi dupli, tripli, quadrupli etc. extractione radice ex cubo duplo, triplo etc, inuentus habetur. Afferam talis tabulae specimen pro latere cubi in 100 partes diuiso.

Cubi multipl.	Latus	Cub.	Latus	Cub.	Latus
1	100	18	262	35	327
2	125	19	266	36	330
3	144	20	271	37	333
4	158	21	275	38	336
5	170	22	280	39	339
6	181	23	284	40	341
7	191	24	288	41	344
8	200	25	292	42	347
9	208	26	296	43	350
10	215	27	300	44	353
11	222	28	303	45	355
12	228	29	307	46	358
13	235	30	310	47	360
14	241	31	314	48	363
15	246	32	317	49	365
16	251	33	320	50	368
17	257	34	323		

CONSECTARIUM II.

CCLXXVI. Et cum sphaerae seruent rationem, quam cubi diametrorum uel semidiametrorum, (§. 269) si latere cubi dupli, tanquam diametro sphaera componatur, erit illa prioris, quae pro diametro latus cubi simplicis habebat, dupla. Eodem modo etiam ulterius sphaera multiplicatur.

SCHOLION I.

CCLXXVII. Problema de cubo duplicando, pridem ueterum geometrarum ingenia torsit. Deliacum uocatur, quia Delis peste laborantibus oraculum respondisse dicitur, aram (quae cubus erat) esse duplicandam. v. **VITRUVII** Archit. L. IX. c. III. **PHILOPONI** commentar. 36. ad Lib. I. poster. anal. cuius

uerba repetit BETTINVS aerar. mathem. p. 642. Primus Hippocrates ostendit, duplicationem cubi fieri, si inter latus cubi et eius duplum duae mediae proportionales inueniantur, et harum prima pro latere cubi dupli assumatur. (§. 122.) Verum ad praxin uidetur non prorsus ineptus is, quem modo tradidi, modus.

SCHOLION II.

CCLXXVIII. Actum est hucusque de corporum geometricorum, quorum supra classes constituimus, dimensione; superest, ut de aliis, quae in praxi obuia sunt, et figuras prorsus singulares habent, metiendis dicatur.

PROBLEMA LVIII.

CCLXXIX. *Aceruum frumenti metiri.*

Resolutio. 1. Primo quidem opera datur, (Fiz8.) ut frumentum tum eandem ubique altitudinem perpendicularem habeat, tum etiam ut in figuram rectangulam basis eius componatur.

2. Deinde assumatur scala in minutas partes diuisa; ueluti pes in pollices et horum lineas sectus, eademque mensuretur longitudo et latitudo baseos DH et rectanguli superioris AF, (solent enim grana lubrica dum coaceruantur, basin acerui DH reddere amplioris AF,) et longitudine in latitudinem multiplicata, utriusque rectanguli DH et AF area inueniatur, (§. 158.)

3. Utriusque areae assumatur summa, et illius pars dimidia habeatur pro basi media siue acquata. (§. 107. arith.)

4. Mensuretur porro profunditas frumenti

ti $m n$, et ista in basin aequatam multiplicetur. Factum prodet prismatis, quod aceruo aequale est, soliditatem particulis cubicis scalae adhibita definitam. (§. 245.)

5. Eadem scala mensuretur etiam modii cylindrici M diameter et altitudo, et ex his soliditas illius inueniatur. (§. 245.)

6. Denique soliditas acerui per soliditatem modii diuidatur, quotus indicabit, quot modios frumentum coaceruatum capiat.

PROBLEMA LIX.

CCLXXX. *Lignorum struem metiri.*

Resolutio. Aceruus uel strues li- (F. 139. gnorum AD , in formam prismatis rectanguli componi solet. et mensura eius est orgya, siue quadratum, cuius latus capit ut plurimum pedes sex. Itaque inuenienda tantum est superficies rectanguli AC , applicata orgya ad basin BC , et altitudinem AB , factum dabit orgyarum numerum. (§. 158.) Quod si plures lignorum series similes post anteriorem posita sint, per harum numerum orgyae repertae multiplicentur, et totius acerui soliditas inueniatur. e. g. linea BC . capit 50 orgyas. $AB = 6$ org. ergo, si una tantum fuerit lignorum series, strues capit 300 orgyas. Fac super linea CE tres series lignorum positas esse, totius acerui AD magnitudo 900 orgyis determinatur.

DEFINITIO XLV.

CCLXXXI. *Baculus cylindrimetricus*
N 5 (Germ.

(Germ. *Eine cylindrische Visir-Ruthe*) dicitur scala, cuius ope cylindrorum dimensio compendiose ita fieri potest, ut quot cylindros paruos, cylindrus maior capiat, cognoscatur.

PROBLEMA LX.

CCLXXXII. *Baculum cylindrimetricum parare.*

Resolutio prima. 1. Primo omnium (F. 140. eligatur pro mensura cylindrus exiguus, *bc*. (sarius autem est assumere talem, qui maiorem diametrum quam altitudinem habeat.)

2. Deinde super tabula longiore ducatur linea *AC*, eidemque ad rectos angulos (F. 141. applicetur $AB = ab$, diameter urcei uel cylindri minoris.

3. Eadem diameter *AB*, aliquoties in lineam *AC* transferatur, et adscribantur extremis eiusdem numeri quadratorum unitatum, I. 4. 9. 16. 25. 36. etc.

4. Hypotenusa *BI* circino assumpta, ex *A* transferatur in 2. et *B2* ex *A* ponatur = *A3*, item *B3* fiat = *A4* etc. et ita reliqua interualla, quae inter numeros quadratos iacent, similiter diuidantur.

5. Lineae *AC* ita diuisae applicetur baculus ex duriore ligno factus, et in alterum eius latus omnes hae diuisiones transferantur, et numeri adscribantur. in alterum uero latus transferantur assumpti cylindri parui longitudines *ac*, eademque rursus numeris inscriptis signentur.

et

et erit baculus cylindrimetricus rite praeparatus.

Demonstr. Constat ex theoremate Pythagorae. (§. 193.) quod $\square AB + \square AI = \square BI$, et quia $AB = AI$, erit $\square BI = A^2$ duplum $\square AB$, similiter $\square B2 = 3 \square AB$ etc. Itaque cum circuli habeant rationem, quam quadrata diametrorum, (§. 205) liquet, A^2 esse diametrum circuli dupli, A^3 diametrum tripli, et sic porro. itaque applicata hac scala ad dati cylindri diametrum, statim innotescit, quot bases uel circulos urcei uel cylindri parui, qui loco mensurae est bc , maioris cylindri basis circularis complectatur. Deinde si etiam latus de , in quo altitudines mensurae inscriptae sunt, applies ad longitudinem cylindri maioris, et multiplices hic reperiuntur numerum per basin, factum indicabit; quoties maior cylindrus minorem capiat. (§. 245.)

Resolutio secunda. I. Assumatur (F. 142. pro mensura cylindrus parvus NO , cuius altitudo diametro aequalis est. $MN = MO$. (talibus autem cylindri diameter, altitudo et diagonalis sequenti artificio inveniuntur. a) inquiritur in soliditatem mensurae cuiuslibet cylindricae minoris, e. g. canthari, basi circulari in altitudinem multiplicata. (§. 245.) b) deinde, quia scala uel uirga cylindrica accommodanda est cylindro, aequalem altitudinem et basin habenti, cuius multiplicatio, ut postea dicetur, ope cubi aequale fieri debet, et constat, cylindros et cubos aequo altos habere rationem basi-

basium, (§. 260.) ideo inferatur, uti se habet 785 ad 1000, ita inuenta mensurae cylindricae soliditas, ad cubum aequaleum. ex hoc c) inuento extrahatur radix, et latus cubi innotescet, quod simul dabit diametrum et altitudinem mensurae cylindricae aequaleae. Denique d) quia $\square MN + \square MO = \square NO$, (§. 193.) duplicetur quadratum diametri MN, et extrahatur radix quadrata, quae dabit talis mensurae cylindricae aequalis baseos et altitudinis diagonalem.)

2. Diagonalis huius cylindri diuidatur in partes aequales 100, (§. 101.)

3. Et quia similes cylindri seruant rationem triplicatam laterum homologorum, (§. 262.) adeoque etiam diagonalium, (§. 92.) ex tabula cuborum supra allata, (§. 275.) excerpantur numeri pro diagonali cylindri, dupli, tripli, F. 142.) quadrupli etc. et in baculum LR lignum transferantur, numerique cylindrorum multiploꝝ adscribantur. Quod si hoc baculo similis cuiusdam cylindri diagonalem metiaris, statim innotescet, quoties cylindrum paruum maior similis capiat.

SCHOLION.

CCLXXXIII. *Vterque baculus, quem modo parare docui, imprimis pro doliorum dimensione fabricatur; Itaque de huius cylindri uentricosi soliditate inuenienda nunc explicandum est.*

PROBLEMA LXI.

CCLXXXIV. *Dolii soliditatem metiri.* Re-

Resolutio prima. 1. Quia dolii (F. 144. soliditas inuenitur, quando innouescit, quot cantharos, siue cylindros paruos, qui singuli cantharum capiunt, dolum contineat; assumatur baculus cylindrimetricus primi generis, (§. 282) eiusdemque latere, in quo diametri canthari cylindrici inscriptae sunt, mensuretur diameter dolii media EF , et extrema AC .

2. Deinde harum diametrorum accipiat summa, et dimidium illius habetur pro basi aequata, quae pro cylindro aequae spisso possit ualere. (§. 107. arith.)

3. Mensuretur altero baculi latere, in quo altitudines canthari designatae sunt, longitudo dolii AB , et haec multiplicetur in basin aequatam, factum dabit numerum cantharorum dolio contentorum. (§. 245.)

Resolutio secunda. 1. Quia dolia uinaria in germania sic solent componi, ut longitudinem plerumque duplam habeant diametri aequatae; uid. Io. Hartm. Beyer vollkommene Visir-Kunst. c. 35. p. 180. si ad manus fuerit baculus cylindrimetricus secundi generis, intrudatur is per orificium E usque ad C , numerus adscriptus docebit, quot cantharos capiat dolum dimidium $AECF$; duplum ergo illius, doli soliditatem patefaciet. Solent tamen in baculis illis inscribi numeri dupli, ut mensurata linea CE , statim numerus dupli cylindri AF , ex quo dolum componitur, in oculos incurrat.

CON.

CONSECTARIVM.

CCLXXXV. Apparet ex dictis, *airgam* alteram, quam *triangularem* uocant, non nisi cylindris uel doliis, quae similem cum parua mensura cylindrica, siue cylindro canthari, proportionem, siue duplam diametri aequatae altitudinem, habent, recte aptari. v. *Beyer.* p. 187.

SCHOLION

CCLXXXVI. *Vberius de Pithometria agunt BEYER in libro landato, et in Stereometria inaniuum. Francof. M. 1603. 4. item in Conometria Mauritianae. KEPLER in opere latino et germanico de Stereometria doliorum. Denique totam hanc artem analysis adminiculo illustrauit CL. HASIUS in Pithometria Vitzembergae a. 1728. 4. edita.*

PROBLEMA LXII.

CCLXXXVII. *Cuiusuis corporis informis soliditatem inuenire.*

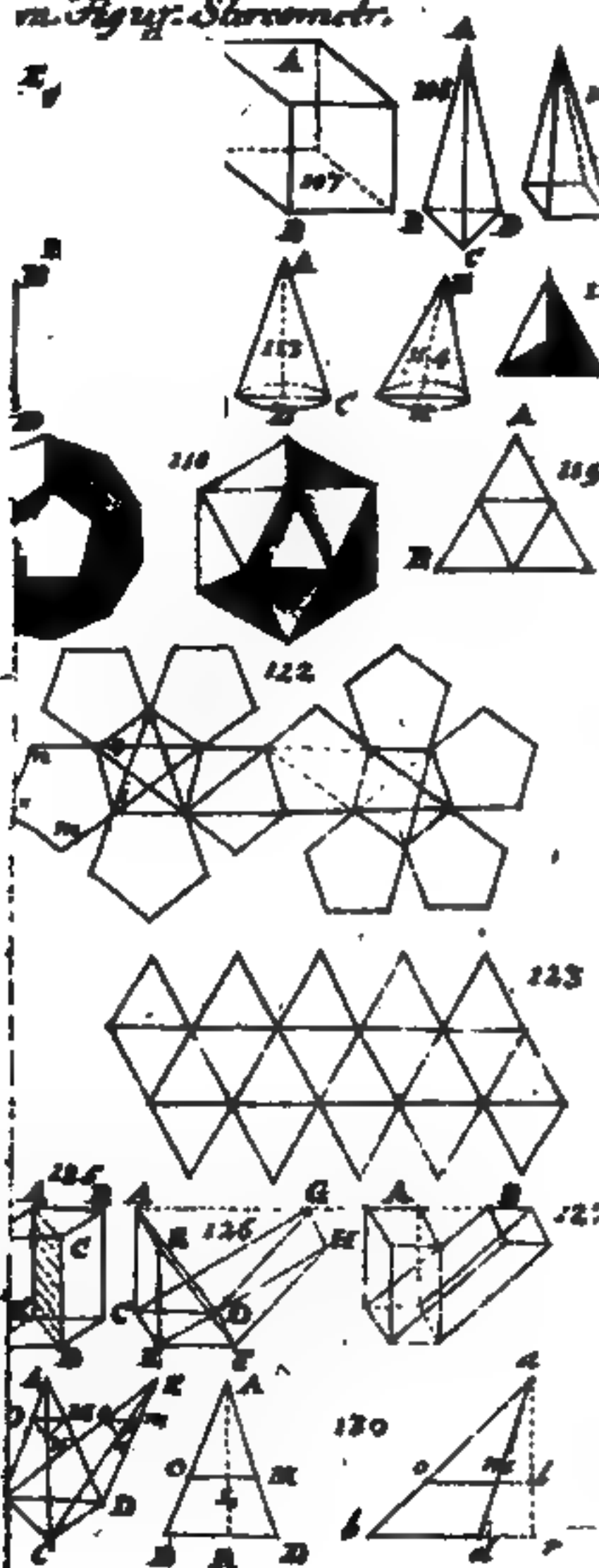
Resolutio. 1. Immittatur corpus (F. 145. informe K in uas cylindricum uel prismaticum AD, et affundatur uel arena uel aqua, donec totum corpus K operiatur.

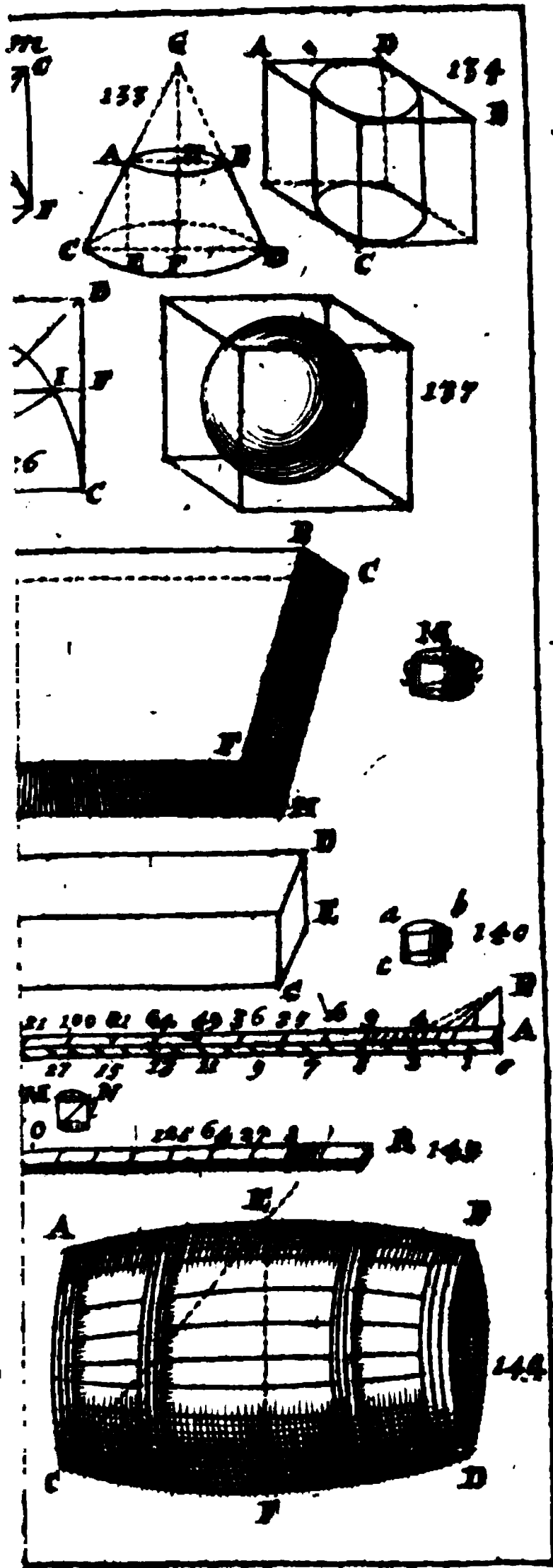
2. Inuestigetur soliditas cylindri ED, (§. 245.) quod et aqua infusa et truncus K continentur.

3. Deinde extrahatur corpus informe K, et cylindrus aquae residuus GD inueniatur. uel detrahatur aqua, si truncus loco commode moueri nequit, et illius soliditas separatim inuestigetur. soliditas aquae GD a cylindro ED subtracta, relinquet spatium EH, quod trunco
uel

in Figur. Stereometr.

E₁





uel corpori informi, quippe quod antea hoc spatium replebat, aequipollet.

SCHOLION.

CCLXXXVIII. *Ad praxin geometriae illustrandam conducunt Opera CHRISTOPHORI CLAVII, DAN. SCHWENTERI, et ANDR. TACQVETI, qui geometriam practicam singulari industria pertractarunt. Eodem pertinet DECHALES Tract. VII. Tomi II. Cursus mathematici.*

TRIGONOMETRIA PLANA.

C A P V T I.

DE

DEFINITIONIBVS TRIGONOMETRIAE ET CONSTRUCTI- ONE CANONIS SINVVM TAN- GENTIVM, ET LOGARITH- MORVM.

DEFINITIO I.

I. *Trigonometria plana* dicitur pars eutymetriae, quae docet artificium, ex tribus trianguli rectilinei partibus datis, inuenire reliquas, quae ignotae adhuc sunt. Eadem ars etiam *analysis* uel *resolutio triangulorum* appellatur.

DEFINITIO II.

II. Chordae cuiuslibet AB dimi- (F. r.
dia

diapars AD , barbaro uocabulo *sinus rectus* uocatur, quia ad rectos angulos super radio HC , qui chordam bisecat (§. 65. geom.) consistit.

CONSECTARIVM I.

III. Quemadmodum chorda AB spectabat duos arcus oppositos AHB , AKB , ita sinus ad eorundem arcuum partes dimidias AH , AK refertur. idemque simul respicit angulos ad centrum ACH , ACK , quorum mensurae sunt arcus antea laudati.

CONSECTARIVM II.

IV. Ex quo apparet, angulum acutum ACH et obtusum ACK contiguos, quorum alter est alterius complementum ad semicirculum, (§. 43. geom.) eodem sinu gaudere.

CONSECTARIVM III.

V. Radius autem FC , utpote chordae maximae, nempe diametri (§. 128. geom.) dimidia pars, est omnium quoque sinuum maximus, et propterea *sinus totus* uocatur, quia reliquos minores tanquam partes complectitur. Sed sicuti diameter duobus semicirculis instar subtensae opponitur, ita etiam sinus totus FC duobus quadrantibus FH , FK respondet. notandum hic in posterum saepe sinum totum literis $S. T.$ designari.

DEFINITIO III.

VI. Sinus AE , qui arcui AF , siue complemento arcus AH ad quadrantem, opponitur,

tur, *sinus complementi*, item *Cofinus* dicitur.

DEFINITIO IV.

VII. Portio HD, quam sinus rectus a radio refecat, *sinus uersus* uel *sagitta* nominatur.

DEFINITIO V.

VIII. Linea GH in puncto H circulum tangens, extremoque radii HC perpendiculariter insistens, (*debet enim tangens sic iuxta circulum duci, ut concurrat cum peripheria, sed eam non secet* (§. 26. geom.) adeoque ad arcum peripheriae, et ad radium, qui ad punctum contactus e centro agitur, sic est posita, ut in neutram partem inclinetur. (§. 33. geom.) et altera parte per lineam GC ex centro eductam refecta, tangens arcus AH, uel anguli ACH, nominatur. Sed quae arcui complementi incumbit ~~FD~~, *Tangens complementi* uel *Cotangens* appellatur.

CONSECTARIUM I.

IX. Vti Sinus AD, ita etiam tangens GH duobus arcibus AH, AK, quorum alter alterius est complementum ad semicirculum, respondet.

CONSECTARIUM II.

X. Quare duo anguli, acutus et obtusus, qui simul componunt 180 gradus, tangentem communem habent.

DEFINITIO VI.

XI. Recta CA G e centro educta, et tangentis magnitudinem definiens, *secans* dicitur.

SCHOLION.

XII. *Veteres HIPPARCHVS, MENELAVS et PTOLEMAEVVS, loco sinuum subtensis utebantur, donec Arabes dimidias earum partes, quarum quippe similis est ratio, (§. 120. arith.) substituerunt, et sinus nuncuparunt. Inter recentiores sinuum tangentium et secantium magnitudines, radio proportionatas, pro singulis graduum minutiis, usque ad quadrantem, indagarunt magno studio, IO. REGIOMONTANVS, NICOL. COPERNICVS, GEORG. IOACH. RHETICVS et VALENTINVS OTHO. v. Othonis praefat. operis Palatini de triangulis. Denique etiam logarithmi ad hos numeros a NEPERO, BRIGGIO, et VLACCO accommodati sunt. Quamvis autem canon siue tabulae, quibus tales numeri continentur, iam compositae sint, ut nunc labore eas denuo condendi supersedere queamus, tamen, quia usus horum numerorum facilius intelligitur, si origo eorum non ignoretur, operae pretium videor facturum, si breuiter praecipua illius canonis componendi artificia, quae quidem ex geometricae ante explicatae elementis deriuari possunt, commonstrem.*

HYPOTHESIS.

XIII. *Quia sinus non solum pro gradibus 90 quadrantis, sed etiam pro eorundem minutis quaerendi sunt, ideo, ut fractiones, quae in hoc calculo subinde occurrunt, negligi possint, sinui toti ingens partium numerus tribui debet. Pro tabulis, quas sub finem attuli, construendis, sinus totus, siue radi-*

radius, 10, 000000 partes habere iubéatur. quibus assumtis, sequenti modo, aliquot graduum et minutorum sinus et tangentes inveniuntur.

PROBLEMA I.

XIV. *Invenire sinum anguli 30. graduum.*

Resolutio. Quia constat, subtensam 60. gr. AB radio parem esse, (§. 140. geom.) sumatur radii siue sinus totius 10,000,000 pars dimidia, 5000000, haec sinum AD arcus dimidii AH, siue 30 graduum dabit.

PROBLEMA II.

XV. *Invenire sinum 45 graduum.*

Resolutio. Subtensa 90 gr. siue quadrantis FK, inuenitur ope theorematis pythag. (§. 193. geom.) nam in $\triangle FCK$, FC et CK sunt radii, horum sunt quadrata, et eorum assumitur summa, $\square FC + \square CK = \square FK$, quae quadrato hypotenusae aequalis est. extracta radice quadrata, cognoscitur FK, et huius pars dimidia FI est. sinus arcus dimidii siue 45 graduum.

PROBLEMA III.

XVI. *Dato sinu AD, invenire Cosinum AE.*

Resolutio. Quia $AE = DC$, (§. 77. geom.) auferatur $\square AD$ a $\square AC$ radii, ex residuo extrahatur radix quadrata, haec ostendet cosinum DC. (§. 196. geom.)

CONSECTARIUM.

XVII. Sinu complementi DC subtracto a radio HC , remanet sinus uersus HD .

PROBLEMA IV.

XVIII. *Dato sinu recto AD inuenire F. 2.) sinum arcus dimidii AI .*

Resolutio. Quadratum sinus uersi HD , (§. 17.) addatur ad $\square AD$ sinus dati, ex summa extrahatur radix, et notá erit subtensa AH , (§. 195. geom.) huius dimidium AI prodeit sinum arcus dimidii. (§. 2.)

PROBLEMA V.

XIX. *Dato sinu recto DG , inuenire F. 3.) num arcus dupli EK .*

Resolutio. Quia triangula BDG , BFH sunt similia, inferatur $BD:DG = BH:HF$, (§. 92. geom.) siue ut radius ad sinum datum, ita sinus complementi ad $HF = LK$, huius duplum EK dabit sinum arcus dupli.

Demonstr. Primum quidem $DG = HC$ (§. 2.) et HB cosinus HC , (§. 6.) praeterea $LK = HF$, parallelae enim sunt inter parallelas, (§. 77. geom.) sed quod LK sit $\frac{1}{2} EK$ ex eo patet, quia LH est basi parallela, quae secat trianguli latera proportionaliter, (§. 88. geom.) quare cum $EH = HC$, sit $\frac{1}{2} EC$, (§. 2.) erit etiam $EL = KL = \frac{1}{2} EK$.

SCHOLION.

XX. *His aliisque modis sinus singulorum graduum, et minorum eorundem, usque ad quadrantem, (tot enim sufficiunt, quia sinus acutorum angulorum, etiam*

etiam pro angulis obtusis valent §. 4.) repetiti sunt. quod laus docent SNELLIUS in doctrina $\Delta\Delta$ canonica. PITISCUS in trigonometria, aliique.

PROBLEMA VI.

XXI. Sinibus inuentis tangentes accommodare.

Resolutio. Ob similitudinem $\Delta\Delta$ ADC et G H C inferatur: $DC:AD = HC:GH$, (§. 92. geom.) siue, ut sinus complementi ad sinum rectum, ita sinus totus ad tangentem quaesitam.

CONSECTARIUM.

XXII. Similiter etiam secantes inveniuntur tali analogia: $AD:AC = GH:GC$. Sed his in trigonometria carere possumus.

PROBLEMA VII.

XXIII. Logarithmum dato sinui respondentem inuenire.

Resolutio. Ut huius problematis solutio accuratius suscipiatur, ad manus esse debet *Adr. Vlacci* arithmetica logarithmica, ut ex eadem pro maxima parte numerorum, qui sinum componunt, logarithmus reperiatur, nam pro numeris, qui resecandi sunt a sinu, pars proportionalis ope regulae aureae indagatur, quemadmodum statim exemplo declarabitur. Sit ergo inueniendus logarithmus sinus 6 gr. uel numeri 1045285. 1. quia pro integro hoc numero nec in Vlacci opere logarithmus extat, quaeratur ibi saltem logarithmus partis, nempe numeri $10452 = 40191994$

2. Deinde excerpatur etiam logarithmus pro numero proxime maiore $10453 = 40192-409$, et utriusque differentia 415 notetur.

3. Sed quia a sinu in fine duae notae resectae sunt, et constat, logarithmorum characteristicam crescere unitate, quoties numerus in fine augetur decade, (§. 192. arith.) necessum est, ut inuenti logarithmi characteristica duabus unitatibus augeatur, quia centies maior est sinus numero 10452, pro quo logarithmus fuit repertus, ideoque prodibit logarithmus pro numero 1045200 talis, 60191994.

4. Quoniam autem in tabulis sinuum Snellii, Strauchii et nostris, sinus tribus numeris fuerunt multati, ut compendiosiores et breviores euaderent, ideo ad characteristicam, secundum praecedens praeceptum auctam, semper tres insuper unitates sunt adiiciendae. eoque facto fiet logarithmus 6 gr. 90191994.

5. Denique adhibenda est ultima correctio pro numeris duobus resectis; inferendo, ut distantia numerorum 1045200 et 10452, quae est 100, ad numeros resectos 85, sic se habet differentia logarithmorum (n. 2.) 415, ad competentem particulam minori addendam, nempe 352. facta hac additione ad logarithmum minorem, fiet $90191994 + 352 = 90192346$, qui est logarithmus sex graduum quaesitus.

PROBLEMA VIII.

XXIV. *Logarithmum tangentis invenire.*

Reso-

Resolutio. Quia pro tangente ualet analogia, $DC:DA = HC:HG$, (§.21.) sequitur, quod additis logarithmis sinus recti et sinus totius, subtractoque a summa logarithmorum cosinus, residuum prodere debeat logarithmum tangentis. (§.184. arith.)

THEOREMA I.

XXV. *Casus trigonometriae generales tantum tres dantur.*

Demonstratio. Cum enim problemata trigonometrica auxilio regulae aureae soluantur, quae tres terminos notos requirit, et in triangulo tantum sex partes, tria nempe latera et tres anguli occurrant, sequitur, quod dentur 1. unum latus cum duobus angulis, 2. duo latera cum uno angulo. 3. tria latera et nullus angulus, et denique 4. tres anguli et nullum latus. Veruntamen, cum anguli aequales tantum proportionalia latera trianguli designent, (§.92. geom.) quorum magnitudo interim multis modis variare potest, liquet, tantum tres huius artis casus generales possibiles relinqui.

CONSECTARIUM.

XXVI. Interim pro diuersitate triangulorum rectangulorum et obliquangulorum, diuersoque datorum et incognitorum positu mutuo; tria illa problemata generalia, in casus speciales duodecim abeunt, quos ordine deinceps contemplabimur.

CAPVT II.

DE

RESOLVTIONE TRI-
ANGVLORVM RECTANGV-
LORVM.

SCHOLION.

XXVII. *Axiomata, quae ex definitionibus ante traditis profluunt, et ad triangulorum solutionem viam patefaciunt, sunt sequentia.*

AXIOMA I.

XXVIII. *In triangulo rectangulo quo-
F. 4.) cunque ABC , si basis BC pro radio
uel sinu toto assumatur, alterum perpendi-
culum AB est tangens anguli C , et hypotenu-
sa AC est secans. Similiter si AB pro ra-
dio habeatur, erit BC tangens anguli A .*

AXIOMA II.

XXIX. *Quando autem hypotenuisa AC
pro sinu toto assumitur, AB est sinus anguli
 C , et BC est cosinus, respondens angulo
opposito A .*

CONSECTARIVM.

XXX. *Itaque pro inueniendis ignotis trian-
guli partibus ex notis quibusdam, id solum
agendum est, ut laterum, tanquam sinuum vel
tangentialium, mutua relatio rite instituat, in-
deque solutio desumatur. Est autem similis
proportio mensurarum diuersarum, quibus
eadem*

eadem latera aestimantur, siquidem per mensuras linearum longitudo et proportio non mutatur, sed determinatur. Veluti si latera, quorum alterum alterius duplum est, variis mensuris definiantur, semper harum quoque dupla erit ratio. Ideoque, si latera triangulorum eadem, modo mensuris geometricis, modo particulis sinus totius, tanquam sinus recti uel tangentes, mensurentur, recte harum mensurarum utpote quantorum rationalium similium, suscipitur comparatio, quemadmodum ex exemplis statim uberius elucescet.

PROBLEMA IX.

XXXI. *Datis, praeter angulum rectum, cruribus trianguli rectanguli, AB, BC, inuenire angulos acutos.* (F. 4.

Resolutio. Basi BC pro sinu toto assumpta, quia AB fit tangens anguli C, inferatur, uti se habent partes mensurae geometricae lateris BC ad similes lateris AB, ita BC sinus totus ad AB tangentem anguli ad basin. h. $BC : AB : \sin. tot : \text{Tang. ang. C.}$ quo ex tabulis excerpto; alter acutus A, prioris complementum ad 90 gr. cognoscitur. (§. 84. geom.)

PROBLEMA X.

XXXII. *Datis hypotenusa AC et catheto AB, et angulo recto B, inuenire angulos acutos.*

Resolutio. Assumpta hypotenusa AC pro sinu toto inferatur: $AC : AB = \sin. tot. \sin. ang.$

ang. C. quo dato alter A, illius complementum innotescit.

PROBLEMA XI.

XXXIII. *Datis crure BC et angulis acutis, inuenire crus alterum AB.*

Resol. Posito crure BC pro sinu toto, locum habet analogia: Sin. Tot: Tang. ang. C = BC: AB.

CONSECTARIUM.

XXXIV. Hoc modo soluitur problema 18. §. III. geom. quo altitudinem accessam metiri docui. quia angulus C organo goniometrico potest mensurari. (§. 38. geom.) Verum nisi perquam accurate facta fuerit anguli mensio, uix absque errore problema soluitur, quia in trigonometria etiam minuta graduum determinata requiruntur. v. TACQVET Geom. pract. p. 28. 30.

PROBLEMA XII.

XXXV. *Data bypotenusa AC et angulis, inuenire cathetum AB.*

Resolutio. S. T: Sin. ang. C = AC: AB.

PROBLEMA XIII.

XXXVI. *Datis angulis et catheto AB, inuenire bypotenusam AC.*

Resolutio. S. ang. C: S. T. = AB: AC.

PROBLEMA XIV.

XXXVII. *Datis cruribus, inuenire bypotenusam.*

Re-

Resolutio. Inueniantur prius anguli, (§. 31.)
deinde etiam hypotenusa facile indagatur.
(§. 36.) Aliam solutionem suppeditat theore-
ma Pythagorae, quam in geometria explicauimus.
(§. 195. geom.)

PROBLEMA XV.

XXXVIII. *Data hypotenusa et basi, in-
uenire cathetum.*

Resolutio. Iterum prius angulus alter A
quaeratur, inferendo: $AC:BC = S. T. S. \text{ ang.}$
A. deinde cathetus inuenitur secundum §. 33.
Vel adhibetur theor. pythag. (§. 196.)

CAPVT III.

DE

RESOLVTIONE TRI-
ANGVLORVM OBLIQVAN-
GVLORVM.

THEOREMA II.

XXXIX. *In quouis triangulo ABD la-
tera habent eandem rationem, quam sinus
angulorum, quibus opponuntur.* (F. 5.)

Demonstr. Quoniam enim omne triangu-
lum potest circulo inscribi, (§. 68. geom.) hoc
facto, latera sunt subtensae arcuum opposito-
rum, horumque laterum dimidiaae partes, sunt
sinus angulorum dimidiorum, (§. 3.) quales
sunt

sunt anguli ad peripheriam (§. 113. geom.) Itaque $AB:BD = AE:BG = \sin. \text{ang. } D : \sin. \text{ang. } A$. siquidem similis est ratio integrorum et dimidiorum, (§. 120. arith.) unde liquet, latera trianguli habere rationem, quam sinus angulorum, quibus opponuntur.

CONSECTARIVM, I.

XL. Quamobrem latera cum sinibus angulorum oppositorum recte comparantur.

CONSECTARIVM II.

XLI. Praeterea hoc theorema iure quodam vocatur commune, quia ad rectangula et obliquangula triangula pertinet.

PROBLEMA XVI.

XLII. *Datis in triangulo tam rectangulo, quam obliquo angulis duobus B, D, et latere AB, inuenire aliud latus quodlibet.*

Resolutio. Inferatur, $\sin. \text{anguli } D : AB = \sin. \text{ang. } B : AD = \sin. \text{ang. } A : BD$.

CONSECTARIVM.

XLIII. Ita soluitur probl. 16. geom. §. 106. quo distantia duorum locorum, quorum alter solum accessus est, quaeritur.

PROBLEMA XVII.

XLIV. *Datis duobus lateribus AB, BD, et angulo D, qui alteri lateri opponitur, inuenire angulum alteri lateri oppositum A.*

Re-

Resolutio. $AB : \sin D = BD : \sin A.$

PROBLEMA XVIII.

XLV. *In triangulo obtusangulo (F. 6. ABC. angulis datis cum basi BC, inuenire perpendicularum AD demissum in basin continuatam.*

Resolutio. Quaeratur prius AC, hac analogia; $\sin A : BC = \sin B : AC$ (§. 42.) dein solvatur $\triangle ACD$ et inferatur, S. T. $D : AC = \sin C : AD.$

CONSECTARIVM I.

XLVI. Vsum habet haec solutio, pro inveniendâ altitudine inaccessa. (§. III. geom.)

CONSECTARIVM II.

XLVII. Porro accommodari potest problemati, quo perpendicularum inaccessum (F. 7. AB, ex duabus stationibus D, C, quæ in ædibus oppositis assumuntur, indagatur. nempe organo goniometrico reperiuntur anguli ad D et C, cum latere DC, indeque linea AC, deinceps in $\triangle ABC$ etiam linea AB quaeritur.

PROBLEMA XIX.

XLVIII. *In triangulo obliquo ABC (F. 8. datis duobus lateribus, AB, AC, cum angulo intercepto A, inuenire latus tertium BC.*

Resolutio. I. Ex altero angulo ignoto demittatur perpendicularum in latus oppositum BD,

BD, quo secatur obliquum triangulum in duo rectangula.

2. Hoc facto, resolvitur $\triangle ABD$, in quo ob notum angulum A, et rectum D, etiam tertius B cognoscitur. et quaeritur perpendicularum, BD, tali analogia; S. T. D : AB = sin. A : BD. et portio AD, hoc modo; S. T. D : AB = sin. ABD : AD. (§. 42)

3. Aufertur AD ex AC, et relinquitur DC, et tum in $\triangle BDC$ datis cruribus invenitur hypotenusa. (§. 31.)

SCHOLION.

XLIX. Sed quia haec solutio prolixior, ipsum autem problema frequens admodum est, in illius gratiam alia breviter excogitata fuit, quam, praemisso prius lemmate arithmetico, exponam.

LEMMA.

L. Si a semisumma duorum quantorum inaequalium subducatur differentia eorundem dimidia, relinquitur minus. Vicissim, si ad semisummam semidifferentia addatur, prodit maius.

Demonstratio. Maius (12) continet minus (8), et differentiam (4), quare summa maioris et minoris (20) capit bis minus et differentiam. ergo summa dimidia (10) continet semel minus (8) cum semidifferentia (2), quapropter si haec semidifferentia detrahatur a semisumma, minus, si addatur ad eandem, maius proveniet.

PRO.

PROBLEMA XX.

LI. *Datis in triangulo obliquo ABC duobus lateribus AB, AC, cum (F. 9. angulo intercepto A, inuenire angulos ignotos.*

Resolutio. 1. Inferatur: ut summa duorum laterum datorum ad eorundem differentiam, ita tangens dimidia summae angulorum ignotorum, ad tangentem dimidia differentiae eorundem.

2. Dimidia angulorum ignotorum differentia additur ad semisummam eorundem et, prodit angulus maior, qui maiori lateri opponitur, (§. 126. geom.) uel eadem semidifferentia angulorum ignotorum demitur a semisumma, et residuum dabit angulum minorem, qui minori lateri opponitur.

Demonstr. Posterior resolutionis pars lemmate allato (§. 50) confirmatur, itaque saltem prioris fundamentum indicandum restat. ducatur latere AC, maiore ex datis, circulus ex centro A, et continuetur AB in D et E, et fiant lineae obscurae DC, CE. quia $AC = AE = AD$ (§. 20. geom.) erit BE summa laterum datorum, et BD eorundem differentia, et quia angulus externus EAC aequalis duobus internis ignotis, $ABC + ACB$, (§. 86. geom.) fiet angulus ADC, semisumma angulorum ignotorum, (§. 113. geom.) et cum DCE fit angulus in semicirculo rectus, (§. 116. geom.) si ducatur ex centro D, radio DG, arcus CF,

CF, qui est mensura anguli D, fisset linea EC tangentem semisummae angulorum ignotorum. (§. 8.) Porro liquet, quod angulus DCB sit semidifferentia angulorum ignotorum, quippe qui additus ad alterum D, componit externum ABC (§. 86. geom.) maiorem ex ignotis, (§. 126. geom.) erectoque super DC perpendiculo DG, hoc dabit tangentem semidifferentiae angulorum ignotorum (§. 8.) Enimvero $\triangle GBD \sim \triangle BEC$, quia anguli verticales ad B aequales, (§. 48. geom.) et ob parallelas GD et EC, in quas cadit DE transversa, erit $BGD = BCE$ (§. 74. geom.) ideoque tertius aequalis tertio, (§. 85. geom.) et valet analogia: (§. 92. geom.) $BE : BD = EC : GD$. h. e. ut *summa laterum ad differentiam eorundem*, sic *tangens semisummae angulorum ignotorum*, ad *tangentem dimidiaae differentiae eorundem*, Q. E. D.

PROBLEMA XXI.

LII. *Datis tribus trianguli obliquanguli F. 10.) li ACD lateribus, angulos inuenire.*

Resolutio. Latere minore AD ducatur ex centro A circulus, et ex angulo A in basin demittatur perpendiculum. quia $AD = AB = AF$, (§. 20. geom.) erit $CF = CA + AD$, siue summa duorum crurum, et $CB = AC - AD$, siue differentia eorundem crurum. His praeparatis,

I. quaeratur portio baseos extra circulum CG, hac annalogia, $CD : CF = CB : CG$, siue ut *rota basis ad summam reliquorum duorum*

rum laterum, sic horum differentia, ad portionem baseos extra circulum.

2. Deinde quia subtensa GD in E in duas partes secatur (§. 65. geom.) si sumatur $CD - CG = GD$, huius portio dimidia erit ED , et eadem addita ad CG , dabit CE .

3. Itaque in triangulis rectangulis ACE , ADE , datur basis cum hypotenusa et angulo recto, quae data ad angulos inveniendos sufficiunt, quemadmodum capite secundo (§. 32.) est explicatum.

Demonstratio. Ostendendum saltem est, analogiam, quam parte prima huius resolutionis attuli, recte se habere. id quod peculiari schemate declarabo. Nimirum ex puncto C extra circulum, ductis quibuslibet duabus rectis CB , CA , verum est, quod lineae secantes CB , CA , habeant reciprocam rationem portionum suarum extra circulum, siue quod analogia valeat $CB : CA = CD : CE$. Nam ductis lineis AB , DE , fiet $\triangle CAB \sim \triangle CDE$; quia angulus α communis utrique triangulo, et $m = \gamma$. siquidem $\gamma + \theta$ habent pro mensura semicirculum, (§. 43. geom.) sed mensura anguli m est $\frac{1}{2} DEB$, et mensura anguli θ est $\frac{1}{2} DAB$, (§. 115. geom.) qui duo arcus component totum circulum, et dimidia eorundem semicirculum conficiunt. ideoque $m = \gamma$. ergo etiam $\alpha = n$, (§. 85. geom.) et $\triangle CAB \sim \triangle CDE$, (§. 92. geom.) unde manat analogia: $CB : CA = CD : CE$. Q. E. D.

SCHOLION.

LIII. Quia proportio diametri ad circulum facilius potest beneficio canonis sinuum et tangentium demonstrari, hanc ueluti mantissae loco nunc subiungam.

PROBLEMA XXII.

LIV. Inuenire proportionem diametri et peripheriae circuli.

F. 12.) *Resolutio.* 1. Fac circulo inscriptam et circumscriptam esse figuram polygonam regularem 48 laterum. et latus unum figurae circumscriptae AD, et inscriptae latus linea GE sistat.

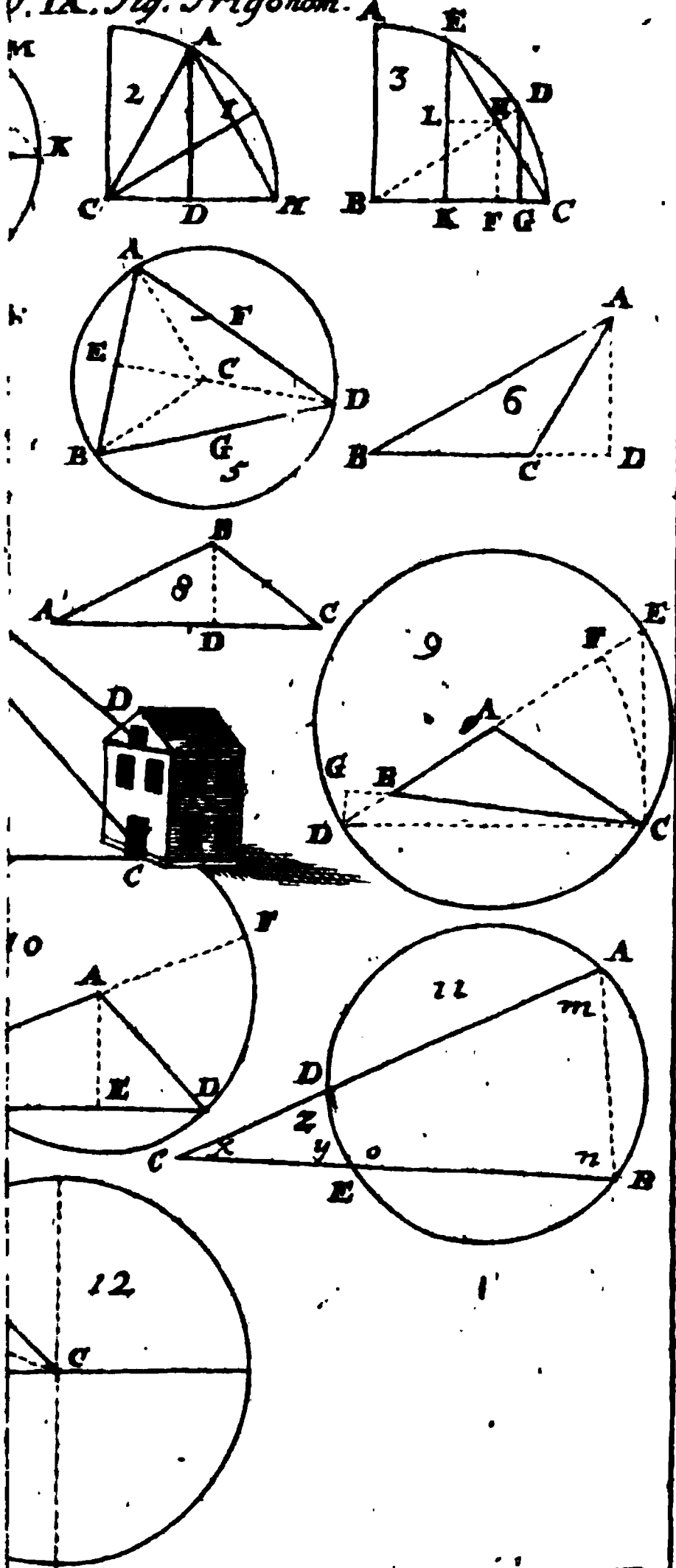
2. Diuisis gradibus circuli 360 per 48, producit angulus ad centrum ACD, $7^{\circ} 30'$. dimidius illius est angulus ACB. $3^{\circ} 45'$. huic opponitur GF tanquam sinus, 654031, et AB tanquam tangens 655435. (§. 2. 8.)

3. Duplum sinus est latus GE = 1308062, duplum tangens est latus AD = 1310870.

4. Si utrumque latus multiplicetur per 48, producit peripheria inscripti polygoni = 62786976 et peripheria circumscripti = 62921760.

5. Inter has polygoni intra et extra circulum scripti peripherias, circulus medius est, et potest haberi pro medio arithmetice rationali quanto, quod inter duo illa extrema situm est; quare addantur duae inuentae polygonorum similium peripheriae, et summae 125708736 dimidium 62854368 pro circulo assumatur. (§. 107. arith.)

Pl. IX. Fig. Trigonon.



6. Hoc posito, diametri (siue dupli sintis totius §. 5.) proportio ad circuli peripheriam prodit 200000000 : 62854368, uel demus utrimque notis quinque ultimis, ut numerus tractatu facilius euadat 200 : 628, iterumque diuisis his numeris bifariam, (§. 120. arith.) 100 : 314. quam rationem diametri et peripherie circuli, tanquam uerae satis uicinam, iam supra §. 129. geom. laudavi. conf. Tacquet Geom. pract. p. 78.

OPTICA.

PARS I.

OPTICA PROPRIE DICTA, DE RADIIS DIRECTIS.

CAPIT. I.

DE

OCVLI FABRICA ET LEGIBVS VISIONIS.

DEFINITIO I.

I. *Optica* est scientia de uisione, quatenus circa eam determinatio quantitatis locum habet.

DEFINITIO II.

II. *Radii lucis* sunt uel *directi*, qui a rebus tum propria luce gaudentibus, tum il-

lustratis, recta in oculos incurrunt. uel *reflexi*, qui a superficie speculari reperiuntur, uel denique *refracti*, qui, dum ex pel-
lucido in aliud transeunt, inflectuntur.

DEFINITIO III.

III. Triplex hoc luminis discrimen parit tres opticae partes. quarum prima optica *proprie dicta*, de radiis directis, altera *catoptrica* de radiis reflexis, et tertia *dioptrica* de radiis refractis agit.

SCHOLION I.

IV. Haec de rerum aspectabilium phaenomenis scientia iam olim quidem a GEMINO inter mixtae mathe-
seos partes relata fuit, v. PROCLI Comment. ad Eucl. p. II. sed tamen ueteres haud adeo magnos in ea-
dem excolenda progressus fecisse, ex speciminibus, quae ad nos peruenerunt, luculenter patet. EUCLIDIS optica et catoptrica, prima tantum huius do-
ctrinae elementa, nec accurate satis, tradunt. ut spurius nonnullis nec dignus Euclideo nomine liber iste uideatur. v. DAV. GREGORII praef. oper. Eucl. ARISTOTELIS et PHILIPPI OPUNTII optica temporum iniuria interierunt. medio aeuo cir-
ca sec. X. ALHAZEN Arabs Libros VII opti-
corum composuit, sed falsis passim hypothesebus nititur. Ex illo pleraque desumpsit VITELLO, qui sec. XIII. libros X. opti-
corum scripsit. utrumque in thesauro optico edidit FED. RYSNERVS. Basil. 1572. f. Fe-
liciore successu optica coluere recentiores, inde ab eo tempore, quo admirandum telescopii instrumentum re-
pertum est. De horum inuentis postea dicetur. eminent prae ceteris nomina CARTESII, KEPLER-
RI, NEWTONI, qui praeclaram huic doctrinae lucem attulerunt.

SCHOLION II.

V. Ceterum uix opus est, ut admo-
neam, opticae con-
mo-

modissime post geometriam pertractatam subiungitur, quia radii lucis, tanquam lineae physicae considerantur, quibus praecepta geometriae accommodanda sunt. conf. ARISTOT. Anal. poster. L. I. c. 7. PROCLUS p. 12. GEBLIUS L. 16. c. 12. Iam procul ambage rem ipsam adducam. Initium capiam ab oculi fabrica et legibus visionis, et pro his cognoscendis experientiae testimonia proferam, quae in dioptrica suo loco uberius declarabuntur.

DEFINITIO IV.

VI. Oculi organon tum tunicis quibusdam uel inuolucris, tum humoribus, quos istae claudunt, pellucidis, constat. Tunicae tales sunt. 1. *Cornua* A B C, perspicua (F. 1. ad instar cornu, anteriorem oculi partem regens, connexa cum tunica alba et dura, quae *sclerotica* uel *cornea opaca* uocatur. 2. *Uvea* A D C subiecta corneae, medio loco foramen rotundum, quod *pupillam* dicunt, habens, per quod radii in oculum ingrediuntur. Pars uueae per corneam transparens, varieque colorata, *iris oculi* dicitur. *Choroidea* est pars uueae altera, quae posteriorem oculi regionem occupat, et scleroticae incumbit, atro in hominis oculo pigmento obducta. Hanc excipit 3. *Retina*, siue *ἀμφιβλεβερστις*, ueli instar tenuissimi super choroide expansa, prope ligamentum ciliare desinens. hae tunicae abeunt tandem in funiculum solidum et rigidum N, qui *nervus opticus* uocatur, et in cerebri meninges diffunditur. Intra oculum latent tres humores pellucidissimi. 1. *Aqueus* D inter corneam et humorem crystallinum.

2. *CrySTALLINUS K*, inſtar vitri politi utrinque, anteriùs quidẽ minùs, poſteriùs magis conuexus, qui improprie humor dicitur, et partibus ſolidis potius quam fluidis accenſeri meretur. ambiunt cryſtallinum proceſſus uel fibrae ciliares, quae illius motum regere creduntur. 3. *VITREUS V*, conſiſtentia alicuius gelatinae gaudens, qui maximam globi oculi partem poſt cryſtallinum occupat, et cryſtallino incumbenti puluinem praeſebet. Prout haec omnia oculi animalis ſectio melius declarat.

EXPERIMENTVM I.

VII. Separatis a poſteriore oculi parte tunicis craſſioribus, candelæ per pupillam lucentis imago parua et inuerſa, poſt humorem vitreum, in fundo oculi pingitur.

EXPERIMENTVM II.

VIII. Quoniam difficillima eſt tunicarum ſeparatio, quædam fit, facile tenue retinae uelum rumpitur, et quia humor cryſtallinus in oculis antea tantum demortuorum mox obſcuratur, præſtat hic in auxilium adhibere capsulam, quæ oculum artificialem refert, in qua lens optica, quæ unius uel duorum pollicum interuallo poſt ſe rerum imagines pingit, ponitur, et poſt eam vitrum uel planum uel cauum ſemipellucidum mobile collocatur. uid. §. 52. dioptr. Ita enim lens optica humoris cryſtallini,

staltini, qui similem cum illa refractionem habet, v. ARCHIB. PITKARNII theoria morborum oculi, p. 12. uices gerit, et utrum semipellucidum fundum oculi retiforme sistit. Hoc oculo artificiali in obiecta uerso, sequentia in eodem phaenomena contemplari licet. 1. Omnium rerum imagines inuersae sistuntur. 2. Rerum propinquarum imagines sunt maiores, remotarum imagines sunt minores, et tanto quidem minores, quo obiectum longius distat. 3. Res uicinae et remotae simul non distincte depinguntur, sed distantia fundi mobilis a lente, pro utriusque generis obiectorum imaginibus recipiendis, debet uariari. nempe imagines rerum remotarum, interuallo minore a lente, in fundo mobili clarius exhibentur, rerum autem uicinarum imagines ut perspicue appareant, fundi mobilis a lente interuallum maius requirunt. 4. Denique moto obiecto uel oculo, etiam imago rei mouetur.

CONSECTARIUM I.

IX. Ex his experimentis, quorum rationes in dioptrica §. 41. explicabuntur, colligitur, humorem oculi crystallinum officium lentis opticae obire, quae certo interuallo acceptos a rebus radios unit, et imagines earum inuersas post se sistit. et ualde probabile est, pictu-

ram illam imaginum in oculo potissimum ferire tunicam retinam, quia haec immediate vitreo humori subest, et ob tenuitatem facillime a radiis commouetur. Idemque PERRALTIVS aduersus MARIOTTIVM, qui choroidem retinae praetulit, defendit. uid. ACT. E. LIPS. 1683. p. 67. ACT. PHILOS. ANGL. ed. lat. p. 556. HIST. ACAD. R. SCIENT. 1712. p. 38.

CONSECTARIUM II.

X. Cum uero uicinorum obiectorum maiores, remotiorum minores imagines sint, et F. 2.) experientia doceat, propinqua reuera remotis maiora apparere, sequitur; magnitudinem rerum apparentem aestimari ex magnitudine imaginis AB in oculo depictae.

CONSECTARIUM III.

XI. Quia uicina et remota non simul clare conspiciuntur, necessum est, ut aut humor crystallinus aut retina moueri possint. nempe pro uidendis remotis, humor crystallinus ad retinam debet admoueri, pro uidendis uicinis, crystallinus, a retina paullulum debet recedere. Vel quia constat, lentem minus conuexam longius, magis conuexam citius radios unire (§. 29. de optr.) ideo aliis uerisimilius uidetur, humoris crystallini conuexitatem fibrarum ciliarium beneficio augeri uel minui. conf. CL. GRAVESANDE Instit. philos. Newton. L. 3. c. 19. §. 713. sq.

CON-

CONSECTARIUM IV.

XII. Hinc intelligitur, cur oculi nonnullorum, alias sani, melius videant vicina quam remota; et rursus, cur alii acutius remota, quam vicina obiecta cernant. Illi lusciosi, graecis *μυωπες*, a conuicendo, uocantur, qui hoc uitium plerumque diuturno rerum uicinarum conspectu sibi contraxerunt, dum humor crystallinus remotiorem a retina et stabilem situm, uel figuram minus conuexam, propinquis rebus accommodatam, longa assuefactione nactus est. Hi, qui remota melius quam vicina uident; *πρεσβυται*, *senes*, dicuntur, quia senibus haec oculorum imbecillitas familiaris est. Nam dum oculus, uti totum senile corpus, rugatur, crystallina lens subsidet, uel ad retinam appropinquat, unde ob fibrarum rigiditatem non potest dimoueri, et rebus uicinis spectandis conformari. Lusciosorum autem uitium, assuefactione contraria, oculisque in res remotas identidem directis, haud raro emendari solet. conf. DECHALES Tom. III. p. 391. sq. add. STVRMII *disf. de presbytis et myopibus*, in *philos. elect.* tom. 2. p. 426.

CONSECTARIUM V.

XIII. Ceterum ex laudatis experimentis illud quoque clare intelligitur, uisionem harum picturarum receptione et perceptione absolui, non radios ex oculis in res emanare, uti ueteres nonnulli opinabantur, v. PLATO

in Timaeo T. 3. op. p. 45. VOSSIVS d. orig. et progr. idol. p. 847.

EXPERIMENTVM III.

XIV. *Si quis uesperis in conclauis obscurato ante speculum se sistat, et derepente candelam sibi afferricuret, qua facies illustratur, et tum oculos suos in specula contueatur, deprehendet, oculi pupillam, quae primum allato lumine magna erat, sensim ob luminis candelae copiam contrahi et coarctari. Idem interdiu quis potest experiri, si oculis in rem a sole ualde illuminatam uersis, deinceps in speculum intuens aduertat, quam angustum subito reddatur pupillae foramen, et tum iterum in locum paucolumine imbutum transeat, et in speculo contueatur, quomodo in loco obscuriore pupilla sensim paulatimque augeatur et amplificetur.*

CONSECTARIVM I.

XV. Pupillae igitur magnitudo nobis insciis uariatur, et luminis ubertati et raritati accommodatur. parua est, quando lux nimia copia affluit, et sic lumen oculis nociturum arcet; maior redditur, quando lux est temperatior minusque uehemens, conf. obseruat. MERY in Comment. A. C. R. S. 1704. p. 351.

CONSECTARIVM II.

XVI. Quare, qui subito ex obscuro loco in
ualde

ualde illustratum transit, oculis incommodum, et quendam ueluti dolorem, a luminis copia procreari sentit, donec breui post pupilla coarctatur, et non nisi tolerabilem oculo lucem admittit.

EXPERIMENTVM IV.

XVII. *Si oculi in obiectum unicum uertantur, et alteruter oculus digito nonnihil a directione sua dimoueatur, obiectum duplex apparet.*

CONSECTARIVM I.

XVIII. Quod igitur oculis duobus, in quibus duae imagines pinguntur, tantum unicum obiectum conspiciatur, id efficitur directione oculorum in rem unam, in qua radii, qui inde in oculum utrumque illapsi sunt, conueniunt, quam plane similis et ueluti sympathetica filamentorum utriusque nerui optici commotio comitatur. v. HONOR. FABRI synopsis. opt. p. 32. WILH. BRIGGS noua theoria uisionis de consensu neruor. optico. Act. Erud. a. 1683. p. 454. et I. C. STVRMII diss. de sensu unius geminato. phil. ecl. T. II. p. 218.

CONSECTARIVM II.

XIX. Simili de causa, etsi imago rei in oculo inuersa sistatur, tamen res erecta cernitur, quia radii reducti ex summa parte imaginis A desinunt in parte infima obiecti E, et ex ima parte imaginis B retroacti, finiuntur in summa parte rei D.

CON-

CONSECTARIVM III.

XX. Denique ex his experimentis generale hoc axioma fuit, quod rerum aspectabilium perceptio pro diversitate imaginum in oculis pictarum uarietur.

CAPVT II.

DE

LVCE, VMBRA ET COLO-
RIBVS.

EXPERIMENTVM V.

XXI. Si in ualua conclauis obscurati unicum exiguum foramen fiat, per quod solis radius possit penetrare, notabit attentus obseruator, radium solis secundum rectam omnino lineam extendi. Huic experimento si illud iungatur, quod quotidie capimus, dum experimur, obiecta tantum illa conspici, quae directo oculis opponuntur, et interim inconspicua esse reliqua, quae a tergo, uel obliquius a latere sunt posita, exinde, qualis radiorum lucis uia sit, manifesto intelligitur.

CONSECTARIVM.

XXII. Nimirum lumen per rectas lineas propagatur, et radii lucis omnes tanquam rectilinei possunt considerari.

EX.

EXPERIMENTVM VI.

XXIII. *Praeterea experientia docet, candelam in canclauē obscurum illatam quauersum in omnes partes lucem suam diffundere, ita tamen, ut facile appareat, lumen prope candelam fortius et clarius, in longiore uero distantia debilius et rarius esse.*

CONSECTARIVM I.

XXIV. Ex quo phaenomeno discimus, a puncto luminoso C, tanquam centro, (F. 3. radios undique in sphaerae modum exire et diffundi. Ideoque non potest non lux esse clarior prope fontem A, quam in maiore distantia a centro, ueluti in puncto B. quia prope centrum in A radii sunt densiores, in B redduntur rariores. Adeoque uires lucis, in diuersa a fonte distantia, habent se ut superficies sphaerarum, quibus terminatur.

CONSECTARIVM II.

XXV. Sed cum geometria doceat, sphaerarum superficies habere similem rationem quam quadrata diametrorum, (§. 270. coll. §. 205. geom.) sequitur, quod uis lucis in A, ad uim lucis in B, habeat reciprocam rationem quadratorum distantiarum AC et BC.

THEOREMA I.

XXVI. *Extremus a sphaera lucida ad oculum emissus radius DG sphaeram (F. 4. tangit.*

Demonstratio. Punctum enim lucidum D in sphaerae modum radios fundit, (§. 24.) nisi qua impedit materiae convexitas, sed ubi hoc fit, radius DG debet sphaeram tangere, quia cum superficie sphaerica sic concurrir, ut iuxta eam transir, non autem eam penetrare queat. (§. 27. geom.)

THEOREMA II.

F. 4.) XXVII. *Arcus uel portio sphaerae KHE, quae spectatur ab oculo propiore F, minor est portione sphaerae LHD, quam uidet oculus remotior in G.*

Demonstratio. Cum enim anguli CDG et CEF recti sint, et $\angle CFE > \angle CGD$ (§. 86. geom.) erit $\angle FCE < \angle GCD$, (§. 84. geom.) et arcus HE $<$ arcu HD, (§. 29. geom.) et $\angle KHE < \angle LHD$.

CONSECTARIVM I.

XXVIII. Quare sphaera lucida maiore segmento remotiora, minore segmento propiora obiecta collustrat.

CONSECTARIVM II.

F. 5.) XXIX. Sphaera lucida AB aequalis sphaerae opacae CD, hanc hemisphaerio suo illustrat. nam figura ABCD est rectangula, (§. 26.) et anguli ad E et F itidem recti sunt, ideoque AGB et CHD sunt semicirculi.

CONSECTARIVM III.

F. 6.) XXX. Sphaera autem lucida AB maior opaca EG, plus quam hemisphaerium huius

ius illuminat. siquidem ob angulos B et G rectos, (§. 26.) si ducatur parallela K.O, fiet KG figura rectangula, (§. 135. geom.) et arcus IG et ME sunt quadrantes, his cum accedat arcus MI, pro formando arcu EMIG, nullum est dubium, hunc semicirculo maiorem esse.

THEOREMA III.

XXXI. *Lumen maius efficit, ut minus non sentiatur.*

Demonstr. Nam ubertas luminis maioris et fortioris, uehementer commouet oculum, ut motus et impulsus luminis minoris et imbecillioris non sentiatur.

CONSECTARIVM.

XXXII. Interdiu ergo stellae latent et fulgore solis obumbrantur. nonnullae praesente sole ueniunt in conspectum, quando hic totalem eclipsin patitur. Apparent etiam stellae lucidiores, si interdiu in conclauis obscurato, per angustum foramen telescopio astronomico quinque uel sex pedum adspiciantur.

DEFINITIO V.

XXXIII. *Vmbra* est spatium luce priuatum, a quo lux a medio corpore opaco arceretur.

CONSECTARIVM I.

XXXIV. Vmbra semper in auersa a lucere regione cernitur. et limites eius definiunt radii lucis rectilinei, (§. 22) qui extrema corporis opaci stringunt, quapropter etiam figuram opaci

opaci nonnihil imitatur. ex quo principio omnis umbrarum repraesentatio in picturis derivatur.

CONSECTARIVM II.

XXXV. Moto lumine uel corpore opaco, noua semper umbra formatur. et possunt ab uno corpore opaco plures umbrae spargi, si a pluribus luminibus collustratur. Umbra etiam prope opacum corpus obscurior est, quam in regionibus ab opaco remotioribus, quia hic a luce uicina diluitur. Ideoque luminis et lucis confinia difficulter admodum distinguuntur. Interim tamen lux fortior melius eadem separat, quam debilior.

CONSECTARIVM III.

XXXVI. Denique manifestum est, quod umbrae figura, quae a sphaera opaca, quam alia sphaera lucida collustrat, proficitur, semper quidem circulo terminetur, uerum tamen sectionis huius circularis non eadem ubique est magnitudo. nam cum sphaera lucida opacae, quam illuminat, aequalis est, umbra CL cylindriformis erit. si sphaera lucida GF (F. 7.) maior fuerit opaca CE, umbra CEH coni figuram assumet. denique quando sphaera lucida AB, minor est opaca CDE, quae illuminatur, umbra diuergens CG, uel continuo auctior, καλαθονδία graeci uocant, euadet.

PROBLEMA I.

XXXVII. *Datis diametris sphaerae lucidae*

dae maioris et opacae minoris AF, CE, una cum earundem distantia GD, in (F. 7. uenire longitudinem umbrae conicae DH.

Resolutio. Ducatur CB parallela GD, quia $\triangle ABC \sim AGH$, (§. 92. geom.) ualer analogia, $AB : BC = AG : GH$. subtracta distantia sphaerarum GD, relinquitur longitudo coni umbrosi DH.

DEFINITIO VI.

XXXVIII. *Umbra recta* est BC, (F. 9. 10. quam proicit corpus AB perpendiculariter supra horizontalem lineam positum. *umbra uersa* est DG, quam proicit corpus horizonti parallelum DE, parieti perpendiculari DF ad rectos angulos infixum.

CONSECTARIUM.

XXXIX. Umbra recta crescit, cum minuitur altitudo lucis; decrescit, cum crescit altitudo lucis. sed contrario modo umbra uersa crescit, dum lucis altitudo augetur, decrescit, quando lucis altitudo minuitur. conf. §. 29. Trigon. pl.

PROBLEMA II.

XL. *Data altitudine perpendiculari (F. 9. corporis AB, et altitudine solis supra horizontem, inuenire longitudinem umbrae BC.*

Resolutio. Quia angulus C altitudinem solis prodit, (§. 38. geom.) noti sunt etiam reliqui anguli in $\triangle ABC$, (§. 84. geom.) dato-
que

que etiam latere AB , inferatur: $\text{Sin. } C : AB = \text{Sin. } A : BC$ (§. 42. Trig. pl.)

CONSECTARIUM.

XLI. Vicissim data umbræ longitudine et altitudinæ solis, altitudo corporis A B inuenitur.

PROBLEMA LII.

F. II.) XLII. *Altitudinem corporis, ex nota umbræ rectæ (quam solis radii terminant,) longitudine inuenire.*

Resolutio. 1. Ponatur haud procul a corpore AB baculus ad horizontem perpendicularis DE , et eodem tempore extremum umbræ corporis C , et baculi M , appositis aliis baculis, definiatur.

2. Quia radii ex sole, tanquam globo lucido amplissimo, remotissimoque fluentes AC et DM sunt paralleli, erunt anguli ad C et M æquales (§. 72. geom.) et $\triangle ABC \sim DEM$, (§. 85. 92. geom.) et ualeat analogia $EM : ED = BC : AB$.

EXPERIMENTVM VII.

F. 12.) XLIII. *Si in conclau nonnihil obscurato, prope foramen O , per quod radii solis illabuntur, prisma trigonum uitreum AB admoueatur, eodemque radii solis sic excipiantur, ut cum latere prismatis angulum 45 gr. intercipient, bi post refractionem in albo pariete colores uiuacissimos, imprimis quatuor 1. rubrum, 2. flauum, 3. uiridem,*

ridem, 4. coeruleum, eo ordine, quo numeri in schemate positi sunt, exhibebunt. Idem colores etiam oculo, per tale prisma rem quamlibet clarius illustratam adspicienti, oberrabunt, et rei illustratae extremis inhaerere uidebuntur. et quando conus uitreus similiter soli obuertitur, integram iridem radii solis refracti in camera obscurata sistunt.

CONSECTARIVM.

XLIV. Quibus quidem experimentis luculentissime comprobatur, luminis meri radios, refractione per prismata, conos, sphaerasque pellucas, sic disponi, ut colores uarii longeque uiuidissimi intuenti exhibeantur.

EXPERIMENTVM VIII.

XLV. Porro in conclauis obscurato e regione candelae C ponatur charta DE, cuius pars altera DG colore nigro uel coeruleo, altera FG colore rubro tinctorum est. aliquot autem a charta pedibus opponatur eidem lens optica MN, cuius ea est indoles, ut acceptos ab obiectis radios, debita a se distantia uniat, rerumque imagines pingat. itaque si circa punctum unionis opponatur charta alba, in eadem paulo propius, in hi, pars nigra uel coerulea, et paulo longius, in HI, pars rubra distincte exhibebuntur. nempe in hi, intervallo mino-

re a lente, ubi niger color distincte cernitur, obscure adhuc apparebit portio rubra, sed si longius paulo remoueas chartam, ut in H rubra pars distincte spectetur, altera pars nigra indistincte et confuse uidebitur.

CONSECTARIUM.

XLVI. Verum infra de refractione radiorum constabit, quod maior refractione unionem radiorum post lentem acceleret, et quod minor unionis punctum a lente remotius requirat, quapropter hoc phaenomeno docemur, radios coloris nigri et coerulei, plus, quam radii coloris rubei, refringi. Idem usu uenit, dum lucerna magica paruas imagines uarie coloratas in camera obscurata exhibet, ubi semper colores obscuri minorem, et colores clariores maiorem puncti unionis distantiam requirunt.

EXPERIMENTVM IX.

XLVII. Quando colores ex mero lumine refractione producti, uel speculo reflectuntur, uel per aliud prisma, transmittuntur, semper pristinos colores retinent. uerum lente optica excepti, debitaque post eam distantia collecti, iterum lumen album in puncto unionis sistunt. Post punctum hoc unionis diffusi radii, colores priores restituant.

CONSECTARIUM.

XLVIII. His aliisque experimentis uir in-

dom.

comparabilis IS. NEWTONVS, nouae colorum theoriae inuentor, ostendit, lumen merum reuera mixtum et heterogeneousum esse, compositum ex radiis homogeneis, qui natiues colores in se habent, quique refractione et reflexione seiuncti, colores in conspectum producunt, praeterea docuit, quod radii colorifici uariam refractionem et reflexionem patiantur, siue quod alij alijs sint magis minusue refrangibiles et reflexibiles. conf. NEWTONI optice, siue libri III. de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus, et coloribus lucis. primum anglice, dein, interprete S. CLARKIO latina sermone edita a. 1706, it. 1719. Londini 4.

CAPVT III.

DE

PHAENOMENIS MAGNITVDINIS, DISTANTIAE, FIGURAE, SITVS, MOTVS.

THEOREMA IV.

XLIX. *Quae sub aequali angulo (F. 14. videntur, AB, DE, apparent aequalia.*

Demonstratio. Supra experimentis didicimus, imagines rerum in oculo inuersas esse, (S. 10.) unde intelligitur, radios AC, BC, qui ab obiecti extremis adueniunt, intra oculum sese secare, et angulos prope C uerticales

efficere; sed quando aequalis est angulus C , etiam imago mn in fundo oculi aequalis erit, et cum de magnitudine rerum non aliter, quam pro ratione magnitudinis imaginum in oculo pictarum iudicare queamus, (§. 20.) sequitur, quod res AB , DE , quae sub aequali angulo videntur, aequales appareant. Eandem ueritatem experientia luculenter comprobat. nam sol et luna, fere aequalem disci magnitudinem nobis ostendunt, et quando angulos, quos radii ab extremis diametri horum corporum punctis profluentes formant, metimur, hos fere pares deprehendimus. et tamen aliunde constat, tam distantiam quam magnitudinem ueram horum corporum admodum disparem esse.

CONSECTARIUM.

L. Quae igitur videntur sub angulo maiore, apparent maiora, quae sub angulo minore cernuntur, apparent minora. Priore enim casu imago maior, posteriore imago minor in oculo repraesentatur. et qualis est angulorum, qui a radiis ab obiectis intra oculum concurrentibus, formantur, proportio, talis etiam est magnitudinum apparentium.

DEFINITIO VII.

LI. Ideoque *magnitudo apparens rei* uocatur ab opticis angulus ACB , quem formant radii ab obiecto uenientes, dum intra oculum concurrunt.

THEOREMA V.

F. 14.) LII. *Duae diuersae magnitudines*
 AG ,

AG, DF, sub eodem angulo C conspectae habent rationem distantiarum CG : CF.

Demonstratio. Nam ob $\triangle ACG \sim \triangle DCF$, valet analogia $AG : DF = CG : CF$. (§. 92. geom.) Idem valet de lateribus $AB : DE$, quae sunt priorum dupla l. (§. 119. arith.)

PROBLEMA IV.

LIII. *Data distantia CG et angulo C, siue magnitudine rei apparente, inuenire magnitudinem ueram. AG*

Resolutio. Inferatur secundum §. 33. Trig. pl. S. tot : Tang. ang. C. = CG : AG. uel fiat solutio per theor. commune. §. 42. Trig. pl.

CONSECTARIVM I.

LIV. *Ita ex magnitudine uera rei dimidia cognoscitur tota AB.*

CONSECTARIVM II.

LV. *Vicissim data distantia CG et magnitudine uera AG, reperitur apparens, siue angulus C. (§. 31. Tr. pl.)*

CONSECTARIVM III.

LVI. *Praeterea cognita distantia una CF, et magnitudine uera obiectorum AG, DF, inuenitur distantia CG, qua maius minori par uidetur. hac adhibita analogia: $DF : AG = CF : CG$. (§. 115. arith.)*

THEOREMA VI.

LVII. *Idem obiectum AB propin-* (F. 15.

quius apparet maius, remotius uero uidetur minus.

Demonstratio. Nam angulus $ADC > AEC$, (§. 86. geom.) et duplus prioris $ADB >$ duplo posterioris AEB , ideoque AB apparet maius in D , quam in E .

THEOREMA VII.

F. 16.) LVIII. *Obiectum oblique conspectum AB , apparet minus, quam si erectum spectaretur.*

Demonstratio. Videtur enim magna, sed obliqua linea AB sub eodem angulo C , sub quo parua erecta BD spectatur, adeoque huius equiparatur. (§. 49.)

CONSECTARIUM.

LIX. Si detur distantia oculi CB , et magnitudo uera lineae obliquae AB , cum magnitudine apparente, ang. C . potest inueniri magnitudo lineae erectae BD . nam inuenito angulo A , (§. 44. Trig. pl.) in $\triangle ABD$ rectangulo ualeat analogia per th. comm. (§. 42. Tr. pl.) $D : AB = A : DB$.

THEOREMA VIII.

F. 17.) LX. *Longitudines parallelae ABC , DEF , ocula inter eas posita, sensim uidentur conuergere.*

Demonstratio. Nam distantia parallelarum remotior AD , apparet sub minore angulo, quam propior BE , et haec iterum minore sub angulo-

angulo quam CF conspicitur, ergo BE videtur minor quam CF , et AD minor quam BE .
(§. 57.)

CONSECTARIUM.

LXI. Ob eandem rationem frontispicia templorum et turres ad perpendicularum exstructae prope aspectanti videntur antrosum inclinare, quia ducto ex oculo spectatoris perpendicularo PS , eminus distantia parallelarum SM minuitur.

THEOREMA IX.

LXII. *Faces et candelae noctu eminus conspectae rotundae et maiores apparent.*

Demonstr. Nam lumine copioso inbuunt aërem sibi incumbentem, huius corona a spectatore longius inde remoto pro parte facis vel candelae habetur, adeoque fax vel candela specie augentur, sed qui prope adest, lumen facis et candelae densius et fortius, ab aere circumiecto illuminato distinguere valet, ideoque ipsi fax et candela cominus apparent minores.

SCHOLION.

LXIII. *FABRI Syn. opt. p. 10. ab ampliata pupilla rationem huius spectaculi arcessit. sed perperam, quia humoris crystallini officium repugnat. explicationem, qualem dedi, etiam CARTESIVS Ep. 96. Part. 2. p. 272. et AMBR. RHODIVS opticae p. 200. probant.*

THEOREMA X.

LXIV. *Distantiam rerum visus tantum percipit comparare.*

Demonstratio. Distantia enim rei ab oculo est linea recta per oculi centrum ad rem usque producta, cuius extremum est punctum, quod non percipitur. (§. 8. geom.) latet ergo distantia, et tum demum oculis cernitur, quando situs obiectorum intermediorum, uel ad latus, uel infra oculum collocatorum, et interuallum eorundem repraesentatur.

CONSECTARIUM I.

LXV. Quando igitur interuallum inter res latet, et imagines earum in oculis coniunguntur, apparebunt coniuncta, quae maxime inuicem distant. quemadmodum stellae omnes aequae a nobis abesse, uel in ortu et occasu terrae adhaerere uidentur.

CONSECTARIUM II.

LXVI. Inde petitur artificium, res disiunctas tanquam coniunctas exhibendi, quando sic ponuntur, ut extremae lineae optice iungantur. Veluti si in prismatibus trigonis, uel asserculis, parallelo situ iuxta se firmatis, partes imaginis pingantur uel agglutinentur, et prismata uel asserculi ita iuxta se collocentur, ut ubi desinit pars una imaginis, ibi altera incipiat.

THEOREMA XI.

LXVII. *Obiecta, quorum imago in oculo nimis minuta pingitur, ut satis commouere retinam non possit, uel plane non apparent, uel saltem distincte non uidentur.*

De-

Demonstratio. Constat enim ex §. 20. rerum aspectabilium perceptionem, sequi repraesentationem imaginum in oculo, quando igitur hae nimis exiguae uel insensibiles evadunt, visio distincta fieri nequit: quin ob insensibilem picturam nulla prorsus fiet perceptio.

CONSECTARIVM I.

LXVIII. Itaque mirum non est, quod multae sereno coelo stellae noctu nudis oculis sint inuisibiles, quae tamen telescopiis cernuntur. nec non, quod in ipsis corporibus ante oculos positis, minutissimae quaedam partes delitescant, donec microscopiis in conspectum proferantur.

CONSECTARIVM II.

LXIX. Ideo etiam remotae res ordinarie obscure exhibentur, ut multa in iis eminus distinguere non liceat, quae cominus facile deprehenduntur. Veluti cum turrim quadratam pro rotunda habemus.

CONSECTARIVM III.

LXX. Etiam sphaera longe conspe- (F. 19. eta disciformis apparet, quandoquidem intervallum AD inter arcum DH et lineam AM, dum valde remotus spectator est, evanescit ob parvitatem, adeoque inflexio superficiei sphaericae non percipitur, sed arcus DH habetur pro linea recta AM, cum qua sub eodem angulo videtur. (§. 49.) Ex quo intelligitur, cur sol, luna, aliaque sidera globosa orbium planorum speciem referant.

THEOREMA XII.

LXXI. *Plani amplioris ABC infra (F. 20. oculum positi partes remotiores videntur vicinioribus altiores.*

Demonstratio. Dum enim res in altum surgentes contuemur, superiorum partium radii deorsum in oculo pinguntur, et inferiorum partium radii in oculo superiores sunt, obinversam rerum picturam in oculo, (§. 8.) quare, cum plani amplioris radii in oculo simili modo imaginem *efg* fistant, et nos de rerum conditione ex imaginis perceptione iudicium feramus, (§. 20.) fit, ut remotiores plani partes attolli videantur.

CONSECTARIUM.

LXXII. Hoc phaenomenon in primis notatur ab iis, qui mare, in longissimam planitiem exprorectum, stantes in litore contemplantur. nam remotiores partes apparent propioribus altiores.

THEOREMA XIII.

LXXIII. *Motus nimis celer efficit, ut res distincte non appareat.*

Demonstratio. Etsi enim tum pictura imaginum in oculo, tum perceptio, quae sequitur, breui intervallo temporis contingant, tamen quando nimis velociter res oculos praeterlabitur, ut pictura in oculo genita cito iterum vanescat et transeat, non potest visio rite fieri.

CON.

CONSECTARIVM.

• LXXIV. Ideo pruna celerrime ante oculos rotata circulum igneum mentitur, qui ex imaginibus coniunctis colligitur.

THEOREMA XIV.

LXXV. *Res mobiles A et B, quæ (F. 21. cum diuersa est a spectatoris oculo O distantia, etsi aequalia spatia AC, BD motu suo absoluant, tamen spectatori immoto res propior celerius, remotior tardius incessisse uidetur.*

Demonstratio. Linea enim motus æqualis remotior AC, minor apparet linea BD propiore, (§. 50.) sed cum ex interuallis AE, GF, motuum celeritas colligatur, sequitur, ut tardior putetur motus remotioris, quam est motus propioris.

THEOREMA XV.

LXXVI. *Si res mobiles A et B (F. 22. una cum spectatore C in eandem plagam celeritate dispari moueantur, et spectator celerius istis procedat, uidebuntur illae modo stare, modo tarde procedere, modo etiam retrogredi.*

Demonstr. Si enim mobile corpus A in D perueniat, dum C in F contendit, linea motus DA uanescet, et res in G stetisse putabitur. Sed B, quod processit ad L, refertur ab oculo F, ante punctum G in H, adeoque uidebitur retro.

retrocessisse. Sed si ponamus, B uenisse in E, dum C attingit punctum F, putabitur idem lente admodum processisse, quia haeret in K, prope punctum G, ubi in principio motus conspiciebatur.

CONSECTARIVM.

LXXVII. Ex quo generatim intelligitur, quod res, quae eandem inter se seruant distantiam uisibilem, uel quarum respectu oculi idem situs, eademque distantia inuariata apparet, quiescere existimentur; et ex aduerso, quod illarum tantum rerum motus uisui obiciantur, quae uel inter se, uel respectu oculi, situm et distantiam mutant.

APPENDIX PARTIS PRIMÆ OPTICAE

DE

ARTE PERSPECTIVA.

DEFINITIO I.

I. *Ars perspectiua* est, quae talem rei cuiuslibet picturam delineare docet, qualem radii per planum pellucidum ab obiecto ad oculum emissi, in plano illo, dum idem penetrant, sistunt.

SCHOLION.

II. Veluti cum triangulum *ABC* per tabulam mesopiceam, uel utrumque planum *HN* adspiciatur,

otic.

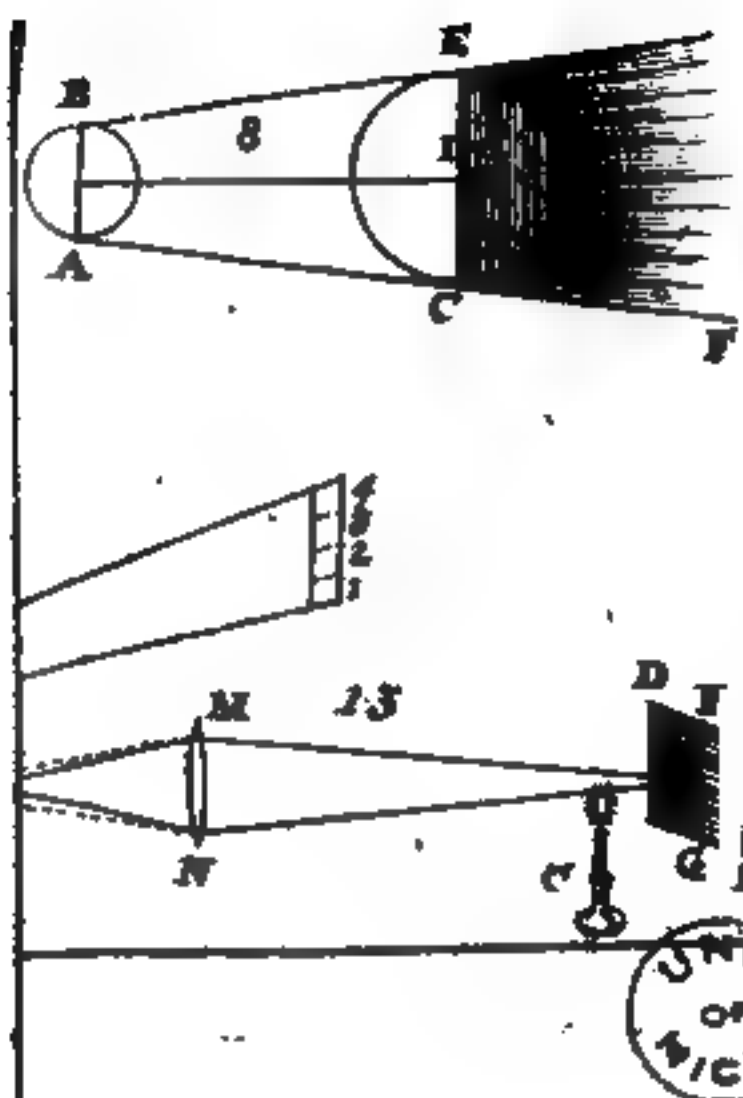
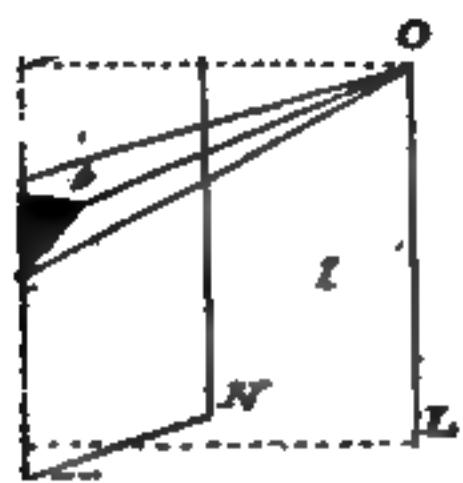
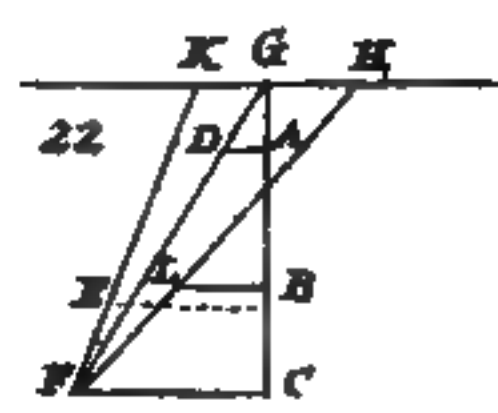
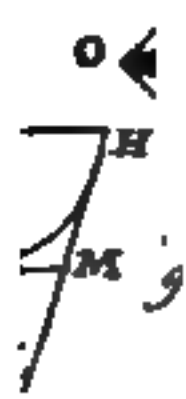
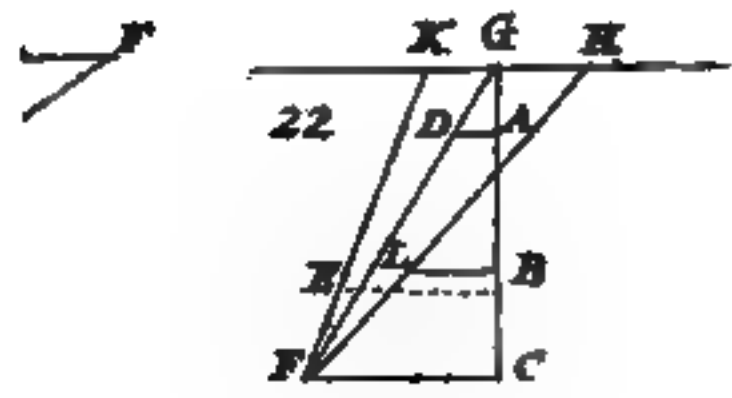
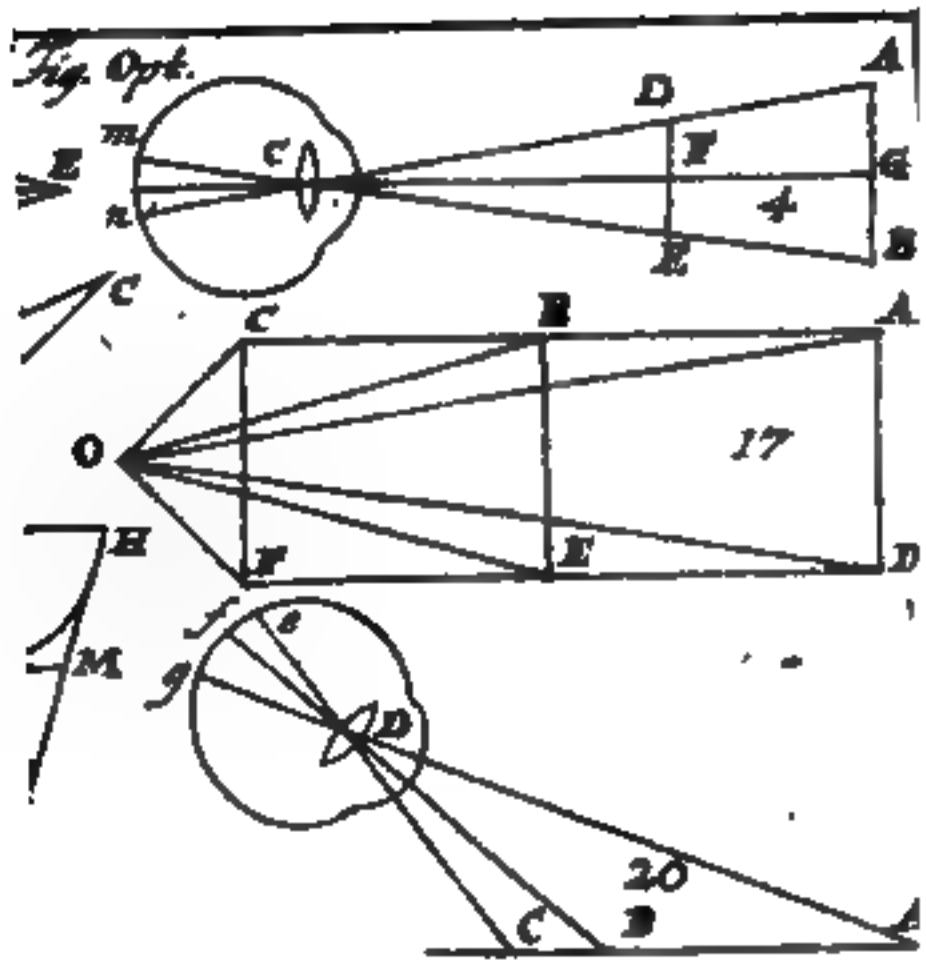
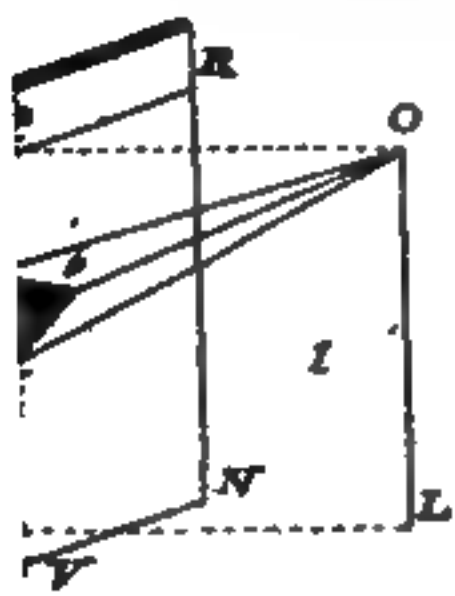


Fig. Opt.





Perspectiu.



zur, imago *abc*, quam radii vitrum penetrantes formant, simillimam obiecti speciem ad oculum *o* affert. siquidem lineae obiecti et imaginis sub iisdem angulis spectantur. (§. 49. opt.) Hanc itaque in arte perspectiua effingere et imitari docemur, unde etiam nominis artis perspectiuae ratio intelligitur.

CONSECTARIVM.

III. Si quis igitur vitrum planum re- (F. 2. tinaculo *AB* includat, et ante idem regulam in *C* perforatam ponat, atque oculum ad foramen *C* admoueat, et res, quae per vitrum cernuntur, contueatur, potest etiam artis huius imperitus, imaginem rei in vitro delineare, dum in eodem rubro puncta signat, ubi radii ab extremitatibus rerum fluentes vitrum penetrare videntur. Ut autem rubrica imaginis lineamenta melius ducantur, prius vitri superficies aqua, in qua gummi solutum fuit, humectanda, et praxis, postquam gummi exaruit, instituenda est. vid. *Anon. perspectiua pract. p. 121. add. DOPPELMAYERI, weitere Eröffnung der math. Wercksch. N. Bions, p. 29. fq.*

DEFINITIO II.

IV. Imago *abc* vocatur rei projectio, item sectio.

DEFINITIO III.

V. Linea *FVN*, cui innititur vitrum, dicitur *fundamentalis* vel *terrae*.

DEFINITIO IV.

VI. Punctum principale *P* vocatur, in quod incidit linea perpendicularis *OP*, ex oculo ad vitrum ducta. DE-

DEFINITIO V.

VII. *Linea horizontalis* HPR est recta fundamentali parallela, per punctum principale signata. horizontalis prae ceteris dicitur, quia est in horizonte oculi tabellam spectantis.

DEFINITIO VI.

VIII. *Distantia oculi* est linea OP, quae distantiam oculi a vitro indicat. uel huic aequalis HP, in linea horizontali assumpta.

DEFINITIO VII.

IX. *Linea altitudinis oculi* est perpendicularis OL, ab oculo ad horizontale planum demissa.

DEFINITIO VIII.

X. Partes artis perspectivae sunt quatuor.
1. *Ichnographia*, siue proiectio planorum.
2. *Scenographia*, siue proiectio corporum, et partium a latere recedentium, item introrsum conspectarum. 3. *Sciagraphia*, siue descriptio umbrarum, quas corpora proiciunt. 4. *Anamorphotica*, siue delineatio imaginum deformium, quae ex certo puncto concinnam rerum figuram exhibent.

SCHOLION.

XI. Hanc artem plurimi peculiaribus scriptis illustrarunt. quos inter commendandi sunt prae ceteris, ATHAN. KIRCHERVS Lib. II. Part. II. *Artis magnae Lucis et umbrae* p. 171. sq. ANDR. TACQUET cuius ars perspectiva est in operibus mathem. p. 158. sq. Auctor anon. gallus, qui perspectivam practica

cticam edidit, germ. a I. C. Remboldo vulgatam Aug-
Vind. 1710. 4.

THEOREMA.

XII. *Puncti obiecti P, B, in ta- (F. 3.
bula vitrea apparentis, altitudo AC, DE,
ad altitudinem oculi OL, habet eam ra-
tionem, quam distantia puncti obiecti a
tabula PC, ad aggregatum eiusdem distan-
tiae obiecti PC et distantiae oculi LC.*

Demonstr. Quando linea LP, est ad vitrum
perpendicularis, $\triangle ACP \sim \triangle OLP$, et ua-
let analogia $AC:OL = CP:CP + CL$ (§.
92. geom.) Si vero oculus obiectum B per ta-
bulam oblique adspiciat, secundum lineam O
B, ducatur perpendicularis BF, quia anguli
ad E verticales aequales sunt, (§. 48. geom.)
et $F = C$ rectus recto, $\triangle LCE \sim \triangle FEB$,
unde sequitur proportio $BF:LC = BE:LE$,
et componendo $BF:BF + LC = BE:BE + LE$
(§. 113. arith.) sed ob $\triangle DEB \sim$
 $\triangle OLB$ erit $DE:OL = BE:BE + LE$
 $= BF:BF + LC$.

PROBLEMA I.

XIII. *Puncti obiecti A appa- (F. 4.
rentiam, in tabula B inuenire.*

Resolutio. 1. Ex puncto A ducatur perpen-
dicularis ad lineam fundamentalem AF.

2. In fundamentali assumatur $FX = AF$;

3. Inueniatur punctum principale P, ducto-

R

in

in tabulam ex puncto oculi perpendiculo OP ,
(§. 6.)

4. Per illud punctum delinquetur horizontalis HPR , et in eadem assumatur $HP = LV$ distantiae oculi.

5. Ex F ducatur recta ad punctum principale, et ex X alia dirigatur ad punctum distantiae H , intersectio harum linearum in B prodet apparentiam puncti A .

Demonstr. Ob parallelas HR , FX , (§. 8) alterni ad H et X aequales sunt, (§. 74. geom.) praeterea uerticales ad B pares sunt, (§. 48. geom.) ideoque $\triangle HPB \sim \triangle BFX$, et ducta perpendiculari ZS , ualet analogia, $HP : FX = ZB : BS$. (§. 190. geom.) et $HP + FX : FX = (ZB + BS) : BS$ (§. 113. arith.) et ob $AF = FX$, et PO uel $VL = HP$ et $ZS = OL$, erit $VL + AF : AF = OL : BS$ quae proportio praecedenti theoremati est consentanea, adeoque B est apparentia puncti A .

CONSECTARIUM.

XIV. Atque hinc intelligitur, quod intersectio rectarum PF , HX , quarum altera ex puncto principali, ad extremum perpendiculi AF , ex obiecto ad fundamentalem producti, altera ex puncto distantiae, uersus extremum punctum longitudinis perpendiculi, in fundamentalem translata, ducitur, indicet punctum projectionis, puncti obiecti cuiuslibet, per vitrum transparentis. Atque haec regula in tota hac arte praecipua est, cuius demonstratio-

nem

nem praetermittere nolui. uid. WOLFII elem. perspect. §. 33 sq.

PROBLEMA II.

XV. Projectionem icbnographicam cuiuslibet plani inuenire.

Resolut. 1. Supra planum geometrici- (F. 5. cum proiiciendum 1. 2. 3. 4. ducatur recta fundamentalis F N. (uel eadem plano geometrico immediate imponatur,) nec non ducatur eidem parallela horizontalis DP, quae tantum distat a fundamentali, quanta est oculi altitudo.

2. In linea horizontali assumatur punctum principale P, et distantiae oculi D.

3. Ex angulis figurae geometricae in fundamentalem ducantur rectae perpendiculares 1 A, 2 B, 4 C harumque longitudines transferantur in fundamentalem, in A 1, B 2 etc.

4. Ex punctis A B C, ubi perpendicula cum fundamentali concurrunt, ad punctum principale P, rectae obscurae dirigantur, deinde ad punctum distantiae D, et extrema perpendiculorum, in fundamentalem translatorum, applicetur regula, et ducantur denuo lineae punctatae, hae ubi secant priores ad punctum principale directas, in *a, b, c, d*, ibi angulorum plani proiiciendi apparentiam designant, (§. 14) quemadmodum duplex exemplum rectanguli et pentagoni regularis luculenter docet.

PROBLEMA III.

XVI. Corporis scenographicam delineare.

F. 7.) Resolutio. 1. Delineetur ichnographia baseos corporis, (§. 15.)

2. tum assumatur anterior corporis altitudo AL ; et imponatur lineae $3 L$.

3. ad hanc ex puncto principali P ducantur rectae PA, PL , et ad inferiorem ex angulis ichnographiae ducantur horizontali parallelae $4 M, 2 N$; hae ubi attingunt lineam PL , inde erigantur lineae OM, NR , parallelae anteriori, hae respondentes angulis figurae altitudines remotiores contractas (§. 60. opt.) definient.

4. Quare hae lineae angulis baseos, quibus respondent, imponantur, et iunctis earum extremis corporis scenographia formabitur.

PROBLEMA IV.

XVII. Umbram corpori scenographice depicto accommodare.

F. 8.) Resolutio. Casus primus, quando sol corpus collustrat. Assumpto solis loco, et elevatione in S , inde per superiores angulos corporis in aversa a sole regione positos $1, 2$, ducantur rectae indefinitae parallelae, (siquidem omnes radii solis a maximo corpore fluentes, respectu exiguorum in terra spatiorum, pro parallelis haberi possunt.) Deinde si radii solis lateribus corporis sint paralleli, per inferiores eiusdem angulos ducantur lineae horizonti parallelae, ad lineam SH perpendiculares, harum concursus cum lineis ex sole ductis in M et N extrema umbrae puncta definiet. Quod

si

si vero radii solis non sint lateribus corporis paralleli, sed obliquos cum iis, dum transeunt, angulos intercipient, tum ad lineam per (F. 9. perpendicularem OL , ex sole demissam, lineae ducuntur ad angulos obliquos, inter se tamen parallelae, quae de novo limites umbrae terminant.

Casus secundus. Quando candelae (F. 10. *radii corpus illustrant.* Ex puncto C , tanquam centro, (§. 23. Opt.) per angulos corporis superiores lineae ducuntur diuergentes, et per angulos corporis inferiores ad punctum N , quod perpendiculum, a candela in horizontem demissum, indicat, itidem lineae concurrentes in puncto N sunt, hae ubi secant directas ad candelam C , ibi umbrae extremitates signant.

PROBLEMA V.

XVIII. *Anamorphosin, siue projectionem deformem imaginis cuiusdam in plano delineare, quae certo spectata loco formosae instar imaginis appareat.*

Resolutio. 1. Imago iam delineata (F. II. craticulae quadratae BC includatur, quae in multas areolas quadratas obscuris lineis diuisa est, et quo plura assumuntur quadrata minora, eo deinceps accuratius poterit fieri deformatio.

2. Latus huius tabulae cancellatae EF (F. 12. super linea DA ad rectos angulos sic statui-

atur, ut pars dimidia DE supra lineam, altera pars dimidia DF infra lineam producat.

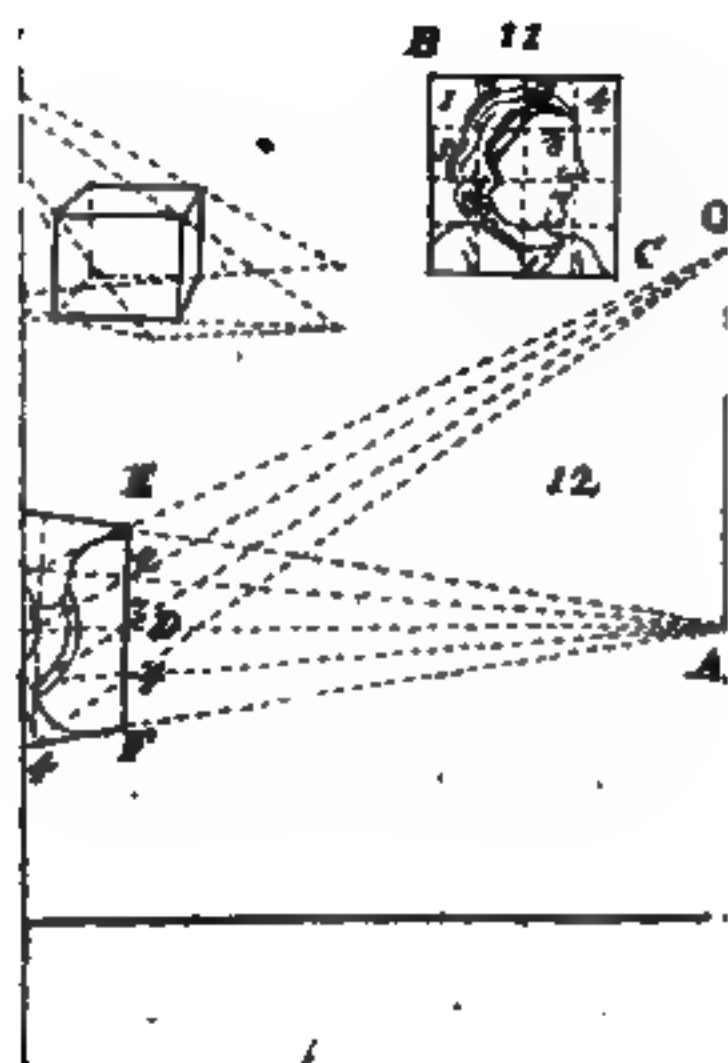
3. In linea DA sumatur punctum distantiae oculi A, et ex eodem per diuisiones lateris EF rectae diuergentes infinitae ducantur.

4. Supra A ponatur perpendicularum OA, et in eodem determinetur punctum altitudinis oculi O.

5. Ex puncto O per diuisiones lateris EF rectae ducantur punctatae usque ad lineam extremam AF, et notentur puncta, ubi lineae ex O ductae cum recta FI concurrunt, 1. 2. 3. 4. atque ex his punctis erigantur rectae punctatae, lineae EF parallelae, hae projectionem quadratorum obliquam producent.

6. In has igitur areas prolongatas deformis diffundatur imago, ea lege, ut partes imaginis, quae in areis quadratis tabulae cancellatae occurrunt, in respondentes areolas obliquas diducantur. Ita formabitur imago monstrosa, quae oculo interuallo DA a tabula remoto, et ad altitudinem OA eleuato formosa apparebit.

Demonstratio. Liquet enim ex §. 49. opt. obliquas lineas 1, 2, 1, 3. etc. in puncto O sub eodem angulo uideri, quo erectae portiones E2, E3 cernuntur, nec non lineas IM, MN etc. pares exhiberi lineis F4, 43 etc. ergo etiam areolae obliquae quadratis in tabula cancellata pares apparebunt, et imago deformis in puncto O similis uidebitur illius, quae formosa in tabula cancellata fuerat depicta. SCHO-



SCHOLION I.

XIX. Si anamorphoses longius diffundantur, ut a prope adstantibus, uel extra punctum O positae, discerni nihil possit, iucundius mirabiliusque spectaculum redditur. Quemadmodum memini me Parisiis in coenobio minorum, in pariete porticus, quae hortum spectat, uidisse distractiones elegantes, a J. FRANC. NICE-RONE, per celebri theaumaturgi optici scriptore, longissime proiectas, quae per foramen in ianua factum, pulchram picturam exhibebant, a praetereuntibus uero minime distinguebantur.

SCHOLION II.

XX. Praeterea docent optici, quomodo in superficie conuexa conica externa, et caua interna, nec non in pyramide extus et intus deformes imagines pingantur, quae ex certo puncto formosae appareant. conf. TACQVETI Opo. Lib. 2. cap. 4. SCHOTTI Magiae uniu. P. I. L. 3. p. 102. sq.

PARS II. OPTICAE.

CATOPTRICA

DEFINITIO I.

I. *Speculum* uocatur omne corpus natura uel arte politum, quod radios perfluere non finit, sed reflectit.

SCHOLION.

II. Speculis conficiendis uitri materia aptissima est, quippe quae politiem et facile assumit, et diutius retinet. ne autem radii persuant, in auersa parte folium stanni anglicani argento uiuo imbutum uitro imponi-

zur, quod clarissimam repraesentationem reddit. Si vero vitrum in fornace feruens colore quodam tingatur, et ex eodem speculum paretur, imaginis reflexae similibus coloribus faedantur. v. SCHÖTTI magn. uniu. P. I. p. 262. de vitri origine PLINIVS H. N. L. 36. c. 26. legatur. de modo idem conficiendi luculentissime explicat IO. KUNKELI ars vitriaria experimentalis, germ. ed. Amstel. a. 1679. 4. qua Ant. Neri opus de eod. argumento, Merretti et Kunkelii commentariis illustratum continetur. ibi L. I. c. 12. sq. de coloribus vitrorum copiose agitur.

DEFINITIO II.

III. Spectula pro diuersitate superficiei distinguuntur. inde nomina speculorum planarum, sphaericorum, cauorum et conuexorum, cylindricorum, conicorum, intelliguntur.

DEFINITIO III.

IV. Catoptrica est scientia de determinandis legibus reflexionis radiorum, quae fit speculis.

DEFINITIO IV.

Fig. V. Radius RC ab obiecto in speculum illapsus incidens, sed redditus a speculo CE , reflexus dicitur. perpendicularis, siue cathetus incidentiae, LC est is, qui superficiei speculi, in puncto illapsus, uel tangenti puncti eiusdem C , si superficies fuerit curua, ad angulos rectos insistit.

DEFINITIO V

VI. Angulus illapsus uel incidentiae est ARC , qui intercipitur a radio incidente et plano speculi; angulus reflexionis FCB inter radi-

radium reflexum et speculum planum iacet.

DEFINITIO VI.

VII. Quando autem superficies speculi conuexa uel caua est, ne anguli illapsus et reflexionis mixti euadant, iste *angulus illapsus* determinatur inclinatione radii incidentis RI, et perpendiculari CIL, quod e centro ad punctum illapsus ducitur, hic *angulus reflexionis* concursu radii reflexi IF et perpendiculari illapsus definitur.

THEOREMA I.

VIII. In omnibus speculis angulus illapsus est angulo reflexionis aequalis.

Demonstratio euentissima experimentis fit; nam si in conclauis obscurato, speculo plano uel sphaerico, radius solis oblique excipitur, deprehenditur, sub eodem angulo redire radium reflexum, sub quo radius incidens speculum ferit.

CONSECTARIVM I.

IX. Radius ergo perpendicularis LC in se redit.

CONSECTARIVM II.

X. Et nisi oculus ea in regione fuerit positus, quo tendit radius reflexus CF, non potest uidere in speculo imaginem obiecti R.

EXPERIMENTVM.

XI. Ante speculum quodcunque ponatur baculus rectilineus CR, ita ut sit

perpendicularis ad punctum incidentiae, et deprehendetur, imaginem illius in speculo CM in eadem recta linea cum baculo CR existere.

CONSECTARIVM.

XII. Cum autem puncta lineae rectae CR radiis perpendicularibus imaginem suam sistere nequeant, quia radius perpendicularis communis est omnium punctorum obiecti rectilinei, ad perpendicularum speculo impositi, qui speculum non potest recta via penetrare, sequitur, quod radii rei obliqui, qualis est FR, in speculum incident, et inde in oculum reflectantur, et cum nihilominus imago post speculum cum baculo perpendiculari in eadem recta linea appareat, intelligitur inde, *quod ibi in speculis uideantur puncta obiecti, ubi cathetus incidentiae, siue radius perpendicularis et obliquus reflexus, ex eodem puncto ducti, siue ante siue post speculum concurrunt.* v. TACQVET. p. 222. eodem axioma etiam utuntur ALHAZEN p. 125. VITELLO p. 207. ed. Risneri.

THEOREMA II.

XIII. *Imago M tanto intervallo apparet post speculum planum, quanto ante abest obiectum R.*

Demonstratio. Angulus CFR = AFL, (§. 8) et AFL = MFC, (§. 48. geom.) recti ad C sunt aequales, et latus FC commune est, ergo MC = CR. (§. 60. geom.)

THE.

THEOREMA^m III.

XIV. *Imago post speculum planum MI erecta et obiecto OC aequalis videtur.*

Demonstratio. Nam punctum O ex opposito in I, et C in M apparet, utrumque in perpendiculo suo, (§. 12) erecta ergo sistitur post speculum imago. Quod autem $IM = OC$, liquet inde, quia $IO = MC$, (§. 13) et IM et OC parallelae sunt inter parallelas, quas aequales esse constat. (§. 77. geom.)

CONSECTARIUM I.

XV. Ideo in parvis speculis res multo illis maiores totae conspici nequeunt. TACQVETVS p. 229. data opera proportionem superficiei planae reflectentis et obiecti definire docet.

CONSECTARIUM II.

XVI. Obiectum oblique ante speculum positum, imaginem quoque contractionem oculo oblique eam adspicienti ostendit. (§. 58. opt.)

CONSECTARIUM III.

XVII. Ideoque imago deformata oblique ante speculum collocata, certo loco formosa ab oculo cernitur. (§. 18. perspect.)

CONSECTARIUM IV.

XVIII. Sed quia imagines rerum in (F. 6. speculo in perpendiculis suis apparent, fieri non potest, quin dextra sinistra, et sinistra dextra videantur. punctum nempe A in M, et C in L conuersis lateribus pingitur.

THE.

THEOREMA IV.

F. 7.) XIX. *Iuxta speculum planum horizontale EC positum obiectum perpendiculare AB inuersum apparet, ita ut apex D deorsum pendere uideatur.*

Demonstratio. Punctum A, cuius radius AC in speculum illabitur, ab oculo O uidetur in D, (§. 12.) et $AB = BD$, (§. 13.) ergo res inuersa cernitur.

CONSECTARIUM.

XX. Hinc consequitur artificium altitudinem accessam AB ope speculi inueniendi. Postquam enim speculum humi sic est collocatum, ut oculus O apicem rei erectae in D conspiciat, quia $\triangle ABC \sim \triangle OCP$, (§. 8.) mensurata distantia puncti C, a perpendiculo CB, et oculi distantia ab eodem CP, notaque oculi altitudine OP, ualet analogia, $CP : OP = CB : AB$ (§. 92. geom.) datisque tribus prioribus, quartum latere nequit. (§. 115. arith.)

THEOREMA V.

XXI. *Obiectum luce uberiore praeditum, ueluti candela, inter duo specula plana F. 8.) na parallela opposita, collocatum, duas series imaginum multiplicatarum utrimque, oculo specula illa inspicienti ostendit.*

Demonstr. Candela in C posita, in speculis oppositis AB, DE, apparent imagines in
N

N et O, (§. 13.) sed radius ab alterutro speculo reflexus, si in alterum parallelum incidat, denuo nouam imaginem R et M gignit, atque hinc fluentes radii iterum nouas imagines producant, quo fit, ut longa series imaginum utroque in speculo conspiciatur.

CONSECTARIVM I.

XXII. Sed cum uis radiorum multiplicatis reflexionibus magis magisque imminuatur, hinc posteriores imagines sensim obscuriores prioribus cernuntur.

CONSECTARIVM II.

XXIII. Si duae candelae iuxta se inuicem inter specula parallela ponantur, duplex utrimque series sistitur, in qua, secundum leges artis perspectivae, tum altitudines, tum distantiae candelarum remotiores contrahuntur, (§. 15. 16. Perspect.)

CONSECTARIVM III.

XXIV. Si uero quatuor, sex uel octo specula plana, secundum figuram regularem, parallelo situ componantur, et candelabrum, pluribus luminibus ornatum, in medio suspendatur, patet, innumeras, quae a speculis parallelis ostentantur, imagines, iucundissimum spectaculum praebere. conf. TRABERI n. u. opt. p. 94. SCHOTTI mag. uniu. P. I. p. 292.

CONSECTARIVM IV.

XXV. Quia etiam tergum nostrum, duobus spe-

speculis planis adhibitis, contueri licet. saltem enim alterum speculum ei, cui tergum obuertitur, sic est opponendum, ut radii ab imagine tergi in speculo exhibita, in alterum speculum, quod inspicimus, relabantur.

DEFINITIO VII.

XXVI. *Focus* uocatur punctum, in quo radii lucis a cauis speculis reflexi, uel etiam per lentes uitreas refracti congregantur.

THEOREMA VI.

F. 9.) XXVII. *A speculis cauis sphaericis, radii paralleli intra arcum 60. gr. ab axe illapsi, reflexi, cum axe uniuntur, ita ut focus a speculo absit minus dimidio radio.*

Demonstratio. Sint radii paralleli in speculum cauum AB illapsi RX, LM. et posterior transeat per centrum speculi C, qui propterea est perpendicularis, quem axem uocant, et is post reflexionem in se reuerberatur. (§. 9.) alter uero obliquus LM, reflectitur uersus F, ut anguli CMF et CML sint aequales. (§. 8.) erit FX paulo minus radio dimidio. nam quia anguli alterni FCM et CML aequales sunt, (§. 74. geom.) $\triangle CFM$ est aequicrurum, (§. 64. geom.) et $CF + FM > CM$ (§. 53. geom.) et $CF > \frac{1}{2} CX$ ergo $FX < \frac{1}{2} CX$.

CONSECTARIUM I.

XXVIII. Quo maior fit arcus XM, siue quo longius ab axe incidit in speculum radius pa-

parallelus, eo etiam maior redditur angulus CMF, et F a speculo minus distat. ex quo elucet, instabilem et uariam esse foci a speculo distantiam.

CONSECTARIVM II.

XXIX. Atque inde notabilis foci amplitudo oritur, imprimis in speculis maioribus.

CONSECTARIVM III.

XXX. Si arcus AX capit 60 gradus, erit $AX = CX$, (S. 104. geom.) et radius reflexus in ipsam speculi superficiem relabetur.

CONSECTARIVM IV.

XXXI. Cum itaque horum speculorum cauorum ea uirtus sit, ut radios parallelos in focum colligant, mirum non est, quod radii solares, qui pro parallelis in tam paruo spatio merito habentur, et qui singuli disperfique calefacere solent, iam speculo congregati, incendium in rebus, quae ignem concipiunt, producant. quapropter etiam *specula* illa caua *caustica* siue urentia appellantur.

SCHOLION.

XXXII. Tametsi autem palam sit, non exiguae difficultatis opus esse, fabricare et polire, item regere speculum cauum, quod aliquot pedibus a se remotum focum habeat, quia sphaerae diameter semper quadruplo et amplius maior esse debet foci distantia; narrans tamen GALENVS de semperam. L. 3. c. 2. oper. Class. I. edit. Gesneri p. 44. et ZONARAS annal. T. 3. f. 126. Archimedem in obsidione Syracusarum naues romanorum speculis soli obuersis combussisse. et ZONARAS sigillatim memorat, etiam Proclum sec. VI, simili artificio classem Vitaliani Thracis Constantin-

vinopolin obfidentis debellasse. quae narratio cum aliis ob causas, tum etiam propterea minime probabilis videtur, quia vetustiores scriptores, qui machinamenta uaria, quibus patriam Archimedes defendit, laudant et describunt, specula omnino silent. conf. POLYBIVS, Archimedi coaeuus, Hist. L. 8. p. 198. LIVIVS L. 24. c. 34. PLVTARCH. in V. Marcelli. p. 558. Interim certum est, ueteres speculorum cauorum uiuendi non ignorasse. uid. PLINII-H. N. L. 2. c. 107. APVLEII Apolog. p. 457. ed. Wowerii. Recentiore aeuo maiora specula caua parauit VILLETVS, uid. Act. Philos. Angl. a. 1665. p. 73. HAMEL Hist. Soc. R. Sc. p. 190. et TSCHIRNHVSIVS, de quibus agunt Act. Lips. a. 1687. p. 52. 1691. p. 57.

CONSECTARIVM V.

XXXIII. Potest etiam ex speculis planis componi machina caui caustici aemula, si in ligno, in sphaerae modum excauato, minora specula plana firmentur, quae singula imaginem solis in idem punctum reflectant.

CONSECTARIVM VI.

XXXIV. Radii, qui ex foco in speculum illabuntur, post reflexionem redduntur paralleli. Quare, si in foco caui speculi candela statuatur, illius lumen a speculo repercussum, parallelis radiis longius, ad obiecta remota illustranda, poterit propagari.

CONSECTARIVM VII.

XXXV. Denique ex praecipis trigonometriae planae §. 42. liquet, quomodo cognitis radio CM et arcu XM possit inuestigari latus CF, quo dato, distantia foci FX accuratius innotescit.

THEOREMA VII.

XXXVI. *Obiecti ante speculum (F. 10. cauum, inter centrum et speculum positi, AB, imago erecta, post speculum in GF prodigiosae magnitudinis apparet.*

Demonstratio. Ducantur radii AD, BE, qui reflexi in H concurrunt, continuentur reflexi post speculum, et ex centro C per extrema obiecti puncta A et B ducantur radii perpendiculares, hi ubi concurrunt post speculum, multo maiorem obiecto imaginem erectam GF sistunt. (§. 12.)

THEOREMA VIII.

XXXVII. *Rei ultra centrum speculicau posita DE, imago oculo itidem (F. 11. plus a speculo, quam abest centrum, remoto, apparet (1) inter centrum et speculum in ED (2) minor et (3) inuersa.*

Demonstr. Ductis ab obiecto D E radiis obliquis DM, EN, qui reflexi in O concurrunt, apparet, perpendiculares radios DCd, et ECe concurrere cum obliquis (1) ante speculum, et (2) inuersam ibidem et (3) obiecto minorem imaginem repraesentare.

THEOREMA IX.

XXXVIII. *Denique in speculis cauis sphaericis nulla uidetur imago, si (1) res in speculi centro, uel (2) foco statuatur.*

Demonstr. Nam qui ueniunt e centro radii,
S
di,

dii, eodem reflectuntur, (§. 9) et imago incumbit rei. si uero e foco prodierunt, post reflexionem erunt paralleli (§. 34) qui imaginem distinctam non exhibent, sed tantum colorem rei confuse referunt.

THEOREMA X.

XXXIX. *In speculis sphaericis conuexis res semper apparent (1) erectae (2) minores, (3) post speculum, inter (F. 12. speculum FG et eius centrum C.*

Demonstr. Elucet enim ex schemate, radios obliquos ab obiecto AB in speculum illapsos et reflexos, continuatosque ultra speculi superficiem, a radiis perpendicularibus AC, BC, post speculum secari in *a b*, ibique imaginem erectam et parvam sistere. (§. 12.) hanc autem semper inter speculum et eius centrum exhiberi, ex eo intelligitur, quia ex centro C semper radii uersus obiectum AB, ante speculum collocatum, dirigendi sunt, adeoque non alibi quam isto in spatio radii obliqui cum cathetis possunt concurrere.

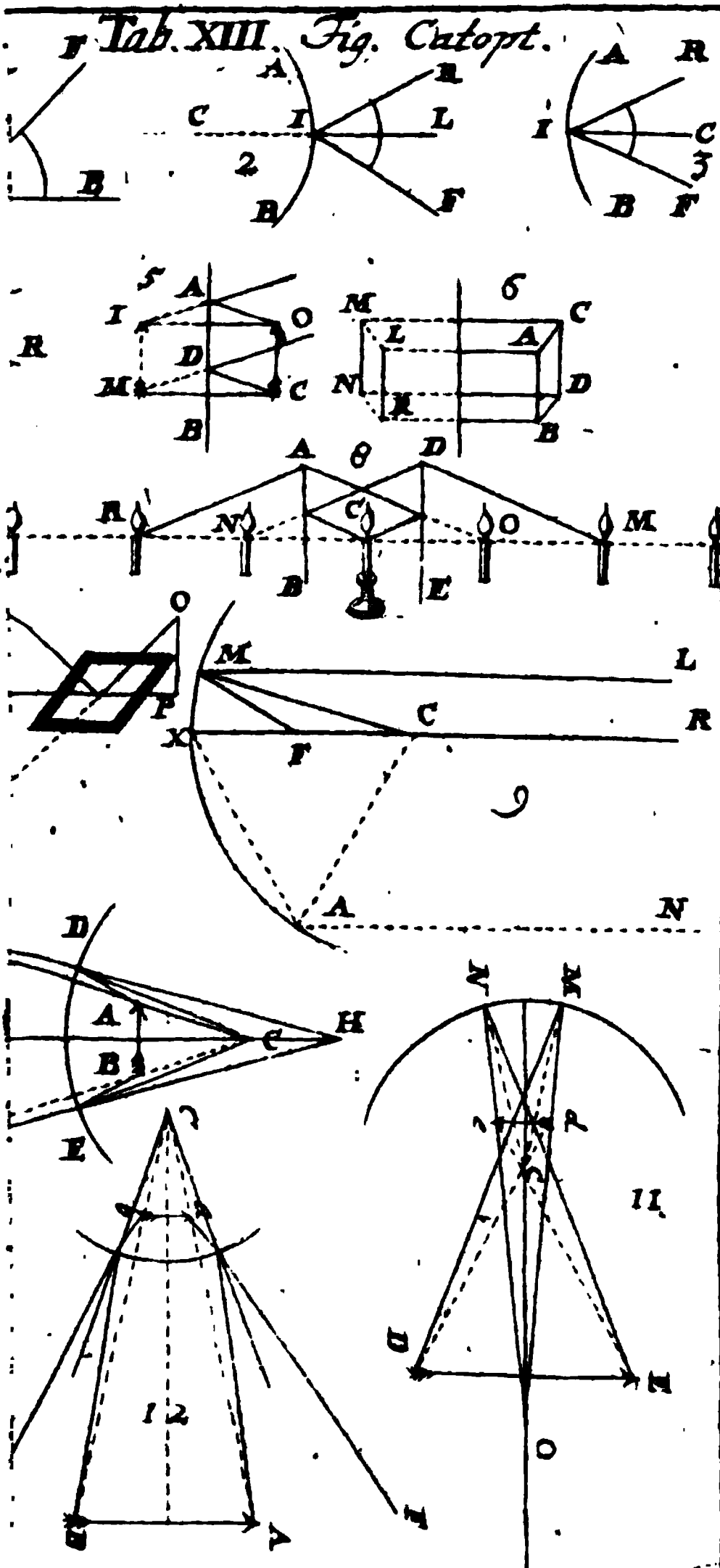
CONSECTARIVM I.

XL. Quo minor est speculi semidiameter, eo etiam minores imagines cernuntur, quemadmodum schemate dilucidius ostendi potest.

CONSECTARIVM II.

XLI. Itaque in speculis cylindricis et conicis, quae secundum longitudinem rectilinae sunt, et hactenus planorum speculorum propri-

Tab. XIII. Fig. Catopt.



priantes habent, obiectorum longitudo inuaria sistitur, uerum latitudo rerum conuexa speculi superficie contrahitur plus minusue, prouti arcus ampliores uel contractiones sunt. in speculis conicis superiores obiecti partes in acumen uel cuspidem coeunt, inferiores latiores sunt, atque ita monstrosa rerum facies oculis contuentium obuersatur.

CONSECTARIUM. III.

XLII. Vicissim eadem specularite deformatas diffusasque secundum leges reflexionis imagines iterum contrahunt, et formosas exhibent. quod artificium mechanice et geometricae praestare docent KIRCHERVS Art. M. L. et V. Lib. 2. P. 2. prop. 10. et SCHOTTVS Mag. P. 1. p. 160. et IAC. LEVPOLDVS peculiare pro anamorphosi cylindrica et conica machinas excogitauit, earumque fabricam descripsit in *Act. Lips.* A. 1712. p. 273. 367.

OPTICAE

PARS III.

DIOPTRICA.

CAPVT I.

DE

LEGIBVS REFRACTIONIS.

DEFINITIO I.

I. *Dioptrica* siue *Anaclestica* est pars
S 2 opti.

opticae, quae de radiis retractis, et oriundis inde phaenomenis explicat.

EXPERIMENTVM I.

II. *Pati autem radios lucis refractionem siue inclinationem, dum ex uno pellucido in aliud transeunt, (§. 2. opt.) experientia quotidiana docet. Immittatur enim baculus rectilineus in aquam, et pars aquae immersa, ab ea, quae extra aquam eminet, refracta uidebitur. Vnde forsane etiam nomen radiorum refractorum ductum est.*

EXPERIMENTVM II.

III. *Porro numus in fundo patellae cera agglutinetur, et oculus a patella tantum removeatur, ut margo patinae numum occultet. tum, immoto interim oculo, affundatur aqua, et numi imago extolletur, et in conspectum prodibit.*

CONSECTARIVM.

IV. Cum itaque neutro casu obiecti situs et locus uerus mutetur, sequitur, quod radii ex aqua pellucida in aerem progressi declinationem uel refractionem patiantur, quae efficiat, ut res altiore loco conspiciatur.

DEFINITIO II.

FI.) V. *Angulus inclinationis RDE est, quem constituit radius incidens RD, cum catheto uel perpendicularo incidentiae ED.*

An-

Angulus refractionis FDI est, quem radius refractus DF cum directo DI constituit. Angulus refractus dicitur LDF, quem radius refractus cum perpendiculo continet.

EXPERIMENTVM III.

VI. *Super asserem AD, erigatur (F. 2. alius FC ad angulos rectos. posterior FC parallelepipedo vitreo, de quo nunc dicturus sum, altitudine par requiritur, prior autem AD aliquot digitis longior esse debet. Scilicet imponitur asseri AD parallelepipedum vitreum probe politum FL, ut AF = EB. tum opponatur vitrum radiis solaribus, et diligenter notetur duplex longitudo umbrae asseris CF, altera longior extra vitrum BN, altera breuior intra vitrum terminata BR.*

CONSECTARIVM I.

VII. *Cum itaque umbra intra vitrum contrahatur, necessum est, radium illapsum XE, inclinari a vitro uersus R, atque ita radium refractum in ingressu ad perpendiculum inflecti et appropinquare.*

CONSECTARIVM II.

VIII. *Vicissim, si radius ex vitro a puncto R exiisset, non continuaret lineam rectam uersus y, sed a perpendiculo BZ reclinaretur uersus x.*

CONSECTARIVM III.

IX. Cum itaque scala subtiliter diuifa mensurari possint lineae EB, BN, in Δ rectangulo EBN inuenitur magnitudo *anguli inclinationis*, BEN, (§. 31. Trig. pt.) quia uerticales BEN et XEZ sunt aequales. (§. 48. geom.) similiter mensurata linea BR in Δ EBR indagatur *angulus refractus* BER, eoque detracto ex *angulo inclinationis* BEN, remanet *angulus refractionis* REN.

CONSECTARIVM IV.

X. Hoc artificio KEPLERVS Dioptr. ax. 7. reperit, quod *angulus refractionis* in ingressu circiter sit *tertia pars anguli inclinationis*, quando hic non multum excedit 30 gradus.

SCHOLION.

XI. ZAHNIUS in oculo artificiali Fund. 2. p. 10. *tabulam refractionum peculiarem ex observationibus suis collectam dedit, ex qua aliquot numeros, qui proportionem Kepleri comprobant, excerptam.*

Ang. inclin.	angul. refract.		
Gr.	Gr.	M.	S.
10.	3.	20	44.
20.	6.	48.	25.
25.	8.	37.	9.
30.	10.	30.	
35.	12.	29.	42.
40.	14.	35.	54.

Cum autem dioptricae principia, quae hoc libello datus, imprimis refractionibus, quae in uiris sunt, et phaenomenis, quae producunt, explanandis, accommodanda sint, missa subtiliore et variabili proportionem, missis etiam differentiis, quae a diuersa radiorum lucis refrangibilitate pendent, de quibus NEWTONVS opt. p. 20. 61. sq. uberius disquirat, istam

Ke-

Kepleri breuitatis et perspicuitatis causa retinebitur.

CONSECTARIVM V.

XII. Seruata hac proportionē, sequitur, quod angulus inclinationis radii e uitro exeuntis BER sit duplus anguli refractionis XEY.

CONSECTARIVM VI.

XIII. Generaliter quoque uerum est, quod eo maior sit angulus refractionis, quo maior est angulus inclinationis.

CONSECTARIVM VII.

XIV. Perpendicularis uero radius nullam refractionem patitur, sed irrefractus transit.

THEOREMA I.

XV. *Radius lucis ER oblique in (F. 3. uitrum planis superficiebus clausum, AD incidens, post duplicem refractionem sit refracto FGK parallelus.*

Demonstratio. Quia LM parallela NO et RG inter eas transuersa iacet, erunt anguli alterni MRG, RGN, aequales, (§. 74. geom.) et RGN = OGI (§. 48. geom.) item IGK = $\frac{1}{2}$ OGI (§. 12.) = FGR. porro GRH = $\frac{1}{2}$ MRG, (§. 10.) sed MRG = OGI = RGN, ergo RGF = GRH, et FK parallela EH. (§. 76. geom.)

CONSECTARIVM I.

XVI. Inde colligimus, refractionem res aliore loco sistere. nam si K esset obiectum, post

duplicem refractionem radius ER dirigeretur uersus H. quamobrem non est mirum, quod baculi rectilinei pars immersa aquis, uideatur a portione extra aquam refracta, et quod numus, affusa aqua, prodeat in conspectum, qui antea uacuae patinae margine abscondebatur. (S. 2. 3.)

CONSECTARIUM II.

XVII. Praeterea liquet, refractione radiorum, per plana uitra transcurrentium, magnitudinem et figuram rerum non mutari, quia post refractionem tales iterum redeunt radii, quales ante ingressum in uitrum fuerunt.

CAPUT II.

DE

REFRACTIONE RADIO- RYM LVCIS IN LENTIBVS CON- VEXIS ET CAVIS, NEC NON IN VITRIS MULTANGVLARIBVS.

DEFINITIO III.

XVIII. *Lentes* uel *uitra lenticularia* in dioptrica uocantur, quae una uel duabus superficiebus conuexis, aut una uel utraque caua gaudent. unde nomina lentium orta sunt, ut *conuexo planae*, *utrimque conuexae*, *concaua planae*, uel *utrimque cauae* dicantur.

DE.

DEFINITIO IV.

XIX. *Μανισοὶ* siue *Lunulae*, uel *Lentes lunatae*, appellantur uitra, quae altera parte conuexa, altera parte caua sunt, et propterea lunari falci assimilantur.

SCHOLION.

XX. Quomodo uitra figura conuexa et caua instruatur, fuse docent, qui de poliendis uiris scripserunt, HEVELIUS prolegom. selenogr. p. 7. CHRISTIAN HUGENIUS de formandis poliendisque uiris ad telescopia, in opusculis posthumis p. 267. sq. ed. Lugd. B. 1703. 4. ZAHN. l. c. L. 3. p. 326. HERTEL et LEVTMANNVS tractatib. pecul. Nonnihil de hac praxi et organis praestantioribus in lectionibus dicitur.

THEOREMA II.

XXI. *Lens uitrea conuexo plana* (F. 4. *AB* radium axi parallelum *LM*, unit cum axe in *F*, ita ut distantia foci a uitro *HF* paulo minor sit diametro.

Demonstratio. Perspicue haec ueritas ostenditur mechanice; nam radius *LM* tantum semel in egressu refringitur, quia in ingressu ad planam superficiem *AB* est perpendicularis, (§. 14.) si igitur in egressu angulus refractionis *OMF* fiat dimidius anguli inclinationis *OMN*, (§. 12.) tendit radius ad punctum axis *F*, et applicato circino, *FH* nonnihil minor diametro deprehenderetur.

Porro ueritas huius theorematitis ex consideratione $\triangle CMF$ patescit, est nempe angulus $OMF = MFH = \frac{1}{2} OMN = \frac{1}{4} MCH$,
S S
siue

siue angulus C est duplus anguli F , quare etiam
 latus isti oppositum FM duplum propemo-
 dum est lateris CM , (quia latera \triangle habent se
 ut sinus angulorum oppositorum, §. 39. trig.
 pl. et in paruis sinibus fere obtinet proportio
 arcuum, uti ex tabulis sinuum inspectis cogno-
 scitur.) et quando punctum M parum ab axe
 abest, quod in lentibus plerumque fit, linea
 HF perparum differt a linea MF , et propter-
 ea HF haud multo minor diametro cense-
 ri debet.

CONSECTARIUM.

XXII. Trigonometrice inuenitur linea FH ,
 data semidiametro superficiei conuexae CM ,
 et noto arcu $HM = HCM$; quia ob paralle-
 las FH , OM , est $OMF = MFH$ (§. 74.
 geom.) omnes in $\triangle FMC$ anguli, cum late-
 re CB dantur, quaeritur ergo latus FC , (§. 42.
 Trig. pl.) et subtracto $CH = CM$, relinqui-
 tur distantia foci FH .

THEOREMA III.

F. 5.) XXIII. *Lens vitrea utrumque
 conuexa AB , radios parallelos, qualis est
 LM , unit cum axe in F , ut distantia foci
 a vitro FH fere par sit semidiametro con-
 uexitatis CH .*

Demonstratio. Denuo, perspicuitatis gra-
 tia, utar regula et eircino. Si igitur in ingressu
 radius inclinetur ad perpendiculum, ut angu-
 lus refractionis sit pars tertia anguli inclinatio-
 nis,

nis, radius perueniet ad O. (§. 10) hic uero a perpendicularo CO deflectit parte dimidia anguli inclinationis, et dum pertingit ad F, erit FH fere par OC.

CONSECTARIVM.

XXIV. Si lens duarum sphaerarum diuersae amplitudinis conuexitates habeat, radii uniuntur cum axe in distantia media.

THEOREMA IV.

XXV. Sphaera uitrea SP, unit (F. 6. radios parallelos cum axe, ut focus fere sit quarta pars diametri.

Demonstratio mechanica etiam hic dilucide manifestat, post duplicem radii paralleli LM refractionem, eum tandem ad F peruenire, ut fere $FD = \frac{1}{4} DN$.

SCHOLION.

XXVI. Pro ueritatibus nunc laudatis comprobandis libenter utor demonstrationibus mechanicis; nam, quemadmodum statim sum dicturus, in lentibus uitreis, quarum memini, instabilis est focorum distantia, adeoque, ad earundem usum intelligendum, sufficit, si interualla focorum media, eo quo dixi modo, definiuntur. Praeterea in allatis propositionibus assumo radios parallelos; tum quia eorum consideratio facilior est, tum etiam, quia rerum longius distitarum radii, in quibus tandem inclinatio fit insensibilis, pro talibus, respectu lentis, quae paruum diametrum et crassitiem habet, recte reputantur.

CONSECTARIVM I.

XXVII. Distantiam foci a lente inconstantem esse, palam cognoscitur, si quaeratur punctum

ctum unionis pro radiis, qui diuersimode ab axe distant. nam radii paralleli axi propiores, distantiam foci paulo breuiorem habent reliquis, qui remotius ab axe in uitrum illabuntur.

CONSECTARIVM II.

XXVIII. Praeterea certum est, radios convergentes ad axem, facilius et propius vitro cum axe congregari, quam diuergentes, quippe qui ab unione alieni non nisi longius cum axe concurrunt.

CONSECTARIVM III.

XXIX. Quo maioris sphaerae lens est, eo longius ab ipsa focus distat.

CONSECTARIVM IV.

XXX. Quando autem in foco lentis obiectum lucidum, ueluti candela, ponitur, radii post refractionem redduntur paralleli, qui ad res remotas illustrandas longius possunt propagari.

CONSECTARIVM V.

XXXI. Radii solares, qui singuli calefaciunt, lentibus et sphaeris uitreis collecti urunt, et res, quae ignem concipiunt, incendunt.

SCHOLION.

XXXII. Hanc uitrorum conuexorum proprietatem etiam ueteres cognitam habuerunt, quemadmodum ex ARISTOPHANE in nubibus, Act. 2. Sc. 1. v. 762. sq. PLINIO H. N. L. 36. c. 26. item LACTANTIO de ira dei discimus. v. Histor. Acad. R. Sc. a. 1708. p. 137. Recentiori autem aeuo leutes causticas maiores parauit TSCHIRNHVSIVS, quarum effectus describunt Act. Er. Lips. a. 1697. M. Sept. et Hist. Acad. gall. a. 1699. p. 110.

CON-

CONSECTARIVM VI.

XXXIII. Et cum in oculis nostris humor crystallinus, lentis opticae figuram habens, occurrat, (§. 6. opt.) mirum non est, quod solem, paulo altius supra horizontem positum, oculis irretortis, absque uisionis iactura, adspicere non possimus.

CONSECTARIVM VII.

XXXIV. Ceterum uitra conuexa, quia exceptos a rebus radios ordinate iterum congregant, in foco illarum imagines distincte exhibent. de quo phaenomeno postea figillatim dicetur.

THEOREMA V.

XXXV. *Lentes cauo planae uel utrimque cauae, radios parallelos non uniunt, sed diffundunt, et ab axe detorquent.* (F. 7. 8.

Demonstratio. Cas. 1. Si lens fuerit cauo plana, radius axi parallelus RD in egressu recedit a perpendicularo CD, (§. 8) uersus M, adeoque diuergit, et unio non continget.

Cas. 2. Si lens fuerit utrimque caua, radius axi parallelus RD in ingressu ad perpendicularum AD accedit; (§. 7) ideoque iam ab axe declinatur uersus E, hic quia iterum a perpendicularo CE recedit, (§. 9.) ulterius diffunditur uersus M.

CONSECTARIVM I.

XXXVI. Itaque neutro casu unio sequitur: sed utrimque radii diffunduntur.

CON.

CONSECTARIVM II.

XXXVII. Ideoque tales lentes cauae imagines pingere nequeunt. (§. 34.)

THEOREMA VI.

XXXVIII. *In meniscis, si semi- (F. 9. diameter superficiei conuexae ABC minor fuerit semidiametro superficiei cauae AHC, radii paralleli cum axe, in longiore tamen distantia, uniuntur.*

Demonstratio. Nam conuexae superficiei ea est indoles, ut radios parallelos cum axe coniungat, (§. 21. sq.) per cauitatem uero radii diffunduntur, (§. 35.) sed quando conuexitas minorem semidiametrum habet, focus radiorum uitro propior est, adeoque ab eadem plus ad axem inclinantur radii, quam per superficiem cauam ab axe detorquentur, ergo unio eorum, sed in longiore a menisco distantia, continget.

SCHOLION.

XXXIX. Ubi autem punctum unionis in axe futurum sit, tum calculo, tum schematismo mechanice potest definiri. conf. DECHALES T. III. p. 666. qui ostendit, quod assumpta semidiametro conuexitatis 6 pedum, et semidiametro concauitatis tripla 18 ped. distantia foci sit 18 ped. et seruata priore conuexitatis semidiametro, quando semid. concauit. est 12. pedum, distantia foci est 24. adbibita semid. concav. 9. p. focus abest 36 pedibus.

CONSECTARIVM.

XL. Usus ergo meniscorum esse potest, quando longior lentis focus desideratur. v. KEPLER diopt.

diopt. prop. 131. 136. ZAHN. fund. 2. p. 70. sed cum constet, lentes maioris foci etiam plus esse aperiendas, ut obiectum satis illuminatum sistatur, si nimis acuta foret conuexitas, in eadem plus aperta radii longius ab axe illapsi non tam accurate unirentur, et sic distinctior imaginum repraesentatio impediretur. (§. 27.) quamobrem hic mediocritas tenenda, et in primis ad experimenta diligenter attendendum est.

THEOREMA VII.

XLI. *Lentes conuexae rerum, quarum radios excipiunt, imagines inuersas post se interuallo foci depingunt.* (F. 10.

Demonstratio. Constat enim ex ante dictis, (§. 21. sq.) lentes conuexas radios acceptos certo post se interuallo unire, quo facto, tales eos reddunt, quales fuerunt, cum ab obiecto effluerunt. siquidem quodlibet obiecti punctum, tanquam centrum sphaerae radiosae recte consideratur. (§. 24. opt.) ergo imaginem quorumuis obiecti punctorum nitide depingunt, sunt autem imagines illae inuersae, quia radii ex A illapsi recta linea in oppositam plagam extendunt, et ex B emissi, recta uersus b diriguntur. Et distantia imaginis ab a lente respondet interuallo, quo lens radios cuiuscunque generis parallelos uel diuergentes unire solet.

CONSECTARIVM I.

XLII. Quamobrem si illo interuallo post lentem obuertatur charta alba, in eadem imago rei

rei a lente fitu inuerso exhibebitur. sed si extra punctum unionis charta propius uel remotius a lente opponatur, uel confusa uel nulla imaginis pictura producet. Haec imaginum repraesentatio euadet clarior et distinctior, quando in conclauis obscurato, *cameram obscuram* uocant, radii rerum externarum per lentem refracti unitique candido pariete excipiuntur. in tenebris enim imbecillum quoque lumen melius percipitur.

CONSECTARIUM II.

XLIII. Imagines rerum remotarum, quarum radii pro parallelis ad sensum haberi queunt, (§. 26.) minus distant a lente, quam imagines rerum uicinarum, quae radios diuergentes in lentem proiciunt, (§. 24. opt.) qui difficiliter et longius a lente ununtur. (§. 27. 28.)

CONSECTARIUM III.

XLIV. Praeterea etiam maiora sunt rerum uicinarum quam remotiorum simulacra, quia diuergentes radii sub maiore angulo, quam paralleli rerum remotarum, colliguntur.

CONSECTARIUM IV.

XLV. Si oculus post imaginem in o adspiciat lentem in obiectum uersam, et sit remotior a lente, quam distat ab eadem focus, apparebit parua imago rei inuersa in aere pendula.

CONSECTARIUM V.

XLVI. Ceterum ea, quae nunc de imaginibus, quas lentes conuexae exhibent, dixi, ap-

aperiunt quoque causas omnium experimentorum, quibus sub opticae initium, (§. 7. 8. sq. opt.) modum visionis declaravi.

THEOREMA VIII.

XLVII. *Radius obliquus incidens (F. II. in verticem lentis convexo planae, post duplicem refractionem redditur directo parallelus.*

Demonstratio. Incidat in verticem lentis radius RC , et ducatur ad punctum illapsus tangens GH , parallela lineae AB , hoc facto apparet, eodem modo procedere radium, ac si incidisset in superficiem planam GH ; sed supra docui, (§. 15.) quod eo casu radius bis refractus sit directo continuato parallelus, ergo idem in praelenti casu contingere omnino debet.

CONSECTARIVM.

XLVIII. Idem de lentibus utrimque convexis et aliis quibuslibet compositis potest demonstrari. v. ZAHN. fund. 2. prop. 14.

THEOREMA IX.

XLIX. *In lentibus convexis diameter obiecti AB , et diameter imaginis GF servant rationem directam distantiarum a lente.*

Demonstratio. Quoniam enim radius refractus CF et CG , parallelus est directo BC , AC , (§. 47) in triangulis aequiangulis et simili-

milibus ABC et CGF ualebit analogia $AB:GF = LC:CM$. (§. 190. geom.)

CONSECTARIUM.

L. Quo longius igitur a lente abest imago, eo maior erit eius ad obiectum ratio. Atque adeo lentes, quò maiorum sphaerarum portiones sunt, eo etiam maiores pingunt rerum imagines. (§. 29.)

PROBLEMA I.

LI. *Cameram obscuram portatilem componere.*

Quomodo rerum externarum imagines a lente conuexa pictae, in quouis conclau ob-
scurato iucunde considerari queant, antea dictum fuit, §. 42. iam de recipiendis spectandisque in cista portatili iisdem simulacris explicandum restat.

Resolutio prima. 1. Paretur arcula paral-
F. 13.) lelepipeda lignea AB , alta tres pedes, lata et longa pedes duos, sursum in pyramidem truncatam desinens;

2. Intra illam, e funiculis quatuor, qui circa cylindros utrimque in angulis firmatos circumuoluuntur, suspendatur tabula mobilis NMI , charta alba obducta;

3. Supra in foramine L , firmetur tubulus, cui lens conuexa inserta est, quae ultra pedes duos rerum externarum imagines proiicit.

4. Et huic tubulo supra lentem applicetur speculum planum S , sic positum, ut angulus, sub quo radii in speculum illabantur, sit 45 graduum

duum. ita enim eueniet, ut radius incidens a speculo ad perpendicularum in lentem camerae obscurae reflectatur. (§. 8. catopt.)

5. Unius cistae huius latus totum, uel maxima parte, relinquatur apertum in CD , per quod et inspicere imagines, et manu immissa easdem depingere et delineare liceat.

His factis, si speculum uertatur in res remotas, radii, qui ab his uenerunt RS , in lentem L reflectuntur, et ab hac debita distantia in fundo uel tabula NI uniuntur, (§. 41) atque adeo spectator per foramen CD potest has imagines et uidere et delineare.

Resolutio secunda. Sed quia in camera obscura modo descripta inuersae sistuntur rerum imagines, (§. 41) artifices aliam huius (F. 14. machinae formam talem excogitarunt, qua imagines erectae exhibentur. Nimirum in cistulae oblongae foramine A tubulus cum lente conuexa firmatur, et eidem, simili, quem ante indicaui, situ, opponitur speculum B , supra hoc firmatur vitrum planum semipellucidum CD , ita ut lineae $AB \dagger BE$ component interval-
nallum, quo lens A imagines repraesentare solet, tum oculus, pyramidi truncatae in O ad-
motus, spectabit imagines rerum in vitro CD depictarum erectas: quippe a speculo reflexas et conuersas.

PROBLEMA II.

LII. Oculum artificialem componere.

F. 15.) *Resolutio.* 1. Paretur globus ligneus uel eburneus, utrimque perforatus.

2. Foramini P applicetur lens optica convexa, cuius focus uno circiter digito ab eadem distat.

3. Foramini R tabulus mobilis, inferatur, qui vitrum semipellucidum (alii chartam albam oleo inunctam praeferunt,) continet, quod ad lentem admoveeri et ab eadem removere potest.

Demonstratio. Quoniam lens P radios in distantia foci sui unit, ibique imagines rerum pingit. (§. 41) fiet, ut in vitro semipellucido, tanquam oculi fundo istae imagines repraesententur, et ab oculo, ante vitrum R posito, spectari possint. Atque adeo hoc organon, oculi, cuius figuram refert, fabricam et usum demonstrabit, prouti supra in principio opticae (§. 8. opt.) latius edisserui. conf. ZAHN. fund. 2. c. 7.

THEOREMA X.

F. 16.) LIII. *Obiecta in foco lentis convexae posita, oculo prope lentem posito videntur erecta et maiora.*

Demonstratio. Radii ab obiecto parvo AB, quod in foco possum est, in lentem CD illapsi, post duplicem refractionem sunt paralleli, (§. 30.) tales si lens oculi crystallina OL exceperit, illos uniet in retina, et imaginem pinget inversam (§. 41.) Sed tamen etiam maior illa

illa erit, quam quae nudis oculis apparet, quia angulus CVD, sub quo radii per lentem in oculum ueniunt, maior est angulo AVB, sub quo, remota lente, ad oculum iidem tendebunt. (§. 50. opt.)

CONSECTARIVM I.

LIV. Idem eueniet, si obiectum propius lenti admoueatur, quam distat eius focus, quia tum radii nonnihil diuergentes redduntur, qui iidem magnum angulum subtendunt.

CONSECTARIVM II.

LV. Et quo magis ad lentem admouetur obiectum, tanto maior redditur angulus radiorum ad lentem effluentium, adeoque quo lens minoris sphaerae portio est, eo magis species rerum auget.

CONSECTARIVM III.

LVI. Dum autem lentes eiusmodi augent rerum minimarum species, distinctius eas ob oculos ponunt, et multa producunt in conspectum, quae nudis oculis uel omnino non, uel saltem non distincte cernebantur. Quam ob causam tales lentes *microscopicae* sunt. nam *microscopium* uel *engyscopium* uocatur instrumentum, quo res minutas prope positas melius contemplamur. quem in usum nonnunquam minutissimae sphaerulae uitreae, quae fusione uitri ad candelam conglobantur, adhibentur. praestantiores uero sunt, quae manu accurate poliuntur. Modos varios, quibus talia microscopia simplicia ad minutas res commodi-

us spectandas, aptiora euadunt, coram in lectionibus ostendam.

CONSECTARIVM IV.

¶ LVII. Porro ex allato theoremate intelligitur, quare *senes* lentibus conuexis, siue *perspicillis* hebetudini oculorum suorum, dum res uicinas intuentur, succurrant. nam lentes illae radios rerum uicinarum diuergentes (§. 24. opt.) uertunt in parallelos (§. 30.) quales sunt radii rerum remotarum, (§. 26.) quos senum oculi commode ferre et unire possunt. (§. 46.)

THEOREMA XI.

LVIII. *Per lentes cauas obiecta quaeuis, tam remota quam propinqua erecta et minora apparent.*

F. 17.) Demonstratio. Spectetur per lentem cauam CD res magna AB, si lens abesset, radii ad oculum in E positum angulum magnitudinis apparentis AEB formarent, (§. 42. opt.) sed quando interponitur lens caua CD, radii ex A et B in eam illapsi, et uersus E directi, nonnihil diducuntur, et ab axe detorquentur, (§. 35.) quare radii tales longius a lente in puncto O concurrunt, et angulum multo minorem, quam est angulus ad E, formant, ideoque obiecti magnitudo apparens minuitur, et lineae FG minori aequiparatur.

CONSECTARIVM.

LIX. Etsi autem species rerum quarumuis lentibus cauis imminuatur, tamen utiles illae sunt

sunt lusciosis, quia radios rerum remotarum parallelos, (§. 26.) uertere possunt in diuergentes (§. 35.) qui ab oculis myopum, qui uel crySTALLINUM turgidiorem, uel a retina remotiorem habent, melius uniuntur. (§. 43.)

DEFINITIO V.

LX. *Vitrum polyedrum*, uel *polyoptrum*, uel *polygonum*, est, quod corpus multangulare imitatur, et superficies planas (F. 18. plures in conuexitatem dispositas habet. quale est AD. modum talia uitra poliendi tradunt ZAHN fund. 3. p. 70. LEVTM. d. pol. uitr. c. 4. Aliquando etiam in conuexa uel plana lentis superficie plures cavitates politura inducuntur, qualia uitra *polyoptra caua* nominare licet.

THEOREMA XII.

LXI. *Per vitrum polyedrum tot apparent unius rei imagines, quot vitrum habet hedras, siue planas superficies.*

Demonstratio. Sit ante lentem polygonam AD positum obiectum, si ab eodem radii paralleli uel diuergentes effluant, et in hedras uitri illabantur, duplici refractione ad axem inflectentur, uersus F, quemadmodum apparet, si secundum refractionis leges (§. 10. sq.) radiorum directio indagetur, atque ita dum oculis radii inflexi recipiuntur, et recta prorsum diriguntur, (§. 19. opt.) uertuntur illi in diuersa loca O, L, ibidemque multiplicatas rei imagines fiunt.

Newtoni sententia, strictim suo loco indicavi, (§. 42. sq. opt.) quae uero circa picturam arcus colorati in aere pluuioso, siue iridis, tam primariae, quam secundariae, singulatim notanda sunt, ea diligentius exponant CARTESIVS de meteoris. c. 8. DN. HALLEY trans. Angl. n. 267. p. 714. in Lowthorpi epit. Vol. 2. p. 195. HAMBERGERVS disp. de iride diluuii. DECHALES dioptr. p. 726.

CAPVT III.

DE

TELESCOPIIS, MICROSCOPII, POLEMOSCOPIO ET LATERNA MAGICA.

DEFINITIO VI.

LXVII. *Telescopium, siue tubus opticus, nominatur fistula, in qua lentes opticae debito interuallo firmatae sunt, per quas obiecta longe remota et maiora et clariora apparent.*

SCHOLION.

LXVIII. *De inuentore mirandi huius organi non est eadem omnium sententia. CARTESIVS sub init. dioptr. JACOBVM METIVM, Aduers. fratrem laudat. RHEITA ocul. Enoch et Eliae p. 337. hunc bonorem tribuit Io. LIPPENSVM uel LIPPERSEIN, Zelando. Petrus Borellus in tr. de uero telescopii inuentore, ZACHARIAE JOHNSEN Mittelburgensi, perspicillorum artifice, huius inuenti gloriam deberi contendit. quem, ait, circa annum 1590 casu telescopium reperisse, cum per conuexam et cauam lentem, certo interuallo distantes, res longe remotas, auctiores et clariiores conspiceret. ERYTHRAEVS Pinacoth.*

p. 279. pro GALILEO sententiam dixit, sed ipso Galileo repugnante, quemadmodum ex nuncii sideris p. 10. constat, ubi fatetur, quod rumore, qui ferebar, a Belga quodam perspicilla eiusmodi, quae res longe diffusas distinctius exhibent, parari, excitatus, similis organi compositionem a. 1609 prospero successu reuenerit. Etsi autem perspicilla siue telescopia sub finem domum seculi decimi sexti in Belgio reperta fuerint, certum tamen est et exploratum, JO. BAPT. PORTAM Neapolitanum, iam a. 1560. quo primum magia eiusdem naturalis euulgata est, leges fabricandi talis instrumenti cognitae habuisse. nam istius libri p. 596. compositionem telescopiorum his uerbis describit: Si concuum et conuexum et concuum uitrum rite componere. noueris, et longinqua et proxima maiora et clara uidebis. non parum multis amicis auxilium praestitimus, qui et longinqua obsoleta, proxima turbida conspiciebant, ut omnia perfectissime contuerentur. add. eiusd. Tr. de refractione Neapoli a. 1593. 4. ed. ubi p. 3. scribit: refractionis auxilio ea quoque perspicilla concinnari possunt, quae ad miraculum usque elongent uisum. Plura de historia telescopii habet SCHÖTTVS Mag. nat. tom. I. p. 490. PÄSCH de inuentis nouantiquis. p. 173.

DEFINITIO VII.

LXIX. *Lens obiectiua* telescopii uocatur anterior, quae in obiecta uertitur; *lentes oculares* dicuntur praeter obiectiuam omnes, quae prope oculum tubo inseruntur.

DEFINITIO VIII.

LXX. Telescopiorum quatuor constitui possunt genera. 1. *Belgicum* uel *Galileanum*, quod habet lentem obiectiuam conuexam et ocularem cauam. 2. *Astronomicum*, quod duabus lentibus conuexis constat. 3. *Terrestre*, quod praeter obiectiuam len-

lentem conuexam, tres oculares conuexas requirit. 4. *Mixtum* uel *catoptrico dioptricum*, quo genere polemoscopium Heuclii, et tubus catoptricus Newtoni continentur.

PROBLEMA IV.

F.21.) LXXI. *Telescopium Belgicum componere.*

Resolutio. 1. Eligatur lens obiectiua conuexa uel conuexo-plana C, tanto maioris sphaerae, quanto longius telescopium parare libet.

2. Post hanc, antequam radii a lente conuexa colligantur, collocetur lens caua D; quae radios ad unionem pronos uertet in parallelos, (§. 35.) uel nonnihil reddet diuergentes; hi in crystallinum oculi humorem illapsi repraesentabunt rem 1. maiorem, quia sub maiore angulo ad oculum ueniunt, (§. 50. opt.) 2. erectam, quia inuersae in oculo rei imagines pinguntur, (§. 19. opt.) et denique 3. propinquam, quia lens caua radios nonnihil diuergentes oculo tradit, quales rerum uicinarum esse constat. (§. 24. opt.)

CONSECTARIVM I.

LXXII. Tale telescopium pro senibus nonnihil est producendum, ut radii paralleli, quales oculi senum accurate uniunt, euadant; et pro luscitiosis nonnihil idem debet contrahi, quoniam his radii diuergentes sunt accommodatiores. (§. 43. 46)

CONSECTARIVM II.

LXXIII. Sed quia caua lens radios facile sic dif-

diffundit, ut omnes oculum non ingrediantur, et quando telescopium est longius, cuius lens obiectiva magnam imaginem pingere solet, (§. 50.) fieri nequit, ut totam per caavam lentem rite contemplemur, ideo fere nunc longioris telescopii Belgici usus exoleuit. breviora tamen, aliquot longa pollices, adhuc parantur, ut et nili pretio uendi, et commodius gestari possint.

SCHOLION.

LXXIV. *KEPLERVS* loco lentis obiectivae etiam meniscum laudat, dioptr. prop. 136. sed de lentis lunatae imperfectionibus suo iam loco explicui. §. 40. de proportionem utriusque vitri, experimentis comprobata, agit *HEVELIVS* prolegom. selenograph. p. 12. *TRABER* nerv. opt. p. 188. rationem lentis cauae et convexae 1: 16. commendat.

PROBLEMA V.

LXXV. *Telescopium astronomicum componere.* (F. 22.

Resolut. 1. Assumatur lens obiectiva convexo plana, uel utrimque convexa E, quae focum 6, 12, 16 uel pluribus pedibus a se remotum habet.

2. Huic iungatur parallelo situ lens ocularis convexa minoris sphaerae F, a qua focus aliquot tantum digitis abest, ita ut focus utriusque lentis concurrat; et habebitur telescopium astris melius contemplandis idoneum.

Demonstratio. Nam lens obiectiva magnae sphaerae, magnam quoque pingit rei imaginem, (§. 50) sed tamen inuersam, (§. 41) ante hanc si lens admodum convexa statuatur, ita, ut in illius

illius foco imago fit, iterum species auctior apparebit, (§. 53) atque adeo res remota longe maior, longeque clarior, et ueluti cominus collocata, uidebitur, qualis repræsentatio uotis astronomorum inprimis respondet.

CONSECTARIUM I.

LXXVI. Etsi autem per hæc telescopia res inuersa appareat, tamen quia in astris inuersio imaginis nullum incommodum parit, dummodo illa clara et distincta sit, hinc ad astronomicas observationes hoc telescopium accommodatissimum est. nam quod claritatem attinet, præstat hoc telescopium ceteris, quæ pluribus lentibus instruuntur, siquidem plerumque multiplex refractione radiorum uim obtundit.

CONSECTARIUM II.

LXXVII. Ceterum quanto longiora sunt eiusmodi telescopia, tanto quidem maiores distinctionesque astrorum species fiunt, (§. 50.) sed cum ob molem tuborum telescopia, 50, 60, imo 100 et plurium pedum, fere intractabilia et inutilia euaderent, ideo *Hugenius* reperit modum, quo remotis fistulis, solæ lentes noctu ad stellas considerandas componantur, quem describit in *astroscopia compendiaris* Hægae com. 1684. 4. uid. Acta Er. ci. a. p. 563. emendationem addit HIRE Comment. Ac. R. a. 1715. p. 4. conf. Act. Erud. a. 1719. p. 350. ubi machina Cassini, pro Saturni comitibus spectandis, describitur. BLANCHINI artificium pro maioribus telescopiis tractandis, una cum reli-

reliquis perspicue explicat DOPPELMAIE. in Conun. 2. Bionis cap. 14. HEVELII laboriosissimum apparatus, pro telescopio astron. 150 pedum regendo, ipse exhibet in Machina coelesti. L. 1. c. 19. sq. Verum sufficit in usus astroscopicos ad manus habere telescopia 8, 12, et 20 pedum, quorum fistulae, ex tenuibus laminis ferreis stanne obductis (intus atro colore tinctis) conformatae, modicum pondus habent. nam istiusmodi organis et lunae et solis eclipses, et defectus satellitum Iouis, et conjunctiones fixarum cum planetis, inprimis cum luna, item veneris et mercurii cum sole, et commode et accurate considerantur.

CONSECTARIVM III.

LXXVIII. Ut lusciosi per telescopium astronomicum obiecta distinctius cernant, tubus nonnihil contrahendus est, quo facto lens ocularis imagini propior est, et radii ex ea exeunt parum divergentes, qui myopum oculis conveniunt. Verum pro senibus radii paralleli requiruntur, quales sunt, quando in lentis ocularis foco imago posita est. (§. 46)

CONSECTARIVM IV.

LXXIX. Praeterea ut pictura imaginis, quam lens obiectiva sistit, sit distinctior, curandum est, ne lens illa nimis sit aperta, et ne radii longe nimis ab axe illabantur. Qualis autem apertura obiectis plus minusue lucidis conveniat, experimenta melius docere poterunt. v. RHEITA p. 350. ZAHN fund. 3. p. 129. add.

add. HEVELII Selenogr. proleg. p. 37. ubi pro spectandis rotunda figura stellis fixis maioribus, item pro distinctius contemplandis, uenere et mercurio et marte, foramen operculi uitri obiectiu; quod pisi maioris diametrum habeas, commendat.

SCHOLION.

LXXX. Inuentor telescopii astronomici creditur RHEITA, qui, secutus Kepleri praecepta dioptrica, propos. 86. hoc organon composuit. v. p. 338. add. HAMMELII Hist. Ac. R. p. 388. ed. Lips. proportionēs uariarum diametrorum utriusque uitri conuexi affert ZAHN fund. 3. p. 177.

PROBLEMA VI.

LXXXI. *Tubum astronomicum solaribus maculis rite contemplandis accommodare.*

Resolutio prima. Telescopium nonnihil diducatur, ut uno alteroue pollice longius eundat, (experientia huius extensionis modum optime docet, quando notatur, qualis longitudo telescopii distincte exhibendis solis maculis aptissima sit) ita dum lens ocularis ab imagine remouetur, radii ex lente exeunt parum conuergentes, qui longiore distantia uniuntur, et in opposita tabula alba in conclaui nonnihil obscurato, solis et macularum illius imagines sistunt. (§. 43.)

Resolutio secunda. Vitrum planum perspicuum, tres digitos longum, duos latum, inficiatur altera sua superficie fuligine cerei, infectoque uitro imponatur aliud similis magnitudi.

rudinis, suppositis tamen in angulis exiguis ceræ particulis, ne superficies utriusque vitri se contingant, et ne fuligo abstergatur. atque hoc seu utrumque vitrum, circumducto plumbeo margine, firmetur. Tum assumatur quodvis telescopium astronomicum uel terrestre, 4, 5 uel plures pedes longum, et ante lentem ocularem vitrum planum fuligine obscuratum collocetur, ita oculus absque ullo incommodo solem et eius maculas intuebitur.

SCHOLION I.

LXXXII. Prior modus redditur facilior, si camera obscura, ex lamina ferrea parata, telescopio, quatuor uel quinque pedum, adhaereat, et in eius fundo vitrum planum, in cuius centrum axis telescopii et lentem dirigitur, et cui charta candida sentis oleo tincta imposita est, firmetur, in qua sol cum maculis clare exhibetur. uid. diss. de helioscopia emendata et illustrata, a. 1734. ed. Olim helioscopia ex lentibus coloratis, flava obiectiua et caerulea oculari, interpositis quibusdam vitris planis caeruleis, componebantur, sed satius est telescopium clavis lentibus instructum adhibere, et uini radiorum solarium, admoeto ad oculum vitro fuligine imbuto, infringere, ne oculo spectatoris ullam possint afferre damnum uel incommodum. conf. CHRISTOPH. SCHEINERI rosa urfina. p. 70. HEVEL. l. c. p. 23.

SCHOLION II.

LXXXIII. Verum antea quam ad telescopii terrestris fabricam explicandam progrediar, prius de micrometro, et illius ad telescopium astronomicum applicatione, dicendum est.

DEFINITIO IX.

LXXXIV. *Micrometrum* uocatur instrumentum, quo diametri apparentes obiectorum,

rum, per telescopia uisorum, accurate determinantur,

PROBLEMA VII.

LXXXV. *Micrometrum telescopio applicare, eodemque apparentes rerum magnitudines metiri.*

F. 24.) *Resolutio:* 1. Paretur annulus orichalcicus AB, cuius diameter fere par sit diametro fistulae telescopii, cui debet applicari; isque annulus instruatur duabus cochleis C, D, subtiliter incis, quae ab utraque parte in centrum annuli diriguntur. Manubria autem cochlearum a latere singula cuspidem ad rectos angulos clauo innixam habeant.

2. Hic annulus firmiter applicetur fistulae telescopii eo loco, ubi imago a lente obiectiua pingitur, uel ubi focus lentis obiectiuae et ocularis concurrit, (§. 75) et perforetur utrimque tubus, ut cochleae intra tubum torqueri queant.

3. Quantum uero ad usum huius instrumenti attinet, prius inuestigandum est, qualis sit proportio reuolutionum cochleae ad magnitudinem imaginis, quae spectatur, apparentem. idque sequenti modo innotescit. a) Quoniam hoc organon in primis adhibendum est observationibus astronomicis, ideo prius sextante astronomico mensurari debet duarum quarundam stellarum fixarum, quae sibi admodum propinquae sunt, distantia, id quod pridem diligentissimi astronomi praestiterunt. *Heuclius Part. 2. Machin. coelestis hoedorum distantiam definit*

finis 46 min. 50 sec. distantiam alcor a media caudae ursae maioris reperit 9 min. 5 sec. ut alia exempla taceam, quae ROSTIVS man. astron. p. 357. excerptis. b) itaque in duas eiusmodi stellas uertatur telescopium micrometro instructum, et cochleae utrimque tandiu uersus centrum tubi contorqueantur, donec intervallum inter utramque stellam θ , r , cochleis micrometri capiatur. c) eoque facto, ulterius torqueantur utrimque cochleae, donec concurrant, et diligenter numerentur revolutiones cochleae, quae interstitio θ r respondent. d) Cognito numero revolutionum pro data distantia stellarum θ r , beneficio regulae aureae quaeratur numerus revolutionum, qui aliis minutis distantis uel magnitudinibus apparentibus, inde ab uno minuto usque ad unum circiter gradum, competit, et haec tabula, pro observationibus aliis eodem telescopio instituendis seruetur.

4. Nimirum, conspectis per telescopium duabus stellis, quarum distantia per telescopium apparet, si libeat illam determinare, prius cochleae micrometri tandiu torqueantur, donec utramque stellam extremum alterutrius cochleae attingat; deinde porro torqueantur cochleae, donec concurrant, et numerus revolutionum notetur, isti in tabula respondebit magnitudo uel distantia apparens quaesita.

SCHOLION.

LXXXVI. Descripti micrometrum GODOFR. KIRCHII, olim astronomi Berolinensis solertissimi, quod

quod et paratu et usu facillimum est. v. *Miscell. Berol.* p. 202. *suadeo, ut cuspides tanquam indices cochleis imponantur, ut nempe uoclu, ubi initium reuolutio capiat, sciatur, et ut dimidia et quartae partes reuolutionem simul possint notari. Verum nonnulla alia huius generis organa artifices excogitarunt, quae passim describuntur. uid. THEOD. BALTHASARIS Micrometria, Erlangae 1710. 8. edita. ROST l. c. p. 353. sq. DOPPELMAYR l. c. c. 15.*

PROBLEMA VIII.

F. 23.) LXXXVII. *Telescopium terrestre componere.*

Resolutio. 1. Loco lentis obiectivae eligatur uitrum utrimque conuexum C, a quo focus tribus quatuorue pedibus uel amplius abest.

2. Ipsi opponatur lens prima ocularis D, utrimque conuexa et minoris sphaerae, eo loco, ut focus lentis obiectivae et ocularis concurrat, uel ut imago *b a* sit in foco lentis ocularis D collocata.

3. Quoniam ex lente D exeunt radii paralleli, (§ 30.) ideo prope eam, relicto duorum circiter pollicum intervallo, ponatur lens secunda ocularis E, similis cum priore D conuexitatis, haec radios parallelos, quos accepit, uniet, et imaginem priorem iterum inuertet, et erectam *a b* sistet. (§. 41)

4. Denique ante hanc imaginem tertia lens ocularis F minoris sphaerae ponatur, ut imago *a b* in illius foco statuatur. haec, quia est instar microscopii, imaginem proximam et erectam et auctam exhibebit, (§. 53) atque adeo hoc

hoc organon, rebus in terra obuiis distinctius cernendis, poterit adhiberi.

SCHOLION I.

LXXXVIII. *Proportiones lentium explicat ZAHN, fund. 3. p. 135. sq. alii tantum duas lentes oculares cum obiectiua componunt; sed confusa redditur repraesentatio, quia tum lens D plus remouenda est ab imagine h a, quo fit, ut radii diuergentes uniri rite nequeant. Sed nec plures quam tres lentes oculares debent admitti, quia multiplicata refractione radiorum nimiam copiamque minuit. id. ZAHN fund. 2. p. 180.*

SCHOLION II.

LXXXIX. *RHEITA tubos binuculos commendat l.c. p. 354. per quos binis oculis res adspiciantur. utrum et paratu difficiliora sunt organa perfecte similia, et saepe contingit, ut oculus uterque non similem utriusque tubi dispositionem ferat. docuitque experientia, talibus tubis duplicibus claritatem repraesentationis parum uel nihil promoueri. v. ZAHN fund. 2. p. 221. fund. 3. p. 141.*

PROBLEMA IX.

XC. *Polemoscopium, siue tubum (F. 25. catoptrico dioptricum, componere.*

Resolutio. 1. In extremo fistulae ponatur speculum planum S, ut speculum cum linea tubi EL angulum 45 gr. intercipiat, et ut tubus e regione speculi apertum foramen habeat.

2. e regione speculi applicetur telescopium Belgicum uel terrestre longitudinis arbitrarie.

3. Tum quando speculum in res foris positae uertitur, radii, qui ab his in speculum illabuntur AS, a speculo ad telescopium ad rectos angulos reflectuntur, (§. 8. catoptr.) atque adeo oculus in O uidet res a latere collo-

catas, quod, quia tempore obsidionis, quando e uallo recta per tubum absque discrimine prospicere non licet, utile esse arbitrabatur inuentor huius instrumenti HEVELIUS, cui propterea polemoscopii, siue tubi bellici, nomen imposuit. v. proleg. selenogr. p. 24. ZAHN fund. 2. p. 210.

PROBLEMA X.

XCI. *Tubum catoptrico dioptricum* (F. 26.) *Newtoni componere.*

Resolutio. 1. In tubo rotundo uel polygono ligneo tripedali diam. 4 uel 5 digit. nigro colore tincto A F, firmatur altero extremo speculum metallicum cauum A B, cuius focus uno circitor pede a speculo distat, alterumque extremum E F relinquitur apertum; ut per idem radii ab obiectis possint affluere. sed ne nimia radiorum copia in cauum speculum irruat, in distantia $1\frac{1}{2}$ pollicum a speculo, ligneum diaphragma ponitur, quod tegit $\frac{3}{4}$ ex speculi superficie, et uagum lumen colligit.

2. Deinde in distantia 22 digitorum a speculo cauo, eidem oblique, in medio tubi, sub angulo 45 gr. ad axem speculi, opponitur planum exiguum speculum metallicum figura ouali C, filo recuruo ferreo uel aeneo sustentatum, ita, ut paralleli remotarum rerum radii, R A, R B, qui a speculo cauo conuergentes remittuntur, (S. 27. catoptr.) antequam uniantur, in speculum planum incidant, et inde reflexi prope punctum N colligantur, atque imaginem pingant.

3. De-

3. Denique e regione huius imaginis in tubi latere perforato firmatur lens utrimque convexa exiguae sphaerae, per quam, tanquam microscopium, imago rei N in foco depicta, maior distinctiorque, inversa tamen ab oculo ad lentem L admoto, conspicitur. (§. 53.)

4. Ceterum ut hoc telescopium facilius dirigere in res remotas possit, in superficie tubi aliud perspicillum astronomicum uel terrestre imponitur.

SCHOLION.

XCII. Inuenit hoc organon uir summus a. 1666. cum, factis pro refrangibilitate lucis uariabili indaganda, experimentis, intelligeret, ab eadem telescopiorum imperfectiones oriri, quae reflexione radiorum, quam magis ordinate fieri experientia testatur, forsitan emendari queant. et feliciter ipsi cessit conatus. Nam etsi adhibuisset speculum cauum exiguum, cuius radius uix 13. digitis aequalis erat, adeoque breuem admodum tubum fabricasset, tamen illius instrumenti beneficio et satellites Iouis, ex quodammodo etiam falcatae ueneris figuram poterat deprehendere. LOWTHORP. Epit. transact. philos. Vol. I. p. 196. sq. postea cura studioque celeberrimi Hadleii excitati artifices peritissimi, Hauksbee, Escarlet, telescopium hoc catoptricum perficere et longius atque utilius reddere studuerunt, quos nec successus destituit. uid. Transact. philos. Angl. n. 376. 378. adde sis, quae notauimus latius in explicatione iouilibii Cassiniani. p. 30. sq. id didici proprio experimento Parisiis in regia specula capto, quod per tubum reflectentem Newtonianum sesquipedalem iouis comitatus baud minus clare distincteque conspiciatur, quam per tubum, optimae notae sedecim pedum, a Campano fabricatum. et Dnm. Hadley et Pound per telescopium reflectens quinque pedum, saturni anulum, et comites uiderunt,

ita ut per telescopium Hugonii 123 pedum melius spectari baud posset.

PROBLEMA XI.

XCIII. *Microscopium ex duabus lentibus componere.*

Resolutio. 1. Eligatur pro obiectiua lens minutae sphaerae C, a qua focus uix uno pollice, vel $\frac{3}{4}$ pollicis, abest. Haec, quando res parua AB a lente minus distat quam focus, radios diuergentes longius a se uniet, et imaginem magnam sed inuersam *ba* pinget. (§. 43.)

2. Huic lenti obiectiuae iungatur alia D ocularis maioris sphaerae, a qua circiter 3 digitis focus remouetur, ita ut in foco eius imago, quam lens obiectiua exhibet, collocetur; tum lens ocularis faciet officium microscopii simplicis, et imaginem *ba* adhuc maiorem, inuersam tamen, repraesentabit. (§. 53.)

SCHOLION I.

XCIV. Solent microscopia etiam ex tribus quatuorue lentibus componi, de quibus copiose differit ZAHN fund. 2. p. 172. sq.

SCHOLION II.

XCV. *Utilitatem microscopiorum tam simplicium quam compositorum, in perscrutandis naturae recessibus exemplis luculentis docent ROBERT HOOKE in micrographia 1665. f. Londini ed. ANTON. A LEEUWENHOEK in arcanis naturae detectis a. 1695. sq. Delphis 4. IO. FRANC. GRIENDEL VON ACH in micrographia noua, german. ed. Norimb. 1687. 4. item PHIL. BONANNI in micrographia curiosa, Romae 1691. 4.*

DE.

DEFINITIO X.

XCVI. *Laterna megalographica* uel *magica* uocatur instrumentum catoptrico dioptricum, cuius ope imagines paruae, longe maiore forma in camera obscura exhibentur.

PROBLEMA XII.

XCVII. *Laternam magicam* (F. 28. *componere.*

Resolutio. 1. Paretur laterna ex ferreis laminis stanno obductis, et illius tum operculum tum fundum perforetur, ut aeri infra et fumo supra liber transitus relinquatur, et ut candelâ intra laternam ponenda eo clarius fortiusque lumen diffundat.

2. Parte posteriore laternae firmetur speculum cauum metallicum AB, a quo focus C duobus circiter digitis abest.

3. Interuallo, quo focus distat, ante speculum ponatur lampas C, duplici instructa ellychnio, cuius uasculum arcus circuli figuram habeat, ut lumen libere possit perfluere. nam dum a lampade forte lumen emittente, et in foco posita, radii dense in speculum illabuntur, inde iidem paralleli reflectuntur. (§. 34. catoptr.)

4. Quatuor a lumine C digitis inserantur in crenam in laterna factam imagines paruae DE, super vitro coloribus transparentibus depictae, quae a radiis parallelis e speculo repercussis abundanter illuminantur.

5. Haud procul ab imagine, intervallo duorum pollicum, ponatur lens magna F, lata pollices quatuor, a qua focus sex digitis distat; et intervallo duorum digitorum alia lens G eiusdem magnitudinis et sphaerae statuatur. Ita eveniet, ut radii, qui valde diuergentes a vicina imagine in lentem F inciderunt, post duplicem refractionem adhuc diuergant, dum in vicinam lentem G penetrant, a qua tandem in magna distantia 16 uel 20 pedum in pariete albo opposito exhibent magnum minutae picturae simulacrum *et* d situ inuerso. (§. 43.) quapropter, ut erectae species appareant, imago DE inuerse in crenam debet intrudi.

CONSECTARIVM I.

XCVIII. Quia radii candelae in foco positaе, ex speculo paralleli in lentem, (remota nempe imagine intermedia) proiciuntur, (§. 34. catoptr.) si in superficie speculi lineae quaedam obscurae fiant, quae lumen parallelum distinguunt, harum quoque repraesentatio a lente, unitis debito loco radiis fiet. (§. 23. 34.)

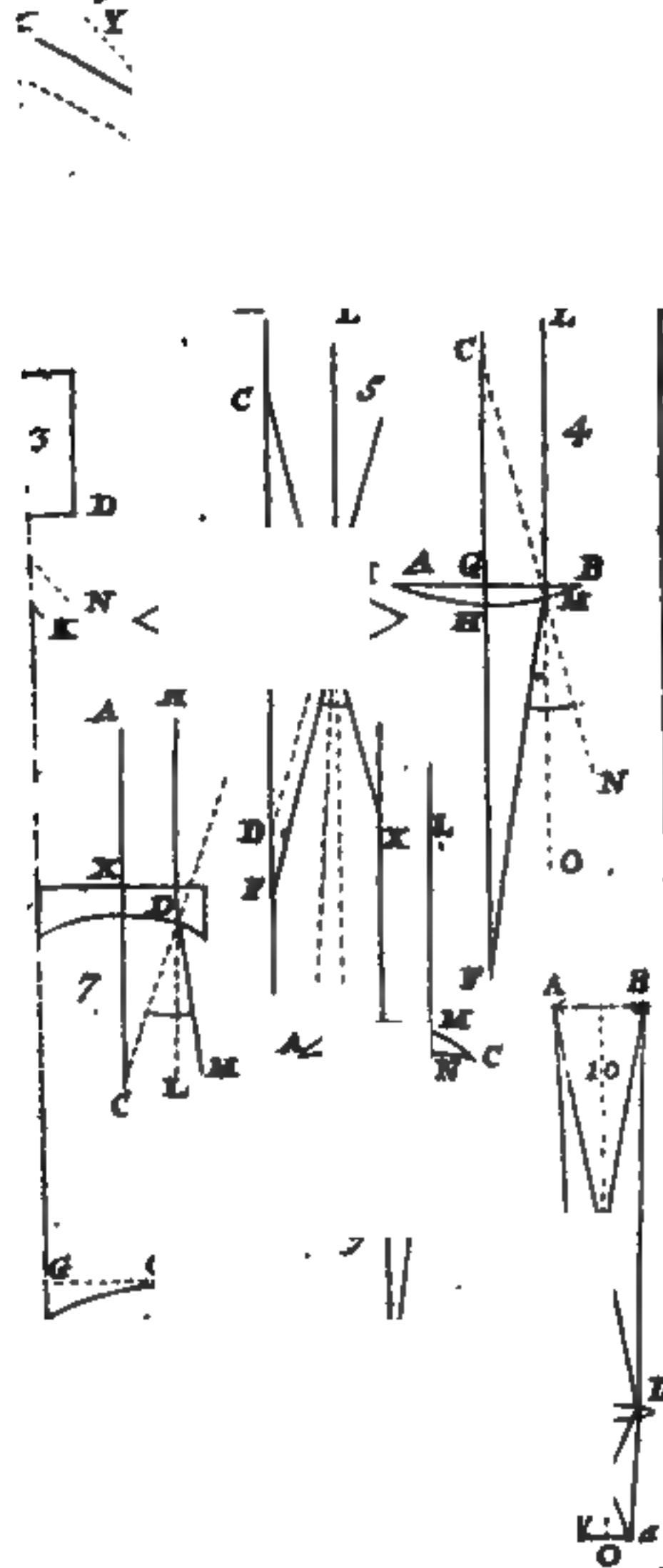
CONSECTARIVM II.

XCIX. Quare, si literae maiusculae, inuerso situ speculo inscribantur, uel eidem agglutinentur, scriptura istis facta, a lente recto situ, longoque a lente intervallo, depingetur.

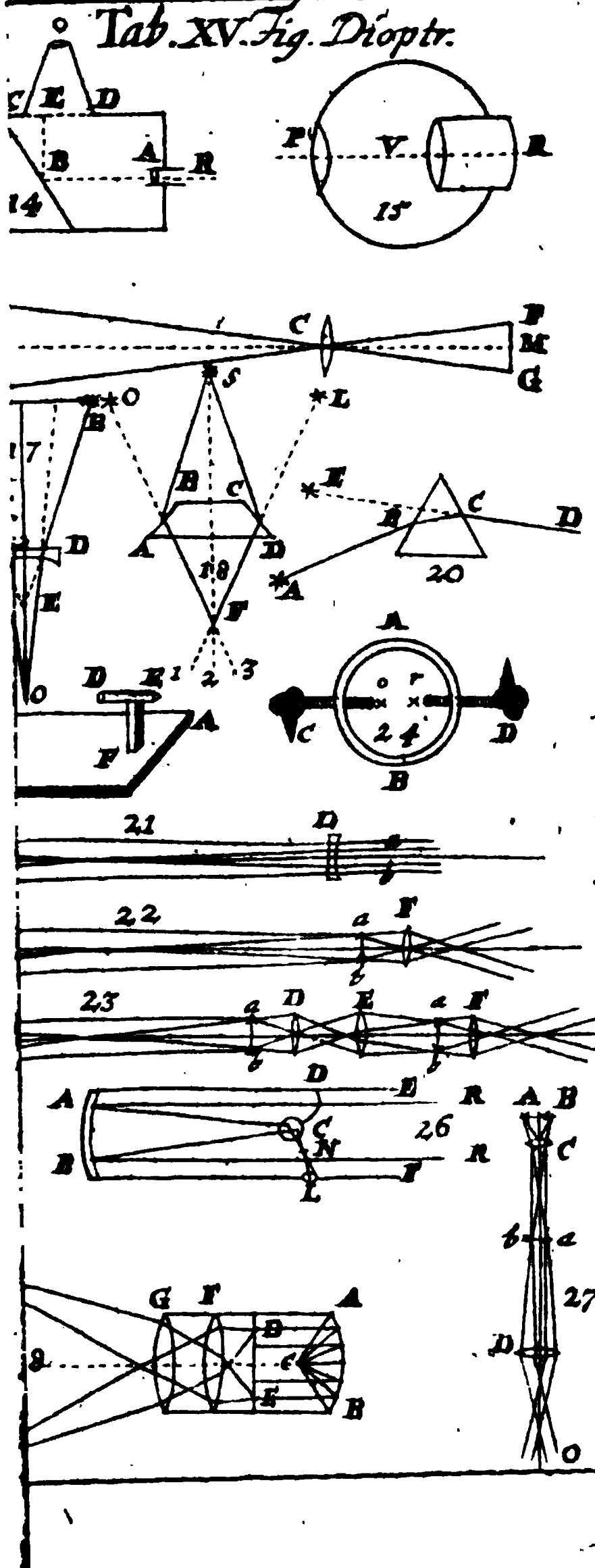
CONSECTARIVM III.

C. Similiter si in superficie speculi caui, intra laternam magicam ponendi, circa punctum
me-

IV. Fig Dioptr.



Tab. XV. Fig. Dioptr.



medium, tanquam centrum, describantur circuli duo horarii, in spatia XII horarum diuisi, et post speculum, intra fistulam aliquam, inferatur horologium automatum portatile, cuius axiculus, indici gestando destinatus, per factum in speculo foramen prominet, ipsique axi index horarius imponatur, obtinebitur, ope laternae magicae, repraesentatio circuli horarii in albo pariete opposito, atque ita *horologium automatum nocturnum*, quod in tenebricoso conclavi *horas monstrat, componetur.*

TRIGONOMETRIA SPHAERICA.

DEFINITIO I.

I. *Circulus magnus uel maximus* (F. I. sphaerae uocatur, qui sphaeram in duo aequalia segmenta diuidit. *qualis est circulus APBO, item ACB.* Circuli minores sunt, qui sphaeram in partes inaequales diuidunt. e.g. *DEF.*

DEFINITIO II.

II. *Polus* est punctum, unde maximus circulus integro quadrante uel 90 gradibus distat. *ueluti P est polus circuli magni ACB.*

DEFINITIO III.

III. *Mensura anguli*, inter arcus sphaerae intercepti, est arcus circuli magni, qui a puncto

puncto concursus crurum anguli 90 grad. abest. (quo nempe loco circuli, eiusdem diametri, sese secantes maximam inuicem distantiam habent.) ita mensura anguli APC est portio quadrantis AC , cuius polus est P .

DEFINITIO IV.

IV. *Arcus perpendicularis* est, qui ita super altero consistit, ut in neutram inclinet partem et angulos utrimque efficiat aequales, (§. 34. geom.) siue est portio circuli magni, transiens per polos circuli, cui insistit. sic arcus PC est perpendicularis ad arcum AC . et angulus ACP rectus est 90 graduum. (Cum enim recta PNO sit perpendicularis ad rectam ANB , totum planum $PCON$ est normale ad planum $ANBC$, ideoque semicirculus PCQ normalis est ad semicirculum ACB .)

DEFINITIO V.

V. *Triangulum sphaericum* est, quod in sphaerae superficie, magnorum sphaerae arcuum concursu formatur; siue est figura, cuius tria latera sunt arcus circulorum magnorum eiusdem sphaerae.

CONSECTARIUM.

VI. Quamobrem arcus trianguli sphaerici eadem semidiametro descripti intelliguntur.

DEFINITIO VI.

VII. *Trigonometria sphaerica* est ars, quae docet triangula sphaerica resolvere, siue

siue ex datis quibusdam partibus ignotas inuenire.

CONSECTARIUM.

VIII. Sed quia in hac arte solos arcus sphaerae contemplamur, ideo hic tantum sinibus et tangentibus et eorum logarithmis utendum erit.

SCHOLION.

IX. *Ut fundamenta solutionis problematum trigonometriae sphaericae clarius intelligantur, adbibendum est in auxilium schema materiale, ex quatuor uel quinque circulis magnis compositum, cuius structuram figura 2. refert. Nam dum projectio circulorum in plano eosdem contrahit, figurae trigonometriae sphaericae inde quodammodo obscurae euadunt. Sed haec obscuritas tollitur, si quatuor magni sphaerae circuli ex filis uel laminis orichalci, uel si libet lignei, rite, utri deinceps dicetur, coniungantur, et ob oculos ponantur. conf. BARTHOL. PITISCI Trigon. L. 4. p. 113.*

THEOREMA I.

X. Si ad circuli maximi quadrantem DAC inclinetur alius EBC , ut angulus, utriusque quadrantis concursu in C factus, sit obliquus, et porro per utriusque quadrantis extrema alius DEF ducatur, iterumque quartus quadrans ABF duos priores secet, et duo postremi quadrantes DEF , ABF , transeant per polum F quadrantis DC , oriuntur duo triangula sphaerice EDC , ABC rectangula ad D et A , (§. 4.) dico triangula rectangula plana

plana EIG, BKH, ex sinibus crurum triangulorum illorum sphaericorum composita inter se esse similia.

Demonstratio. Primum, quidem illud figurae contemplatione liquet, in $\triangle EIG$, esse EG radium siue sinum quadrantis ECB , (§. 5. Trig. pl.) et EI esse sinum cruris ED ; (§. 2. Tr. pl.) similiter in \triangle altero BKH , est BH sinus hypotenusae BC , et BK est sinus cruris AB , (§. 2. Tr. pl.) adeoque triangula plana EIG , BKH componuntur ex sinibus crurum triangulorum sphaericorum exceptis basibus. Sed quod haec triangula plana sint similia, sic ostendo. totus circulus $ECRO$ inclinatus est ad circulum $DCNO$, ideoque lineae EG , BH sunt in plano circuli $ECRO$, et lineae DG , AH sunt in plano circuli $DCNO$, et anguli acuti ad G et H , qui istorum planorum inclinationi respondent, sunt inter se aequales; et EI , BK sunt perpendiculares ad bases, quibus innituntur, quare etiam anguli recti I , K , aequales sunt, ex quo consequitur, etiam duos reliquos angulos IEG , KBH aequales esse (§. 85. geom.) sunt igitur \triangle \triangle aequiangula IEG , KBH inter se similia. (§. 93. geom.)

CONSECTARIVM I.

XI. Ergo ualeat proportio laterum aequalibus angulis oppositorum

$$EG:EI = BH:BK \text{ uel,}$$

$$EG:BH = EI:BK \text{ (§. 92. geom. 112. arith.)}$$

CON-

CONSECTARIVM II.

XII. Sed, quia DE est mensura anguli C, (§. 3) et EG sinus totus, qui responder angulo recto A, (§. 5. Tr. pl.) colligimus inde, quod in triangulis sphaericis rectangulis, quale est ABC, sinus laterum habeant eandem rationem, quam sinus angulorum, quibus opponuntur. siquidem $EI: BK = EG: BH$. siue sinus anguli C ad sinum lateris oppositi AB, habet se ut sinus totus anguli recti A, ad sinum hypotenusae BC.

PARS I.

DE

RESOLVTIONE TRIANGVLORVM SPHAERICORVM RECTANGVLORVM.

SCHOLION.

XIII. *Atque ex hoc theoremate promte fluunt octo sequentium problematum solutiones, quae cum totidem sequentibus ad triangula sphaerica rectangula pertinent.*

PROBLEMA I.

XIV. *Data hypotenusa BC et angulo obliquo C inuenire crus illi oppositum AB.*

Resolutio. Ut Sin. tot. ad sinum hypotenusae BC, ita sinus anguli C, ad sinum cruris quaesiti AB. (§. 12.)

PRO.

PROBLEMA II.

XV. *Data hypotenusa BC et crure AB, inuenire angulum obliquum huic oppositum C.*

Resolutio. Ut sinus hypot. BC ad S. T. sic sinus cruris AB, ad sinum anguli quaesiti C. (§. 12.)

PROBLEMA III.

XVI. *Dato crure AB et angulo opposito C, inuenire hypotenusam BC.*

Resolutio. Ut sinus anguli dati C, ad sin. cruris AB, sic S. T. ad sin. hypotenusae BC. (§. 12.)

PROBLEMA IV.

XVII. *Datis in \triangle rectangulo EBF crure, EB et hypotenusa BF, inuenire crus alterum EF.*

Resolutio. Quia cum crure EB datur illius complementum ad quadrantem BC, (§. 10.) et cum hypotenusa BF innotescit complementum eiusdem AB, et quia cruris quaesiti EF complementum est DE mensura anguli C, (§. 3.) iam relicto triangulo EBF, transimus ad triangulum ABC, in quo, uti ante dictum, hypotenusa BC et crus AB innotuerunt, quaeritur angulus C, per comparisonem oppositorum, (§. 12.) BC. Sin. Tot: \equiv AB: sin. C \equiv sin. DE, quapropter generatim inferendum est hoc casu: ut cosinus cruris dati, ad sinum totum, sic cosinus hypotenusae, ad cosinum lateris quaesiti.

PRO.

PROBLEMA V.

XVIII. *Datis cruribus EB, EF, inuenire hypotenusam BF.*

Resolutio. Iterum recurratur ad complementa, et manifestum fiet, ualere ratiocinium: ut Sin. tot. ad cosinum unius cruris, ita cosinus alterius cruris ad cosinum hypotenusae quaesitae.

PROBLEMA VI.

XIX. *Dato crure EF et angulo obliquo adiacente F, inuenire alterum angulum obliquum B.*

Resolutio. Denuo complementis utemur, et ex triangulo EBF, primum in oppositum uel connexum ABC, et inde porro in paruum triangulum Cde procedemus. Producantur tres quadrantes EC, DC, AF, usque ad puncta d, e, f. nimirum ut $Cd \equiv DA$, $Ce \equiv EB$, $Af \equiv BF$. et per extrema continuatorum arcuum ex polo B ducatur quadrans def. In Δ rectangulo Cde, dantur angulus C, cuius mensura est DE, complementum cruris EF, deinde cognoscitur $Cd \equiv DA$, mensurae dati anguli F, quaeritur angulus B, cuius mensura est ef complementum de. atque hoc modo redit solutio problematis primi, quae praesenti casui accommodata hanc analogiam subministrat: ut Sin. tot. ad sin. anguli F, sic cosinus cruris adiacentis EF ad cosinum anguli B.

PROBLEMA VII.

XX. *Data crure EF et angulo obliquo*

X

oppo-

opposito B, inuenire angulum F dato cruri adiacentem.

Resolutio. Iterum, eodem quo dixi artificio, transferatur problema ad $\triangle Cde$, et inferatur: ut cosinus cruris dati, ad cosinum anguli dati, ita sin. tot. ad sinum anguli quaesiti F.

PROBLEMA VII.

XXI. *Datis angulis obliquis F et B, inuenire alterutrum crus.*

Resolutio. Si ad complementa reuocetur problema, mensura anguli $F = DA = Cd$, et mensura anguli $B = fe$, unde complementum de notum est, et quia Cde est \triangle rectangulum ad e , (§. 4.) recurrit problema 2. quare inferemus: Sin. anguli F, cruri quaesito adiacentis, ad S. T. sic cosin. anguli alterius B, ad cosinum cruris EF, quod posteriori angulo B opponitur. Et similis est illatio pro crure EB mutatis mutandis.

SCHOLION.

XXII. *Sed quia in primo theoremate (§. 10.) praetermisimus sinus basium, siue laterum AC, DC, quippe, qui per sinus rectos crurum AB, DC mutilabantur, necessum est, ut etiam illos ad soluenda quaedam alia problemata in subsidium adiocemus, id quod fiet, si in locum sinuum crurum AB, DE tangentes eorundem substituamus.*

THEOREMA II.

XXIII. *Seruatis iis omnibus, quae supra F.2.) (§. 10.) de quadrantibus quatuor inter se iungendis diximus, si ex punctis A et*
D

D tangentes erigantur, et secantes ad *M* et *L* continuentur, iterum oriuntur duo triangula plana similia *MAH*, *LDG*.

Demonstratio non differt ab ea, quam ad theorema primum declarandum attuli. nam quia anguli ad *H* et *G* non mutantur, et anguli in *A* et *D* a tangentibus facti recti sunt, utique $\triangle MAH \sim \triangle LDG$. (§. 93. geom.)

CONSECTARIVM.

XXIV. His igitur figuris continentur finus arcuum *A C*, *DC*, nempe lineae rectae *AH*, *DG*, quarum posterior, quia *DC* quadrans est, finui rotati aequipollet. et valent analogiae $DG : DL = AH : HM$, uel $DG : AH = DL : HM$.

SCHOLIUM.

XXV. Atque hinc aliud fundamentum octo sequentium problematum petitur, quemadmodum nunc exemplis uberius confirmabo.

PROBLEMA IX.

XXVI. Dato crure *AC* et angulo adiacente *C*, inuenire crus alterum *AB*.

Resolutio. $DG : AH = DL : AM$, (§. 24.)
sive ut Sin. tot. ad sinum cruris dati, sic tangens anguli *C*, ad tangentem cruris quaesiti *AB*.

PROBLEMA X.

XXVII. Dato crure *AB*, et angulo opposito *C*, inuenire crus alterum *AC*.

Resolutio. $DL : AM = DG : AH$. Nempe

pe ut tangens anguli ad tangentem cruris dati, ita S. T. ad sinum cruris quaesiti.

PROBLEMA XI.

XXVIII. *Dato utroque crure AB, AC, inuenire quemlibet angulum obliquum.*

Resolutio. $AH : DG = AM : DL$. Ut sinus unius lateris angulo quaesito adiacentis, ad S. T. sic tangens alterius lateris, ad tangentem anguli eidem oppositi.

PROBLEMA XII.

XXIX. *Data hypotenusâ BF, et angulo F, inuenire crus eidem adiacens EF.*

Resolutio. Uramur complementis eorum, quae data sunt, in $\triangle ABC$, nempe notum est hypotenusae BF complem. AB, et anguli $F = DA$ complem. AC. et loco EF quaeratur $DE = \text{ang. } C$ (§. 28.) hoc modo: ut cosinus anguli dati, ad S. T., sic cotangens hypotenusae ad cotangentem cruris quaesiti.

PROBLEMA XIII.

XXX. *Dato crure EF, et angulo F, inuenire hypotenusam BF.*

Resolutio. Ut S. T. ad cosinum anguli (AH) sic cotangens cruris dati (DL) ad cotangentem hypotenusae quaesitae. (AM) (§. 26.)

PROBLEMA XIV.

XXXI. *Data hypotenusâ BF, et crure EF, inuenire angulum obliquum adiacentem.*

Re-

Resolutio. Ut cotangens cruris dati, (DL) ad S. T. sic cotangens hypotenusae, (AM) ad cosinum anguli quaesiti. (AH) (§. 27.)

PROBLEMA XV.

XXXII. *Data hypotenusa BF, et angulo obliquo F, inuenire alterum obliquum angulum B.*

Resolutio. Ex $\triangle EBF$ pergemus ad alterum Cde . Nam $BF = Af$, adeoque hypotenusa BF praebet mensuram anguli d , et pro DA mensura anguli F , substituemus aequalem arcum Cd , loco anguli B , quaerimus ef , complementum de secundum probl. 12. (§. 29.) ut cosinus hypotenusae. (ang. d .) ad S. T. sic cotangens anguli dati (cd) ad tangentem anguli quaesiti. (nempe complem. de quod est ef mensura anguli B .)

PROBLEMA XVI.

XXXIII. *Datis angulis obliquis, B, F, inuenire hypotenusam BF.*

Resolutio. Nempe loco hypotenusae quaeratur arcus eidem aequalis Af , siue mensura anguli Cde per probl. 14. (§. 31.) inferendo: ut tangens anguli B , ad S. T., sic cotangens anguli alterius F , ad cosinum hypotenusae BF .

SCHOLION.

XXXIV. In nonnullis problematibus necessarium est, ut qualitas laterum uel angulorum, nempe, utrum latus aliquod sit quadrante maius uel minus, utrum angulus sit acutus uel obtusus, perspecta habeatur, sed cum plerumque id ex datis, et figurae in sphaera coelesti

lesti uel terrestri conspicuas consideratione dilucide appareat, non opus uidetur, ut pluribus de illa re hic exponatur. Quamobrem, missis rectangulis triangularibus, ad obliquangulorum resolutionem progredior.

PARS II.

DE

RESOLUTIONE TRIANGULORVM SPHAERICORVM OBLIQUANGULORVM.

THEOREMA III.

XXXV. *In triangulis sphaericis obliquangulis sinus laterum habent eandem rationem, quam sinus angulorum oppositorum.*

F. 3.) *Demonstratio.* Triangulum obliquangulum ABC, demisso perpendicularo BD, in duo rectangula resoluatur, quia de rectangulis sphaericis, quod theorema commune trigonometriae ibidem ualeat, supra monstrauius, (§. 12.) licebit nunc inferre;

$$C : BD = D : BC$$

$$A : BD = D : AB$$

sed quia medii termini in utraque analogia iidem sunt, erit $BD \cdot D = C \cdot BC = A \cdot AB$. (§. 110. arith.) et ualebit haec proportionalitas:

$$A : BC = C : AB$$

ob aequalitatem factorum mediorum et extremorum.

morum. atque hinc elucet ueritas theorematum, quod attulimus.

CONSECTARIUM.

XXXVI. Merito igitur in trigonometria plana §. 41. hoc *theorema commune* uocauimus, siquidem nunc constat, idem in triangulis, tam planis, quam sphaericis, cuiuscunque generis, locum habere. Cuius ueritatis quam late pateat utilitas, per se quisque intelligit.

PROBLEMA XVII.

XXXVII. *Datis duobus lateribus trianguli sphaerici obliquanguli, et angulo uniborum opposito, inuenire angulum alteri lateri oppositum.*

Resolutio. Ut sinus unius lateris BC , ad sinum anguli oppositi dati A , sic sinus alterius lateris AB , ad sinum anguli huic oppositi C .

CONSECTARIUM.

XXXVIII. Quare si tria latera cognita sint, cum uno angulo, reliqui duo anguli laterenon possunt.

PROBLEMA XVIII.

XXXIX. *Dato uno latere AB , et duobus angulis, A , C , inuenire latus alteri angulo oppositum BC .*

Resolutio. Ut sinus anguli C ad latus AB oppositum, sic sinus alterius anguli A , ad latus ipsi oppositum et quaesitum BC .

CONSECTARIUM.

XL. *Dato uno latere et omnibus angulis,*

reliqua quoque latera eodem modo possunt inuestigari,

PROBLEMA XIX.

XLII. *Dato angulo obliquo A , et lateribus eum interceptibus AB , AC , inuenire latus tertium BC et angulos.*

Resolutio. 1. Triangulum obliquum resoluitur in duo rectangula, demisso perpendicularo BD , ex latere, quod angulo quaesito opponitur, sic, ut perpendicularum opponatur angulo dato.

2. Inueniatur illud perpendicularum, per theor. comm. (§. 38) ut $S. T.$ anguli D , ad sinum lateris dati AB , sic sinus anguli obliqui dati A , ad perpendicularum BD .

3. Quaeratur etiam portio AD per probl. 12. (§. 29) inferendo: ut $\cosin.$ ang. dati A ad $S.$ $T.$, sic $\cotang.$ hypoten. AB , ad $\cotang.$ cruris AD .

4. Cum itaque in altero $\triangle BDC$, innotuerint praeter angulum rectum D , crura AD , DC , reperitur hypotenusa per probl. 5. (§. 18) et anguli inueniuntur per theor. commune. (§. 39)

PROBLEMA XX.

XLII. *Datis duobus angulis obliquis, B , C , cum latere interiacente BC , inuenire reliqua latera.*

Resolutio. 1. Denovo triangulum obliquangulum resoluitur in duo rectangula, demisso per-

perpendiculo BD ex dato angulo B , qui quæ-
sito lateri AB adiacet.

2. Deinde inferatur pro perpendiculo BD ,
per th. comm. (§. 39) ut $S. T.$ recti anguli D ,
ad BC , sic sinus ang. C , ad BD .

3. Quaeratur porro portio DC , per probl.
12. (§. 29) ut cosin. ang. C ad $S. T.$, sic cotang.
hypot. BC . ad cotang. cruris DC .

4. His datis angulus B per th. comm. (§.
37.) indagatur.

5. Denique in altero $\triangle ABD$ rectangulo
simili artificio et latus AD , et anguli obliqui
inueniuntur.

PROBLEMA XXI.

XLIII. *Datis tribus lateribus trianguli
obliquanguli inuenire angulos.*

Resol. 1. Habeatur latus maximum AC pro
basi, et ex angulo B , qui basi opponitur, demit-
tatur perpendiculum BD , quod ita semper in-
tra triangulum cadet.

2. Inferatur: ut tangens dimidiaæ baseos, ad
tangente[m] dimidiaæ summae crurum, ita tan-
gens dimidiaæ differentia[e] eorundem crurum,
ad tangente[m] dimidiaæ differentia[e] segmento-
rum baseos.

3. Inuenta dimidia differentia segmentorum
baseos, addatur basi dimidiaæ, summa proder
portionem maiorem DC , uel subtrahatur ea-
dem dimidia differentia a basi dimidia, et resi-
duum proder portionem minorem AD , (§. 50.
Trig. pl.) Quæ autem sit maior minore por-
tio,

tio, ex angulo opposito colliges. siquidem etiam in sphaericis triangulis lateri maiori maior angulus, et lateri minori minor angulus opponitur. (§. 35)

4. Tandem data hypotenusa et crure, quilibet angulus cognoscitur per probl. 14. (§. 31.)

Haec praecepta demonstrat *Io. Neper.* in descriptione canonis Logarith. L. 2. c. 6. p. 49.

SCHOLION I.

XLIV. *Aliam solutionem eiusdem problematis universalem affert LANSBERGIUS in geometria triangulorum. Lib. 4. §. 17. p. 81. sq. cuius hae sunt leges:*

1. Ut S. T. ad sinum lateris unius angulum comprehendentis, sic sinus lateris alterius eundem angulum comprehendentis, ad quartum aliquod.

2. Ut quartum inuentum ad S. T., sic differentia sinuum versorum lateris tertii et differentiae reliquorum, ad sinum versum anguli quaesiti.

3. Datus sinus versus subtrahatur a semidiametro vel sinu toto, et relinquatur sinus complementi; (§. 7. Trig. pl.) cui in tabulis sinuum opponitur sinus anguli intercepti, cum adscripta eidem anguli quantitate. *plures solutiones explicat DECHALES Trigon. L. 6. T. I. M. M. p. 561.*

SCHOLION II.

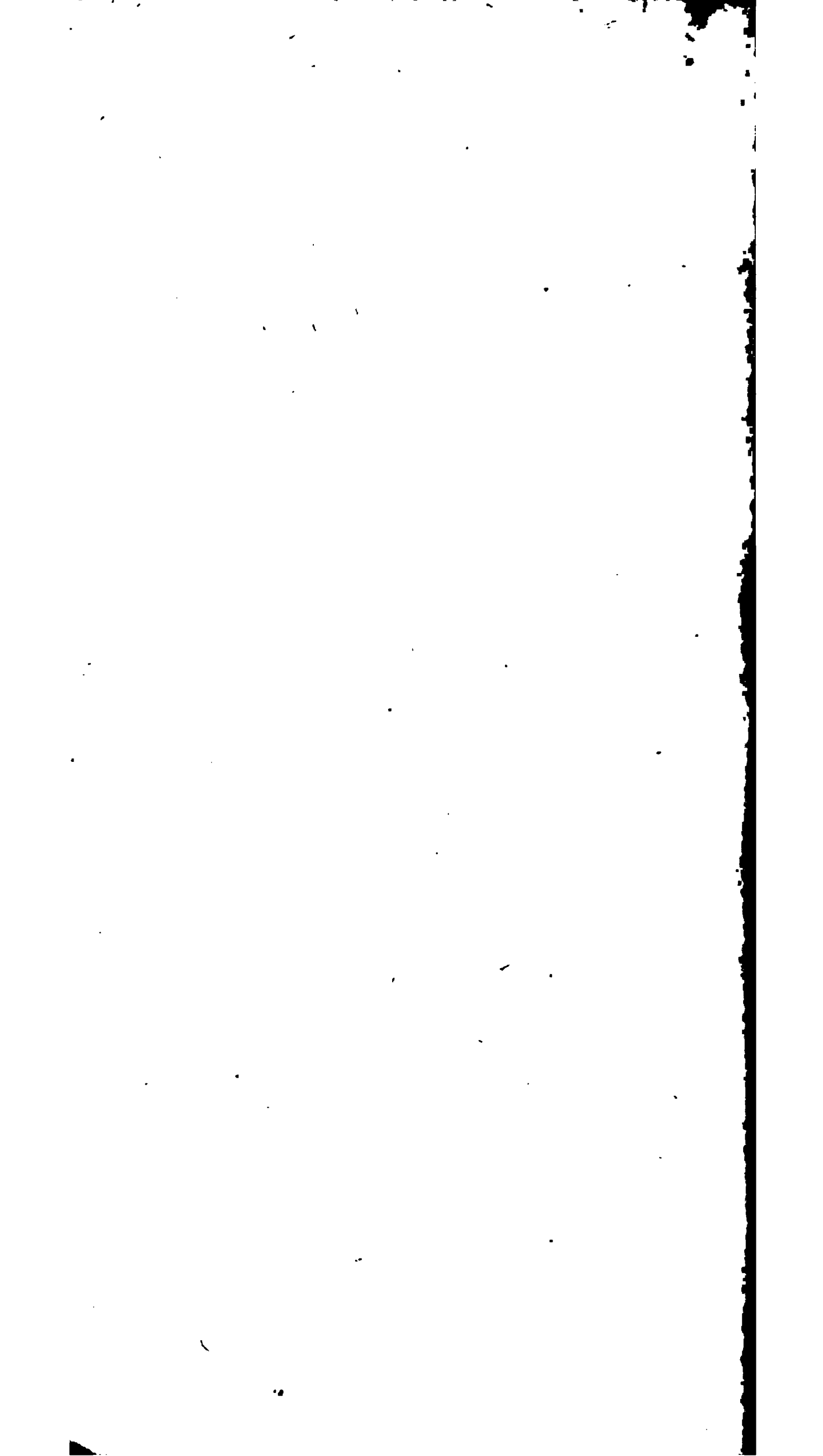
XLV. *Quoniam trianguli sphaerici latera conuertere possunt in angulos alius trianguli sphaerici, quod est inter polos dati trianguli constitutum, quemadmodum schemate materiali luculentius potest ostendi, hinc denique deducitur resolutio ultimi problematis trigonometriae sphaericae, quod nunc subiungam.*

PROBLEMA XXII.

XLVI. *Datis tribus trianguli obliquanguli angulis, inuenire latera.*

Resolutio. Reputentur latera pro angulis,





inferatur, per §. 44. ut S. T. ad S. anguli
 unius quaesiti lateri adiacentis, sic sinus alte-
 rius anguli ad quartum. et ut quartum hoc ad
 S. T., sic differentia sinuum versorum tertii an-
 guli, et differentiae reliquorum, ad sinum ver-
 sum unius lateris quaesiti. quo dato reliqua non
 possunt ignorari. (§. 40.)

SCHOLION.

XLVII. *Exempla pro illustrandis superioribus pro-
 blematibus in astronomia et geographia proferuntur.
 nam harum in gratiam disciplinarum, trigonometriae
 sphaericae praecepta hic tradenda duxi, quia his ad-
 miniculis solida illarum tractatio carere nullo modo
 potest.*

ASTRONOMIA.

PARS EIVSDEM PRIMA SPHAERICA.

CAPVT I.

DE

STELLIS GENERATIM, ET SPHAERAE COELESTIS PAR- TITIONE.

DEFINITIO I.

I. *Astronomia est scientia de natura, motu,
 magnitudine et distantia stellarum.*

CON.

et inferatur, per §. 44. ut S. T. ad S. anguli unius quaesiti lateri adiacentis, sic sinus alterius anguli ad quartum. et ut quartum hoc ad S. T., sic differentia sinuum versorum tertii anguli, et differentiae reliquorum, ad sinum versum unius lateris quaesiti, quo dato reliqua non possunt ignorari. (§. 40.)

SCHOLION.

XLVII. *Exempla pro illustrandis superioribus problematibus in astronomia et geographia preferuntur. nam harum in gratiam disciplinarum, trigonometriae sphaericae praecepta hic tradenda duxi, quia his adminiculis solida illarum tractatio careere nullo modo potest.*

ASTRONOMIA.

PARS EIVSDEM PRIMA
SPHAERICA.

CAPVT I.

DE

STELLIS GENERATIM, ET
SPHAERAE COELESTIS PAR-
TITIONE.

DEFINITIO I.

I. *Astronomia est scientia de natura, motu, agnitudine et distantia stellarum.*

CON.

CONSECTARIVM.

II. Quoniam igitur in hac disciplina explicandae sunt causae phaenomenorum, quae in astris, longissime a terra distitis, memorabilia imprimis occurrunt, per se quisque intelligit, non alia uia ad cognitionem principiorum astronomiae nos peruenire posse, quam diligenti obseruationum, rite factarum collectione et comparatione. ideoque, praeter ueritates mathematicos purae et opticae, tales obseruationes subinde hic laudandae sunt.

SCHOLION.

III. *Historia huius artis antiquissimae succincte in lectionibus enarrabitur. conf. VOSSII tr. de scient. mathem. c. 28. sq. RICCIOLI praef. almagesti noui. DOMIN. CASSINI tr. de origine et progr. astron. cuius uersio germ. est sub init. ROSTII manual. astron. Scriptores quoque praecipui, qui operibus suis astronomiam illustrarunt, in ipsa tractatione opportunis suis locis laudabuntur.*

OBSERVATIO I.

IV. *Si quis ad astrorum motum diligentius attendat, dupliciter eundem oculis nostris apparere deprehendet. Primum enim omnes in uniuersum stellae, ab ortu uersus occasum promoueri, et intra uiginti quatuor horarum spatium, ad locum, unde discesserunt, redire uidentur, unica tantum, quae est in extremo caudae ursae minoris, eodem semper ad sensum loco consistit.*

OBSERVATIO II.

V. *Deinde notabit solers coeli speculator,*
quas

quasdam stellas mutare locum situmque, tam quoad reliquas, quam inter se, ita ut ad stellas longius uersus ortum positas sensim paulatimque accedant, donec totum coeli ambitum pererrauerint. quemadmodum luna prope stellam aliquam uespere uisa, sequente uespera eademque hora rursus observata, deprehenditur tredecim et paulo plus gradibus, a stellis, prope quas heri haerebat, uersus ortum secessisse. Talem motum, etsi diuerso uelocitatis gradu, etiam sol, mars, iupiter et saturnus habent. de singulari autem ueneris et mercurii, qui solem perpetuo comitantur, et circa illum orbem suos describunt, progressionem, infra pluribus dicetur.

DEFINITIO II.

VI. Motus prior, qui astris omnibus tribuitur, *communis*, alter, qui singularis est stellis, *proprius*, circulus autem sphaerae mundanae, qui omni motu proprio destitutus, soloque motu communi circumactus fingitur, *primum mobile* appellatur.

DEFINITIO III.

VII. Atque his duobus motibus accommodantur etiam duae astronomiae partes. scilicet prior *sphaerica* de motu fiderum communi, altera *theorica* de motu fiderum proprio, et phaenomenis eorum singularibus, agit.

DE.

DEFINITIO IV.

VIII. *Stellas* uocamus quaeuis huius uniuersi corpora, quae in coelo propria uel mutuatitia luce exsplendescunt.

DEFINITIO V.

IX. Ex his illae, quae locum inter se uarie mutant, *planetae* siue *errones* nominantur. et olim septem tales numerabantur, *luna*, *sol*, *mercurius*, *uenus*, *mars*, *iupiter*, *saturnus*, qui his signis ☿ · ☽ · ♀ · ♂ · ♄ · ♀ · notantur. Verum in locum solis pridem *Philolaus* *terram*, quae circa solem immotum reuoluatur, substituit. praeterea *quatuor* erraticae *stellae* *circa iouem*, *quinque* *circa saturnum*, *telescopiorum* beneficio repertae sunt.

DEFINITIO VI.

X. Reliquae, quae situm eundem inter se seruant, *fixae* dicuntur. et quae inter has maxime speciosae et illustres sunt, *stellae magnitudinis primae* nuncupantur, quales sunt *sirius*, *lyra*, *regel*, *aldebaran*, *capella*, *arcturus* etc. quae uero pauciore lumine gaudent, et minores nobis apparent, in alias ordine classes, magnitudinis nempe secundae, tertiae, quartae, quintae, et sextae, referuntur. Denique sunt quaedam *nebulosae* siue obscurae, ueluti *praesepe cancri*, quae distincte non lucent, sed nubeculam lucidam imitantur, quam a minutissimarum stellarum, ualde sibi uicinarum, luce confusa oriri, *telescopia* monstrant. similiter etiam *galaxia*, siue *lactea*, quae

quae uocatur, *uia*, agmen stellarum paruarum densissimum (tubo optico teste) habet. quod DEMOCRITVS iam olim coniecisse fertur. uid. PLVTARCHVS de plac. phil. l. 3. c. 1.

DEFINITIO VII.

XI. Ut autem ingens stellarum fixarum multitudo distinctius considerari posset, ueteres, multis ante aeram Christianam seculis, easdem in figuras aliquas uel imagines redegerunt, quas *asterismos* artifices uocant. IO. BEYERVS in uranometria, qua coeli imagines tabulis maioribus perspicue exhibuit, singulisque stellis literas, tanquam nomina apposuit, Aug. Vind. 1609. et Ulmae 1661. fol. sequenti ordine asterismos digessit. 1. *ursa minor*. 2. *ursa maior*. 3. *draco*. 4. *cephheus*. 5. *bootes*. 6. *corona septentrionalis*. 7. *hercules*. 8. *lyra*. 9. *cygnus*. 10. *cassiopea*. 11. *perseus*. 12. *auriga*. 13. *serpentarius*. 14. *anguis*. 15. *sagitta*. 16. *aquila cum ganymede*. 17. *delphinus*. 18. *equus minor*. 19. *pegasus*. 20. *andromeda*. 21. *triangulum*. 22. *aries*. 23. *taurus*. 24. *gemini*. 25. *cancer*. 26. *leo*. 27. *uirgo*. 28. *libra*. 29. *scorpius*. 30. *sagittarius*. 31. *capricornus*. 32. *aquarius*. 33. *pisces*. 34. *cetus*. 35. *orion*. 36. *eridanus*. 37. *lepus*. 38. *canis maior*. 39. *canis minor*, s. *procyon*. 40. *navis argonautica*. 41. *centaurus*. 42. *crater*. 43. *corvus*. 44. *hydra*. 45. *lupus*. 46. *ara*. 47. *corona meridionalis*. 48. *piscis natius*. His accedunt stel.

Stellarum circa polum meridionalem positarum figurae XII. *Pavo, indus, apis, grus, toucan, phoenix, bydrus, triangulum australe, musca, chamaeleon, piscis volans, dorado siue xiphias.* Reliquae fixae extra has imagines, siue in interstitiis earum positae, *sporades* item *informes* ideo uocantur.

SCHOLION I.

XII. *Novas et emendatiores constellationum harum picturas IOANNES HEVELIUS* sub titulo firmamenti Sobiesciani, siue Vranographiae, vulgavit *Gedani. a. 1690. f.* sed desidero ibidem literas, quas *Beyerus* stellis melius distinguendis adscripserat. idem *Hevelius* ex informibus quibusdam nova passim sidera composuit, leonem minorem, lyncem, canes venaticos, lacertam, sextantem, scutum sobiescianum, uulpeculam cum anserem, triangulum minus, cerberum, montem maenalum. *Asterismis 48. PTOLEMAEVS* stellas 1026 assignat. *PLINIUS* in signis 72 a perieris stellas 1600. annotatas esse refert. *H. N. L. 2. c. 42. BEYERVS* 1709. *HEVELIUS* denique 1888 stellas, (additis nempe 373. australibus ab *HALLEIO*, astronomorum hodie principe, in insula S. Helenae a. 1677. observatis) omnes nudis oculis conspicuas; simulacris suis complexi sunt. De nominum autem origine, et fabulis eo spectantibus, copiosius agunt *RICCIOLVS* P. I. p. 397. *STRUVIUS* in astrognosia. add. *IOS. SCALIGERI* notae ad Manilii astronomicon.

SCHOLION II.

XIII. Reperti etiam sunt, qui alias in ueterum locum imagines substituere non dubitarunt, *I. V. L. SCHILLERVS, WILHELM. SCHIKARDVS, HARSCHDORFERVS*, ex sacris literis; partim alias figuras, partim diversa saltem nomina arcessuerunt. *ERH. WEIGELIUS* insignia principum europaeorum in coelos intulit. Sed satius visum est astronomis,

*mis, retinere nomina antiqua, quibus in lectione uo-
terum scriptorum carere nequaquam possumus. conf.
HEVEL. introd. ad uranogr. p. 12. sq.*

DEFINITIO VIII.

XIV. Hoc uniuersi systema, quo tellus et astra omnia continentur, *sphaera mundi* uel *coelestis* dicitur, quia, quantum oculorum probatione innotescit, in orbem globatur, et quia motus, quos in stellis notamus, secundum circuli uel sphaerae ambitum fieri uidentur.

CONSECTARIUM I.

XV. Huius sphaerae contemplatio ut ordine fiat, termini quidam uel limites certis punctis et lineis constitui debent, ad quos stellae deinceps referantur.

CONSECTARIUM II.

XVI. Et cum coelum ex terra adspicientibus, sidera omnia aequae undique a spectatore remota uideantur, ideo in sphaerica parte astronomiae licet terram tanquam in centro sphaerae coelestis positam assumere, et sphaeram coelestem telluri concentricam putare.

HYPOTHESIS.

XVII. Ipsam uero terram, tanquam globum, qualis reuera est, in media sphaera coelesti suspensam putamus, et illius diametrum 1720. miliaris germanicis definitam, uel semidiametrum 860 miliar. germ. (singula 4000. passuum, siue 20000. pedum) pro-

mensura distantiae siderum in posterum adhibebimus. quorum omnium ueritas suo loco in geographia monstrabitur. (§. 14. geogr.)

DEFINITIO IX.

XVIII. Puncta sphaerae coelestis im. (F. L. mobilia, circa quae totum coelum gyron putatur, dicuntur a circumactione *poti* alter *P ἀρκτικός*, ab ursae minoris propinquo sidere, et *septentrionalis*, alter *M ἀνατολικός* et *meridionalis*, priori e diametro oppositus. et linea P M polos connectens *axis mundi* uocatur.

DEFINITIO X.

XIX. Punctum Z, quod imminet puncto cuidam telluris E, quodque recta ex terrae centro in coelum per E ducta monstrat, *Zenith* uel *uerticale* dicitur. cui e diametro opponitur N, *Nadir* siue *punctum pedale*. diameter ZN, quae puncta illa iungit, *linea directionis* nominatur.

CONSECTARIUM.

XX. Tot igitur sunt puncta zenith et nadir, quoties loca in terra, ex quibus coelum spectetur, possunt mutari. sufficit tamen, si ob immensam sphaerae coelestis amplitudinem, uni alicui urbi zenith suum accommodetur.

DEFINITIO XI.

XXI. *Aequator* est circulus magnus (§. 1. Trig. sphaer.) sphaerae coelestis A Q, qui a polis

a polis utrimque aequaliter, siue 90. gradibus, distat, sphaeramque in duo segmenta aequalia uel hemisphaeria diuidit; hemisphaerium $A P Q$, quod uersus polum septentrionalem flectitur, *septentrionale*, alterum priori oppositum $A M Q$ *meridionale* nominatur.

CONSECTARIVM.

XXII. Aequator praebet mensuram motus siderum communis, siquidem circa axem et polos, secundum ductum aequatoris sidera intra 24 horas singulas reuolui creduntur.

DEFINITIO XII.

XXIII. *Horizon*, siue *Finitor*, est circulus magnus sphaerae coelestis HR , qui a punctis zenith et nadir aequaliter, h. e. 90. utrimque gradibus, distat. finitor dicitur, quia spectatoris in terrae planitie constituti uisum terminat, et hemisphaeria iunctant. HER siue conspicuum, a latere HNR siue inconspicuo seiungit.

CONSECTARIVM I.

XXIV. Variatur horizon cum ipso zenith, siue cum statione spectatoris in terra.

CONSECTARIVM II.

XXV. Differt etiam *horizon uerus* et *rationalis* HCR , qui per terrae centrum ducitur, ab horizonte *apparente* uel *sensibili* DEB , qui superficiem terrae incumbit; siquidem alter ab altero tota semidiametro telluris distat. Inter-

rim experientia confirmat, utriusque huius horizon-
tis discrimen, tantum in planetis, et ne
his quidem omnibus, notabile esse, quoad fi-
nas vero idem prorsus evanescere.

SCHOLION.

XXVI. *Horizontis vocabulum accipitur quoque de
portione superficiei terrestris, quae oculis alicuius spe-
ctatoris in terra undique patet. et pro huius su-
perficiei diversitate, uel LIBER et PEANVS, uel
IMPEDETVS, isque DECLIVIS uel ACCLIVIS
nominatur.*

DEFINITIO XIII.

XXVII. *Circuli uerticales sunt circuli
magni, qui per loci alicuius zenith et na-
dir ducuntur. ex his praecipuus est meridi-
anus HZRN, qui et per zenith et nadir, et
simul per sphaerae coelestis polos describitur.*

CONSECTARIUM I.

XXVIII. *Quamobrem meridianus toties, quo-
ties zenith et nadir, mutatur. et sphaera mate-
rialis intra meridianum mobilis paranda fuit,
ut cuius zenith meridianus respondens posset
accommodari.*

CONSECTARIUM II.

XXIX. *Unus uero idemque meridianus, loci
alicuius uertici incumbens, ratione motus side-
rum communis, pro immoto habetur, per
quem coelum cum stellis motu diurno reuol-
uatur.*

CONSECTARIUM III.

XXX. *Et quia zenith et nadir centro hori-
zontis*

zontis imminet, sequitur, quod hemisphaerium extans semicirculo meridiano in duas aequales aequales portiones, quarum altera ortum, altera occasum respicit; dirimatur. et quod quaevis stella dum ad meridianum loci alicuius accedit, maximam supra illum horizontem eodius altitudinem, uel infra eum maximam depressionem et profunditatem, habeat.

CONSECTARIVM IV.

XXXI. Sol uero in meridiano positus, diem noctemue, quippe quae mora solis supra uel infra horizontem mensurantur, in duas aequales partes secat, et meridiem diei uel noctis definit. atque inde etiam meridianus nomen suum traxit.

CONSECTARIVM V.

XXXII. Differunt ergo inter se diuersorum locorum meridies, et accessus siderum ad meridianos diuersos, prout ipsi meridiani inter se discriminantur. scilicet quanto locus a aliquo in terra ab altero plus minusue in ortum uel occasum remouetur, tanto etiam meridiani eorundem magis minusue inuicem distant. Et meridies orientioribus contingit maturius, occidentalioribus tardius. qui uero in terra eodem meridiano utuntur, illis quoque eodem tempore meridies contingit.

CONSECTARIVM VI.

XXXIII. Ipsa meridianorum distantia, tum gradibus aequatoris, qui inter duos meridianos intercipiuntur, tum etiam tempore, quo me-

vidies alter alterum praecedat, uel sequitur; determinari commodè potest, (§. 23.) et solent tabularum astronomicarum auctores, hanc temporis a meridie loci, cui numeri motuum assignati sunt, differentiam, peculiari latercula diligenter annotare. v. *Tab. Tydauician. p. 3. conf. inf. astron. theoricæ §. 44.*

DEFINITIO XIV.

XXXIV. *Plagae minores* sunt puncta horizonis, in quibus lineae ex loco, in quo spectator fidem consistit, tanquam ex horizonis centro, uersus illius peripheriameductae terminantur.

DEFINITIO XV.

XXXV. Distinguuntur plagae in cardinales quatuor; septentrionis, meridiei, ortus et occasus; et intermedias 16 uel 32. quarum nomina germanica initialibus literis signata, rosae nauticae adscripta sunt.

SCHOLIUM

XXXVI. Latina quoque nomina ad imitationem germanicorum aptissime componuntur. Veluti si principales plagae uel uenti nominentur NORD, aquilo, SUD, auster, OST, ortus, WEST, occidens, mediae erunt NO. AQVILORIENS. NW. AQVILLOCCIDENS. SO. AKSTRORIENS. SW. AVSTROCCIDENS. rursus NNO. AQVILAQVILORIENS. NNW. AQVILAQVILLOCCIDENS. SSO. AVSTRAKSTRORIENS. SSW. AKSTRAVSTROCCIDENS. ONO. ORIENS. AQVILORIENS. OSO. ORIENS AVSTRORIENS. WNW. OCCIDENS ACQVILLOCCIDENS. WSW. OCCIDENS AVSTROCCIDENS.

DENS. vid. *VARENII* Geogr. general. L. I. c. 20. Nam uetera Romanorum nomina, quae *SENECA* qu. nat. L. 5. t. 16. enarrat, spectant ad diuisionem horizonis dissimilem in XII partes. Ceterum cum plagae intermediae ex duabus cardinalibus septentrionis et meridiei cognitae reperiuntur, hae quomodo innotescant, explicandum nunc uenit.

DEFINITIO XVI.

XXXVII. *Linea meridiana* uocatur recta, quae a cardine septentrionis in meridiem, in horizontali plano, dirigitur.

PROBLEMA I.

XXXVIII. *Lineam meridianam* (F. 3. ducere.

Resolutio. 1. Super plano ad horizontem diligenter librato, uersus regionem septentrionalem, tres pluresue arcus fere semicirculares concentrici, circino, ex puncto C, tanquam centro describantur. Semidiameter autem horum arcuum adhibeatur eius longitudinis, ut umbra stili perpendiculariter in C ponendi, ad solem circa horam 9 matutinam proiecta, extremum circulum non attingat solum, sed etiam paululum superet.

2. In centro C erigatur stylus perpendicularis CL tres circiter digitos longus, (alii conum metallicum praeferunt) et die aliquo sereno, circa solstitium aestiui, (quo quippe tempore nec solis declinatio notabiliter intra aliquot horas mutatur, nec refractione altitudinem maiorem incertam nimis reddere solet.) mane inter horam 9 et 10, uel 10 et 11,

obseruetur, quando extremum umbrae styli punctum duos tresue circulos concentricos attingit, punctaque illa circulatorum diligenter subtili stylo notantur.

3. Post meridiem eiusdem diei, inter horam 1 et 2, uel 2 et 3 iterum attendatur ad eiusdem styli umbram, et signentur puncta eorundem circulatorum, in quibus umbrae extremum definit.

4. Quia constat ex principiis opticae, (§. 39. opt.) umbram rectam eiusdem longitudinis designare eandem lucis altitudinem, sequitur, quod sol eo tempore, quo stylus umbram atque longam proiecit, aequalem ante et post meridiem altitudinem, et propterea etiam eandem a meridiano distantiam habeat. (§. 31.) Quamobrem si arcus AB, inter duo eiusdem circuli puncta, quae umbra attingit, interiectus, in duas partes secetur, (§. 67. geom.) et linea diuisionis recta per centrum continuetur, haec MS subiacet meridiano, et cardinem septentrionis et meridiei (§. 35.) respicit, siue est linea meridiana quaesita.

CONSECTARIUM I.

XXXIX. Quod si tres uel plures arcus, in quibus facta fuit umbrae observatio, similiter per rectam bifariam secantur, et sectiones in eandem lineam MS accurate incidant, simul habetur indicium, meridianam rite esse inuentam, quia plurium observationum consensu confirmatur.

CON.

CONSECTARIUM II.

XL. Quando autem forsan adhuc dubia uideretur observatio; quae quidem suspicio oriri potest; si coelum, quod ante meridiem serenum fuit, post meridiem nubibus ibidem sparsis distinguatur, quo tempore solet solis altitudo per refractionem nonnihil mutari, tum correctio lineae meridianae denuo fieri debet.

CONSECTARIUM III.

XLI. Et quia difficilis est extremi umbrae puncti notatio; (§. 35. opt.) alii malunt laminam in plano horizontali perpendiculariter erectam, exiguoque foramine instructam adhibere, ut nempe, uersa in solem; ante et post meridiem, lamina; lumen solis per foramen paruum trajectum, in circulis observationis, aequalem umbrae, laminae foramini subiectae, longitudinem, clarius demonstret. uid. HEVELII Mach. coel. L. I. c. 16.

SCHOLION...

XLII. Est etiam alius modus in promptu, unica observatione meridianam lineam inueniendi, si die aequinoctii, (auctumnale autem uerno praefertur, quia tum aer defecatiores est.) quo tempore sol in aequatore motum communem absoluit, et diem nocti aequat, atque adeo recta a cardine ortus in cardinem occasus tendit, stylus unus uel plures in plano horizonti parallelo erigantur, et aliquoties puncta extrema umbrarum, quas styli proiciunt, notentur, nam linea recta per haec puncta deducta, dirigetur ab ortu in occasum, et huius perpendicularis erit linea meridiana. v. TRAUBERI Nern. opt. p. 214.

CONSECTARIUM IV.

XLIII. Si linea Or. Occ. ad meridianam per-

pendicularis ducatur, illa in cardinem ortus et occasus dirigitur. circumscriptoque ex C circa meridianam tanquam diametrum circulo, bisectione arcuum omnes plagae intermediae inveniuntur.

CONSECTARIUM V.

XLIV. Eo momento, quo umbra styli perpendicularis, in meridia positi, et a sole collustrati, in meridianam cadit, sol est in meridia, et ipsum *tempus meridiei* indicatur.

CONSECTARIUM VI.

XLV. Quin etiam, si per dioptras in plano meridiano mobiles, uel post latera trianguli rectanguli, ex filis super meridia extensis compositi, (de cuius usu differit ROSTIVS manuali astron. P. III. c. 4.) obseruetur stella opposita, huius transitus per meridianum cognoscitur.

CONSECTARIUM VII.

XLVI. Denique, cum constet, æum magneti tactam, uique magnetica imbutam, cardines quidem septentrionis et meridiei monstrare, sed cum aliqua declinatione, hæc declinatio quoque mensurari potest, quando acus super meridia, intra circulum in gradus suos diuisum, collocata, positisque in meridia semicirculi extremis punctis 0 et 180, obseruatur, quot gradus a septentrione in occasum uel ortum acus deflectat. *Hic Vitembergæ proximo annis fuit declinatio acus 12 gr. 50. m. in occasum. Veram talis observatio eodem in loco sæpe repeti debet, quia declinatio magnetismu-*
tatio

tationibus quibusdam est obnoxia. v. *Comment. Acad. R. Paris.* A. 1708. p. 224. A. 1710. p. 469. de difficultatibus huiusmodi experimentorum v. d. *Comment.* a. 1705. p. III. et a. 1717. conf. G. GILBERTI *Philosophia de magnete.* A. KIRCHERI *Ars magnetica.* et VINC. LEOTAV. DI *magnetologia, theoria variationis pyxidis magnet.* Halleiana inserta est *Actis Erud. L. A.* 1684. p. 387. de inuentione uersoriae acus uarias sententias collegit FABRICIVS in *Bibliograph. antiquaria* c. 22. §. 12.

SCHOLION I.

XLVII. Disputatum etiam fuit, de meridianae lineae mutabilitate, quia cum a. 1671. PICARDVS, in insula Huenna, situm meridianae a Tychone ductae exploraret, eam a uera plus quam octodecim minutis differre deprehenderat. v. *Iter ei. Vraniburg. et HAMMEL.* *Hist. Acad. R.* p. III. Verum incertum est, utrum observationes Tychonis, quas Picardus fundamenti loco posuit, debita diligentia captae fuerint. et CASSINI ostendit, lineam meridianam, a se Bononiae a. 1645. ductam, intra annos 40, nempe usque ad a. 1695, nihil fuisse mutatam. u. *HAMEL* p. 388. WALLIS ap. *Lewthorpium. epit. trans angl. Vol. I.* p. 265. quin constat ex observationibus CHAZELLII, quas a. 1692. in aegypto fecit, latera maximae, quae ibi superest, pyramidis, praecise in quatuor mundi plagas directa esse. ex quo intelligitur, lineam meridianam, cui situm pyramidum aegyptii astronomi accommodarunt, inde a 3000. annis inuariatam persistisse. conf. *HAMEL.* p. 420. FONTENELLE *Hist. Acad. R.* a. 1710. p. 194.

SCHOLION II.

XLVIII. Terminum technici, quas hucusque attuli, ad motum communem spectant, sequitur ut nonnullos, qui ad motum proprium saltem solis, a quo in sphae-

rica

rica astronomiae parte abstinere penitus non licet, referuntur, subiungam.

OBSERVATIO III.

XLIX. *Circa motum solis proprium, praeter illam ab occasu uersus ortum retrocessionem, quae intra annum finitur, notandus quoque est ascensus solis supra aequatorem et descensus infra eundem, quo fit, ut quotidie circuli motus diurni distantiam suam ab aequatore, uersus polum superiorem et inferiorem mutant, donec ad terminum maximae digressionis sol peruenit, a quo rursus ad aequatorem regreditur.*

DEFINITIO XVII.

L. *Ecliptica ECL est circulus maxima (F. 4. gnus sphaerae coelestis, qui obliquo situ ad aequatorem AQ, maximae solis ab aequatore digressionis limites copulat.*

CONSECTARIUM.

LI. *Quare ecliptica uiam solis annuam, uel tractum, quo omnes circuli solis diurni per totum annum continentur, definit.*

DEFINITIO XVIII.

LII. *Angulus ECQ, quo ecliptica oblique secat aequatorem, obliquitas eclipticae dicitur. capit autem 23 gr. et 29 uel 30 minuta.*

CONSECTARIUM.

LIII. *Poli autem eclipticae a polis aequatoris itidem $23\frac{1}{2}$ gr. distant.*

DE-

DEFINITIO XIX.

LIV. Memorabilia in ecliptica sunt quatuor *puncta*, quae *cardinalia* uocantur, duo *aequi noctialia*, in quibus secat ecliptica aequatorem, atque in his dum uersatur sol, motus eius communis in aequatore uidetur fieri, et dies nocti adaequatur in uniuerso terrarum orbe, et duo *puncta solstitialia* E et L in quibus sol remotissimus utrimque est ab aequatore, et solstitium celebrat, quia tum altitudines eiusdem meridianae aliquot diebus nihil fere crescunt uel decrescunt.

DEFINITIO XX.

LV. Praeterea diuiditur ecliptica in (F. 5. duodecim partes, quae *dodecatemoria* uel *signa* nominantur, et ab asterisimis, olim circa illa loca positis, denominationem acceperunt. comprehenduntur his uersiculis:

Sunt *aries*, *taurus*, *gemini*, *cancer*, *leo*, *uirgo*,
Libraque, *scorpius* arcitenens, (*sagittarius*) *cap*
per (*capricornus*), *amphora* (*aquarius*) *pisces*
 et talibus characteribus uel notis indicantur.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍
 ♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

ab his signis ecliptica *signifer circulus* dicitur.

CONSECTARIUM.

LVI. Signum quodlibet absoluitur 30 gradibus. (S. 21. geom.)

DEFINITIO XXI.

LVII. Signa diuiduntur I. in *septentrio-*
nalia,

*nal*ia, et *meridionalia*, illa in semicirculo eclipticae uersus septentrionem, et supra aequatorem, haec in semicirculo opposito infra aequatorem, uersus meridiem, collocantur. 2. in *cardinalia*, quae cardines ante laudatos auspicantur, et *intermedia*. (§. 53) 3. in *ascendentia*, in quibus sol nobis supra aequatorem ascendit, et *descendentia*, in quibus ad aequatorem uel infra eundem sol descendit. 4. denique in *uerna*, *aestiva*, *autumnalia* et *hiemalia*, a tempestatibus anni uersariis, quibus competunt, distinguuntur.

DEFINITIO XXII.

LVIII. *Coluri* sunt duo circuli magni, qui per puncta eclipticae cardinalia et polos mundi describuntur. horum alter *colurus aequinoctiorum*, alter *solstitiorum* dicitur.

DEFINITIO XXIII.

LIX. *Gradus eclipticae nonagesimus* est, qui a puncto eclipticae oriente integro quadrante siue 90 gr. distat. *huius*, *supra horizontem altitudo*, *mensura est anguli*, quem *ecliptica cum horizonte in puncto intersectionis intercipit*. (§. 3. Trig. sph.)

DEFINITIO XXIV.

F. 4.) LX. Inter circulos minores, qui ad inorum solis proprium referuntur, sunt 1) *tropici*, qui per puncta solstitiorum aequatori paralleli, ducuntur, ET, I.R. superior *tropicus cancri* uel septentrionalis, inferior

ferior tropicus capricorni vel meridionalis dicitur. 2.) Deinde *Polares*, quos poli eclipticae, circa polos aequatoris motu diurno circumagri, describunt.

CONSECTARIVM.

LXI. Tropici ab aequatore $23\frac{1}{2}$ gr. et polares a polis aequatoris tantundem distant. (§. 52. 53.)

DEFINITIO XXV.

LXII. Denique *circuli diurni* sunt circuli minores, aequatori paralleli, quos sol et reliqua sidera motu diurno describunt.

DEFINITIO XXVI.

LXIII. *Zona* est tractus sphaerae coelestis latior, duobus circulis parallelis comprehensus. talis est *Zodiacus* ZS, qui continetur circulis parallelis, ab ecliptica utrimque 10 gr. remotis, intra quod spatium fit motus planetarum, qui modo supra eclipticam assurgunt, modo infra eam demittuntur. limites zodiaci, *circuli extursuum* uocantur, et zodiacus eodem modo quo ecliptica in XII. signa diuiditur.

SCHOLION I.

LXIV. Illud forsan superfluum uidetur commemorare, quod circulum astronomi, similiter ac geometrae in 360. gradus, gradum in 60 scrupula prima, primum in 60. secunda partiantur. (§. 21. geom.) pro motibus autem siderum propriis mensurandis, circulus in XII. signa, signum in XXX. gradus, et gradus singuli in 60. minuta diuiduntur.

SCHO.

SCHOLION II.

LXV. Praeterea in uulgo notum est, eandem proportionem partium sexagecuplam, etiam horis partietis inseruire. ut hora 60. minuta temporis prima, primum 60 secunda, secundum 60 scrupula tertia continueat.

SCHOLION III.

LXVI. Omitto terminos, quos astrologi in sphaera coelesti constituerunt. quae enim illi de circulis positionum, quibus itidem duodecimas sphaerae coelestis partes, tanquam totidem planetarum domos, concludunt, fabulantur, arbitraria et commentitia sunt, omnique fundamento prorsus destituntur, et hodie ab astronomis peritioribus laedi, unum omnibus merito damnantur, ut non consultum sit, his percensendis aut confutandis operam perdere. Sed nec illa fidem merentur, quae de uirtutibus signorum zodiaci et planetarum singularibus, astrologi narrant. censentur nempe V. ♈. ♎. signa ignea uel calida, ♋. ♏. ♊. ♍. terrea et sicca, ♒. ♑. aerea, ♉. ♐. ♌. aquea. ♏. frigidus est et ficcus, ♉. temperate humidus et calidus, uentos ciens in signis aereis; ♋. calidus, producens tonitruum, imbres, procellos, inprimis cum aspicit planetas calidos in signis calidis; ♎. calidus et ficcus; ♊. frigida et humida, subinde promouet niues, pluias et grandines; ♍. aereus et uentosus; ♌. humida, cuius tribuitur, tactum ceterorum planetarum, quibus dum singulis mensibus aspectus omnis generis celebratur, uarie immutandi. Taceo libens reliqua, quae de planetarum singulorum domibus, detrimento, exaltatione, casu, in astris eclipticae, fabulantur. conf. SEXTVS EMPIRICVS adu. Marhem. Lib. V. LV. CIANI Lib. de astrologia Tom. I. oper. p. 983. et recentioribus prae ceteris IO. PICVS MIRANDVLANVS, et SIXTVS HEMMINGA de astrologia ratione et exper. confutata. STVRMIVS in diss. de siderum influxu. philos. elect. Tom. I. p. 618. Interim astrorum etiam minorum uim in tempestatum muta-

imitationibus efficiendis adhuc defendunt, et experimentis confirmare student IO. GOAD in *astronometeorologia sana*. Londini. 1690. 4. et WILLIAM COCK in *meteorologia*. ex anglico germ. ed. Hamburgi. 1691. 8.

CAPUT II.

DE

STELLIS AD COELESTIS
SPHAERAE LIMITES RELATIS.

DEFINITIO XXVII.

LXVII. *Altitudo* stellae vocatur (F. 6. arcus circuli verticalis AH, inter horizontem et stellam supra horizontem positam interceptus. *Profunditas* uero dicitur arcus circuli verticalis PR, qui distantiam stellae infra horizontem conditae ab eodem metitur.

CONSECTARIUM.

LXVIII. Quare distantia sideris a uertice AZ est complementum altitudinis eiusdem ad quadrantem. et distantia stellae a puncto nadis PN, est complementum profunditatis PR ad quadrantem. (§. 22.)

PROBLEMA II.

LXIX. *Stellae cuiusdam altitudinem metiri.*

Resolutio. 1. Paratur quadrans astronomicus, radii trium circiter pedum, ex laminis ferreis

ferreis robustioribus, et margini eiusdem imponitur lamina aenea bene laeuigata, in qua primum nonaginta gradus designantur, deinceps singuli gradus ope undecim circulorum concentricorum aequae distantium, et ope sex rectarum transuersalium in 60 minuta diuiduntur. radio uero quadrantis CD telescopium astronomicum affigitur, et praeterea ex centro C regula ferrea EL pendula suspenditur, perforata ea regione, qua marginem quadrantis attingit, filoque tenui, quod gradus et minuta refecer, instructa: et ipse quadrans idoneo fulcro imponitur.

2. Quando igitur metienda est stellae altitudo, dioptrae telescopicae in stellam uertuntur, et simulac illa in axe tubi compacterit, notatur gradus et minutum, quod filum regulae CL indicat, ita arcus EL dabit mensuram anguli altitudinis stellae HCS (§. 40. geom.)

CONSECTARIUM.

LXX. Hoc modo etiam stellarum et solis altitudines meridianae obseruantur, si quadrans in plano meridiani statueretur, et quando stella uel sol in eodem haeret, telescopicae dioptrae eo conuertantur.

SCHOLION.

LXXI. *Quadrantes, sextantes et alia huius generis organa astronomica accuratius fabricata, prius adhibuit TYCHO BRAHE, de quibus in astronomiae instauratae mechanica exponit. ed. Wandesburgi 1598. f. Tychonis solertiam uicit IO. HEVELIUS, quemadmodum Machinae coelestis Pars I. Gedani. 1673. f. edita,*

edita, in qua instrumenta sua descripsit, testatur. clarissimus astronomus PHIL. DE LA HIRE loco dioptrarum, uisum, telescopium quadranti applicuit, quo quidem artificio praxis astronomica mirifice amplificata fuit. uid. usum tab. Ludovic. p. 56. fq. et BION de Instrum. mathem. Lib. 6. c. 1. add. LOWTHORP epit. transact. Angl. Vol. I. p. 220. et ROSTII manual. astron. Part III. Ceterum altitudo stellarum uisa corrigenda est propter refractionem et parallaxin, de qua nunc generatim dicendum uenit, specialia monita in theorica astronomiae parte sequentur.

OBSERVATIO IV.

LXXII. Cum nautae Hollandia. 1597. congererentur prope nouam Zemblam bibernare, sol, qui infra illum horizonem occiderat die IV Nouembris, quique, secundum illius loci situm, ante diem XXX Januarii recurrere non poterat, uisus tamen est oriri die XXIV Ianuarii. u. GERH, DE VERA historia navigationis in arcton. p. 25. 26. Porro solis, sub horizonte adhuc latentis, species uisa est Tornae Lapporum ab ipso Rege Sueciae Carolo XI. a. 1694. v. Tr. de refractione solis inoccidui. add. Act. Erud. Lips. 1697. p. 91. simile phaenomenon in uenere notuit Norimbergae Waltberus. conf. KEPLERI astron. opt. p. 138. Idem epit. astron. p. 61. commemorat observationem Tychonis, qui cum alias caudae leonis et spicae uirginis, quoties culminant, distantiam instrumentis reperisset $35^{\circ}. 2'$. tamen

in orientali coeli parte notauit, quod, cum cauda leonis acquirit altitudinem $34^{\circ}.30'$. spica uirginis iam uideri incipit in eodem fere perpendicularo, quasi oriretur, quae tamen reuera adhuc infra horizontem plus quam dimidio gradu condi debebat.

CONSECTARIUM.

LXXIII. Fieri ergo potest, ut solis et stellae species supra horizontem conspiciatur, dum corpus illius adhuc infra lineam horizonis conditur. Cuius spectaculi rationem dioptrica aperit, quippe in qua aliis experimentis comprobatur, radium lucis, dum ex pellucido rariore in densius oblique ingreditur, inflecti nonnihil et inclinari ad perpendicularum. (6. 7. dioptr.) quare, cum radiis stellarum, per tenuissimum aethera progressis, atmosphaerae nostrae materia occurrat, idem eueniet, iidemque sub ingressum in auram terrestrem quodammodo ad perpendicularum inclinabuntur, (F. 8.) Veluti cum radius ex stella S ueniens aerem in F attingit, deprimetur ad perpendicularum LT, uersus O, et stella infra horizontem existens, ab oculo spectatoris O non in S, sed in horizonte G uidebitur.

DEFINITIO XXVIII.

LXXIV. Itaque *refractio* est inclinatio radiorum alicuius stellae, quae fit, dum illi ex libero et tenui aethere aerem telluri circumfusus oblique ingrediuntur.

CON-

CONSECTARIVM I.

LXXV. Sed quia angulus refractionis crescit et decrescit cum angulo inclinationis, (§. 13. dioptr.) ideo maior erit refractione prope horizontem, quam ubi sidus altius supra eum collocatur, eademque sensim usque ad uerticem imminuitur, ubi radius perpendicularis ZO omnino nulli refractioni est obnoxius. (§. 14. dioptr.)

CONSECTARIVM II.

LXXVI. Docet tamen experientia, quod ultra gradum altitudinis quinquagesimum refractione fere insensibilis euadat.

CONSECTARIVM III.

LXXVII. Interim refractione semper locum sideris attollit, quemadmodum ex figurae aspectu intelligitur.

CONSECTARIVM IV.

LXXVIII. Communis quoque est et similis refractione omnium siderum, quippe ex eadem semper causa oriunda. quamuis aliter olim visum fuerit TYCHONI progymn. astron. Tom. I. p. 79. 124. 280.

CONSECTARIVM V.

LXXIX. Illud uero tam rationi quam experimentis consentaneum est, refractionem non esse in omnibus orbis terrae locis similem, quin constat, eodem in loco eam subinde uariari. quoniam nempe prouti aer rarior uel densior est, ita etiam minus magisue radii stellarum in eodem inclinantur. conf. Historia Acad. R.

Paris. 1706. p. 127. 1707. p. III. 1708. p. 129. 1710.
p. 143. add. RICCIOLI Almag. L. I. c. 36. L. III.
c. 9. celeb. HORREBOW atrium astrono-
miae. cap. 2.

SCHOLION.

LXXX. Veteres quoque refractionis vim minime
ignorant, quemadmodum elucet ex **SEXTI EM-
PIR.** add. masbemi. Lib. V. p. 122. interim astronomi
ante Tychonem eam neglexerunt, forsan quia tales
minutias organis suis minus accuratis delectari baud
patuerunt. Tabulam refractionum ex observationi-
bus Parisiis collectam habet **DE LAHIRE** in tab.
Londou. p. 6. cuius illam epitomen dubo.

Alt.	refract.		alt.	refract.		alt.	refract.	
Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.	Gr.	M.	S.
0	32	0	13	4	35	26	2	12
1	26	35	14	4	7	27	2	7
2	20	43	15	3	51	28	3	3
3	15	44	16	3	36	29	1	59
4	12	36	17	3	23	30	1	55
5	10	26	18	3	12	31	1	43
6	9	8	19	3	1	36	1	33
7	8	2	20	2	51	40	1	22
8	7	1	21	2	44	43	1	15
9	6	17	22	2	38	46	1	9
10	5	41	23	2	31	50	1	2
11	5	11	24	2	24	60	0	42
12	4	46	25	2	18	70	0	26
						80	0	12

aliam composuit **DN. HALLEIUS** in transact. Phil.
Angl. q. 1721. n. 368. art. 2. p. 172. de modo refraction-
es opè observationum inveniendi infra dicetur. §. 145.

CONSECTARIVM VI.

LXXXI. Quando igitur altitudo quaedam
fide-

sideris obseruata fuit, haec detractioe particulae refractionis ex tali tabula desumptae corrigenda est.

DEFINITIO XXIX.

LXXXII. Altera causa, quae locum sideris ex terra utrumque potest uariare, est (F. 9. *Parallaxis*; scilicet cum stella S. cernitur ex terrae superficie O, apparet in M, si uero eadem posset ex centro terrae T uideri, deberet referri ad Y. locus M uocatur *uisus* uel *apparentis*, locus Y dicitur *uerus*, et differentia loci utriusque apparentis et ueri *parallaxis*, siue commutatio loci optica nominatur.

CONSECTARIUM.

LXXXIII. Sed cum constet, altitudinem sideris esse complementum eiusdem ad distantiam a uertice; (S. 68) inde liquet, parallaxin esse etiam differentiam distantiae sideris a uertice uerae, quae e centro terrae apparet, ueluti YZ, et apparentis MZ, quae e terrae superficie spectatur.

THEOREMA I.

LXXXIV. *Haec autem differentia uerae et apparentis distantiae a uertice aequalis est angulo TSO, qui intersectione linearum, ex centro terrae et eius superficie per eiusdem stellae centrum ductarum, nascitur.*

Demonstratio. Nam distantiae uerae a uer-

rice opponitur angulus $Y T Z$; distantiae apparenti a uertice $M Z$ respondet angulus $M O Z$, et ducta $Q O$ parallela lineae $Y T$, erit angulus $Q O Z = Y T Z$, (§. 74. geom.) sed $Q O M = T S O$ alterno, (§. 74. geom.) ergo $M O Z = Q O Z = Q O M = T S O$, Q. E. D.

CONSECTARIVM I.

LXXXV. Ideoque angulus parallacticus $T S O$ semper respondet illi, sub quo semidiameter terrae $T O$ ex stella S spectatur.

CONSECTARIVM II.

LXXXVI. Et cum haec diameter eo maior appareat, quo magis directa adspicitur, et ex contraria parte, cum eo minor eadem uideatur, quo magis oblique cernitur, (§. 58. opt.) debet parallaxis maior esse, quando sidus est horizonti propius, minor, cum sidus supra horizontem magis attollitur, maxima uero, quando in ipso horizonte sistitur, et minima, quando uerticem attingit.

CONSECTARIVM III.

LXXXVII. Porro variatur parallaxis cum ipsa stellarum distantia. siquidem stella propior in N maiorem habet parallaxin, quam remotior in E . angulus enim externus $T N O$, maior est interno $T E O$. (§. 86. geom.) sunt nempe sinu: parallaxium duarum stellarum N et E , quarum distantiae a terra differunt, quando utriusque aequalis est distantia apparenti a uertice, reciproce ut distantiae a centro terrae. nam in $\triangle E N T$ ualet analogia: $\text{Sin. } E : N T = \text{fin. } N :$

N:TE, (§. 39. Trig. pl.) uerum sinus anguli obtusi **ENT** conuenit cum sinu anguli acuti contigui **TNO**, (§. 4. Tr. p.) qui est parallaxis stellae **N**, ergo sin. **TEN** : sin. **TNO** = **NT** : **ET**. (§. 112. arith.)

CONSECTARIVM IV.

LXXXVIII. Si notus fuerit angulus parallaxis horizontalis **N**, cum aliunde innotescat quantitas semidiametri terrestris **TO**, et in triangulo rectangulo **TNO** reliqui anguli cogniti sint, poterit distantia sideris a centro terrae **TN** inueniri. (§. 42. Trig. pl.) Vicissim, distantia sideris et semidiametro terrae cognitis, parallaxis horizontalis inuenitur.

CONSECTARIVM V.

LXXXIX. Data autem stellae distantia a terra, quacuis parallaxis, datae altitudini respondens, quaeritur. quia in $\triangle TSO$ nota sunt latera **TS** et **TO**, cum angulo intercepto **STO**, qui uerae sideris distantiae a uertice (altitudinis uerae complemento) opponitur, unde angulus **TSO** innotescit. (§. 51. Trig. pl.) Vel, assumpta distantia a uertice uisa, cui opponitur angulus **SOZ**, complementum anguli **SOT**, ualet analogia; Sin. **SOT**. siue **SOZ**, (§. 4. Trig. pl.) ad distantiam stellae **ST**, habet se, ut sinus parallaxis **S** ad semidiametrum terrae. (§. 42. Trig. pl.) uel $ST:TO = \sin. SOZ: \sin. TSO$. nempe sinus distantiae sideris a uertice uisae, ad sinum parallaxis, habet rationem distantiae sideris a terra, ad semidiametrum

telluris. ergo data parallaxi pro aliqua a uertice distantia uisa, cognoscetur parallaxis pro quauis alia a uertice distantia.

SCHOLIUM.

XC. Verum de magnitudine parallaxis, quam diuersa habent astra, suis locis infra diceretur in praesenti saltem illud notandum est, stellas fixas, parallaxi, ad semidiametrum terrae relatae, quam diurnam uocant, omnino carere; nam si stellae fixae in aequatore haerentis, uel prope eum posita, ortus et occasus obseruetur, deprehenderetur, eam horis 12 supra ex aliis horis 12 infra horizontem morari, et observationem e superficie terrae sic fieri, ac si e centro terrae; uel e centro circuli fixarum, stella eiusmodi fuisset conspecta.

CONSECTARIVM VI.

XCI. Denique fuit ex dictis, parallaxin efficere, ut stella S ex superficie terrae O humiliore loco in M appareat, quam si uideri ex centro terrae potuisset, nam ex T referri debuisset ad Y: quare altitudini uisae addenda est parallaxis, ut habeatur altitudo uera. prorsusque adeo contrarius est parallaxis et refractionis, ad mutandum stellarum locum opticum, effectus. quoad magnitudinem uero altera ab altera multum differt.

PROBLEMA III.

XCII. *Altitudinem uel eleuationem poli inuenire.*

F.10.) *Resolutio.* I. Hiberno tempore, cum nox horis 12 longior est, uesperis circa horam 6, mensaretur altitudo stellae alicuius circumpolaris

laris S, quando illa in inferiore meridiani parte haeret SH, quem in finem planum quadrantis super linea meridiana est ponendum (§. 70) Deinde praeterlapsis horis 12, iterum circa horam 6 matutinam inueniatur altitudo eiusdem stellae MH, in superiore meridiani semicirculo conspectae: utraque autem altitudo detracta refractione corrigatur. (§. 81)

2. Minor altitudo SH, subtrahatur a maiore MH, differentia dabit arcum SM. sed quia stella circa polum motum suum describit, (§. 18) erit in medio arcus SM punctum poli situm.

3. Quare dimidium arcus SM, nempe SP, addatur ad altitudinem minorem SH, summa dabit HP arcum eleuationis poli quaesitum.

SCHOLION.

XCIII. Opus est tali praxi, quia ipsum poli punctum stella conspicua non distinguitur. Ultima enim caudae ursae minoris stella, quae polaris et cynosura dicitur, duobus et amplius gradibus a polo distat. v. RICCIOLI Alm. p. 405. Variatio autem altitudinis poli, quae diuerso tempore iisdem in locis fuit observationibus deprebensa, sine dubio erroribus observationem uel instrumentorum est iribuenda. v. RICCIOLI p. 404. HEVEL. prodr. astron. p. 60. I. PHIL. WVRZELBAV Uranes noricae c. 1.

CONSECTARIUM.

XCIV. Unā cum eleuatione poli innotescit eleuatio aequatoris supra horizontem $QR = HA$: nam $PA = 90$, (§. 21.) et subducto PH arcu eleuationis poli, a quadrante PA, superest $HA = QR$ eleuatio aequatoris supra datum horizontem, uel profunditas infra eundem.

dem. item ZP distantia zenith a polo aequalis est elevationi aequatoris QR. (f. 23)

SCHOLION.

XCV. Sed quia in posterum problemata astronomiae sphaericae, globi coelestis materialis auxilio declaranda sunt, ideo de situ sphaerae coelestis vario ad horizontem pauca hic commemorare operae pretium videtur. de ipso uero globi materialis usu ex instituto agit GVIL. BLAËV in institutione astronomica. Amstel. 1655. 8. ed. add. ROBERTVS HVES de usu globi coelestis et terrestris et BION V sages des globes.

DEFINITIO XXX.

XCVI. Sphaera recta dicitur eiusmodi situs globi terraquei respectu coelestis, quando aequator AQ secat horizontem HR ad angulos rectos. obliqua, si aequator F. 12.) secet horizontem ad angulos obliquos. parallela, ubi aequator est horizonti F. 13.) parallelus.

CONSECTARIVM I.

XCVII. In sphaera igitur recta poli incumbunt horizonti, et axis mundi iacet in diametro horizonis. in obliqua polus obliquo angulo ad horizontem est inclinatus. in parallela uterque polus ab horizonte et aequatore nonaginta gradibus distat.

CONSECTARIVM II.

XCVIII. Porro in sphaera recta sidera rectis ad horizontem angulis ascendunt et descendunt. in obliqua sidera oriuntur et occidunt oblique. in parallela sidera fixa neque oriuntur, neque occidunt, sed motu communi moventur, servato situ ad horizontem parallelo. CON-

CONSECTARIVM III.

XCIX. In *recta* omnia astra oriuntur et occidunt, in *obliqua* aliqua oriuntur et occidunt, aliqua nunquam oriuntur, aliqua nunquam occidunt. In *parallela*, uti dictum, fixa neque oriuntur neque occidunt.

PROBLEMA IV.

C. *Globum materialem sic praeparare, ut totius coeli figuram uel positum pro dato horizonte et tempore exhibeat.*

Resolutio. 1. Supra cardinem horizontis boreum, eleuetur polus tantum, quantum loci nota altitudo poli requirit.

2. Gradus loci solis dato tempore respondens quaeratur in calendario horizonti inscripto, uel in ephemeridibus astronomicis.

3. Idem gradus quaeratur etiam in circulo eclipticae, qui in globo delineatus est, et ducatur ad latus meridiani orientale, in quo graduum diuisio occurrit: et circuli horarii polum ambientis index horae XII imponatur. ita habetur situs globi pro momento meridiei dici dati.

4. Si igitur desideretur situs globi ad horam ante meridianam uel postmeridianam, uoluatur idem sinistrorsum uel dextrorsum, (oculo nempe et globi polo uersus boream directo) donec index horarius tempus quaesitum monstret.

5. Quod si iam lineae meridianae globus sic imponatur, ut planum meridiani lineae meri-

dianae

dianae imminet, et eo situ firmetur, ostendet idem optatam coeli pro loco et tempore dato figuram.

CONSECTARIVM.

CI. Sed cum ita globus tantum situm fixarum pro dato loco et tempore referat, si quis etiam planetas exhibere una voluerit, debet eorum situm ex ephemeridibus astronomicis excerpere, et debitis illis locis creta inscribere. Quo facto talis globi dispositio ~~ma~~ *ma*, *coeli* solet appellari.

DEFINITIO XXXI.

CII. *Almucantbarat* sunt circuli minores sphaerae mundanae, horizonti paralleli, qui ducti finguntur per stellas supra horizontem extantes.

CONSECTARIVM.

CIII. Horum ergo circulorum distantiam ab horizonte arcus altitudinis stellae metitur.

DEFINITIO XXXII.

CIV. *Azimutbun* est arcus horizontis inter cardinem mercurii et septentrionis, et uerticalem cirulum, qui per stellam aliquam transit, interceptus. diuiditur in *orientale* et *occidentale*, illud in horizonte ordiuo, hoc in occiduo determinatur.

DEFINITIO XXXIII.

CV. *Amplitudo ortiua* uel *occidua* est arcus horizontis inter cardinem orientis uel occidentis, et inter punctum horizontis, ubi
fidus

sidus oritur uel occidit, interiectus est uel borealis uel australis.

CONSECTARIUM.

CVI. Fixae, quarum distantia ab aequatore ad sensum plures intra annos non mutatur, eandem supra eundem horizontem amplitudinem ortiuam et occiduam (nam alteri altera aequalis est) diu retinent. Verum planetae subinde uti locum in ecliptica, ita etiam amplitudinem uariant. sed tamen uno eodemque die quanta est amplitudo ortiua, tanta etiam quam proxime est occidua.

DEFINITIO XXXIV.

CVII. *Declinatio* puncti coelestis uocatur illius distantia ab aequatore, men (F. 14. furata arcu circuli magni, per polum et illud coeli punctum ducti, inter hoc punctum et aequatorem interiecto. est uel borealis AS, uel australis AB, prout stella uersus boream uel austrum ab aequatore distat.

CONSECTARIUM.

CVIII. Meridianus fungitur officio circuli declinationis, si stella eundem attingat. (§. 27)

PROBLEMA V.

CIX. *Solis et reliquarum stellarum declinationem observatione deprehendere.*

Resolutio. 1. Obseruetur solis uel stellae altitudo, dum in meridiano haeret. (§. 70) eademque detracta refractione corrigatur. (§. 81)

2. Haec altitudo comparetur cum eleuatione

ne aequatoris supra illum horizontem, antea iam nota. si enim altitudo HS maior fuerit elevatione aequatoris AH , haec ab illa subtrahatur, et relinquitur declinatio borealis AS . uel, si illa hac minor fuerit, auferatur altitudo HB ab elevatione aequatoris maiore HA , residuum dabit declinationem AB australem. (§. 108)

CONSECTARIUM I.

CX. Eodem artificio maxima solis declinatio, et una magnitudo obliquitatis eclipticae (§. 52) indagatur, dum circa solstitium aestiuum maxima solis altitudo meridiana obseruatur, et ab eadem elevatio aequatoris demitur, quo facto distantia tropici ab aequatore relinquitur. Veteres quidam et recentiores eundem in finem gnomones, siue praealta perpendicularia e. g. muri cuiusdam adhibuerunt, et ex altitudine gnomonis, et umbra minima, tempore solstitii aestiui, angulum altitudinis maximae solis accuratius inuestigarunt. quemadmodum, late explicat RICCIOLVS astron. re-form. c. 3. et 6.

SCHOLION.

CXI. De ipsa uero obliquitatis eclipticae mutabilitate inter astronomos non conuenit. nonnulli mutari eandem crediderunt; idque comparatis ueterum et recentiorum observationibus, quae 20 et amplius minutorum differentiam praebent, comprobari arbitrantur. v. RICCIOL. Alm. p. 162. conf. historia observationum antiquarum scripta ab ED. BERNARDO in Lowth. Epis. T. 4. Vol. I. p. 260. attamen tum ipse Bernardus p. 263. tum HEVELIUS Prodi. astron. p. 42. et alii. v. GREGORII astron. p. 157. ed. Oxon. discuti-

*discrimen erroribus observationum rectius tribui con-
tendunt.*

CONSECTARIUM II.

CXII. In globo coelesti, quia gradus me-
ridiani ab aequatore versus polum signati et
numerati sunt, si stella ad meridianum admo-
ueatur, immitens eiusdem gradus statim indi-
cabit declinationis magnitudinem.

PROBLEMA VI.

CXIII. *Cognita eclipticae obliquitate,
inuenire declinationem singulorum eclipti-
cae graduum.*

Resolutio. 1. Sit A Q aequator, ECL (F. 15.
ecliptica, P S B quadrans declinationis ex polo
aequatoris ductus. Quia in Δ sphaerico C D S
rectangulo ad D, (§. 4. Trig. sph.) praeter
angulum rectum D, notus est obliquus C, aequa-
lis obliquitati eclipticae, (§. 52. et 110.) et
datur arcus eclipticae C S, inferatur pro decli-
natione S D; sin. D : C S = sin. C : S D: (§. 39.
Trig. sph.)

2. Quod si hoc modo pro primo eclipticae
quadrante, respondentes singulis gradibus de-
clinationes inuentae fuerint, etiam pro reliquis
tribus quadrantibus, qui similem ad aequato-
rem inclinationem habent, declinationes inno-
tescunt. quemadmodum figura 5. clare docet.
*atque ita componitur tabula declinationum sub
finem opusculi allata.*

CONSECTARIUM I.

CXIV. Quare si detur gradus quidam ecli-
pticae

pticae uel locus solis, cum declinatione eiusdem, cognoscitur quoque altitudo solis meridiana (F. 14.) na super horizonte dato. nempe ad declinationem borealem AS additur eleuatio aequatoris AH , uel declinatio australis BA demitur ab eleuatione aequatoris AH , utroque casu altitudo solis meridiana prodit.

CONSECTARIVM II.

CXV. Nota autem altitudine solis meridiana HS uel HB , una cum declinatione, quae loco solis in ecliptica dato responderet, inde colligitur eleuatio aequatoris AH illi loco respondens, una cum complemento, siue eleuatione poli (§. 94) nempe declinatio australis BA additur ad altitudinem meridianam HB , summa dabit eleuationem aequatoris $HB + BA = HA$. declinatio uero septentrionalis AS detracta ab altitudine meridianam HS , relinquit itidem eleuationem aequatoris HA .

CONSECTARIVM III.

CXVI. Quod si stellarum fixarum quarundam declinatio nota sit, et unius ex eiusmodi stellis altitudo meridiana obseruetur, huius quoque adminiculo, tam aequatoris quam poli altitudo supra quemcunque horizontem determinatur. conf. Tab. IX. inter Ludouicianas et Tab. 99. astron. reform. Riccioli.

PROBLEMA VII.

CXVII. *Data altitudine solis meridiana, et eleuatione aequatoris, inuenire locum (F. 15.) solis in ecliptica.*

Re-

Resolutio. Quoniam ex altitudine solis meridiana et elevatione aequatoris, cognoscitur solis declinatio SD , (§. 109) hinc in Δ rectangulo CDS , notis angulis D et C , (§. 94) cum latere SD , quaeritur hypotenusa CS , (§. 16. Trig. sph.) quae indicat distantiam solis a proximo puncto aequinoctiali. quare cum cognitus sit quadrans eclipticae, in quo sol versatur, etiam gradus loci solis inde intelligitur.

Idem problema soluitur etiam ope tabulae declinationum graduum eclipticae, quam area (§. 113) componere docui. siquidem in eadem datae declinationi locus solis in ecliptica adscriptus est.

DEFINITIO XXXV.

CXVIII. *Ortus et occasus astronomicus*, siue *ascensio et descensio stellae* uocatur, quando stellae motus ad horizontem et aequatorem refertur. *Ascensio* nempe est gradus aequatoris, qui cum puncto aliquo coeli simul oritur; *descensio* est gradus aequatoris, qui cum puncto coelesti occidit. Speciatim *ascensio et descensio recta* est gradus aequatoris, qui cum stella oritur uel occidit in sphaera recta, uel, quod idem est, (§. 97) qui cum stella per meridianum transit. *ascensio uero et descensio obliqua* est gradus aequatoris, qui cum stella in horizonte sistitur in sphaera obliqua. *Differentia ascensionalis uel descensionalis* est arcus aequatoris, qui inter punctum ascensionis uel descensionis rectae et

obliquae interiacer, siue est differentia ascensionis uel descensionis rectae et obliquae. Porro *ascensio* uel *descensio* uocatur *longa*, quando arcus aequatoris ascendens uel descendens maior est arcu eclipticae, cuius extremum cum extremo prioris simul ascendit uel descendit: *breuis*, quando arcus aequatoris ascendens uel descendens minor est arcu eclipticae. dum utriusque magnitudo a principio eclipticae aestimatur.

PROBLEMA VIII.

CXIX. *Data obliquitate eclipticae, inuenire cuiuslibet gradus eclipticae ascensionem rectam.*

Resolutio. In \triangle rectangulo CSD datur angulus rectus D, et obliquus C, (§. 52.) una cum hypotenusa CS, siue arcu eclipticae, quaeritur CD, siue arcus aequatoris, cuius extremum D est ascensio recta gradui eclipticae S respondens. (§. 29. Trig. sph.) inferendo, ut Cofin. ang. C. ad S. T. sic cotang. CS, ad cotang. cruris CD.

Quo artificio composita est tabula ascensionum rectarum pro singulis eclipticae gradibus, qualis in fine inter astronomicas secundo loco affertur.

CONSECTARIUM.

CXX. Sed quoniam cum arcu eclipticae, declinatio gradus dati nota est, (§. 113) hinc in \triangle CSD, per theorema commune etiam angulus

gulus S, quem meridianus eclipticam secans intercipit, inuenitur. (§. 37. Tr. sph.)

PROBLEMA IX.

CXXI. *Data eleuatione poli, cum declinatione et ascensione recta graduum eclipticae, inuenire cuiusuis gradus eclipticae ascensionem obliquam.*

Resolutio. 1. *Quando sol haeret in* (F. 16. *signo boreali.* M est ascensio recta, O obliqua, OM differentia ascensionalis. Quia in $\triangle OSM$, rectangulo ad M, praeter angulum O, (§. 94.) nota est declinatio MS, (§. 113) quaeritur OM, (§. 27. Trig. sph.) hac analogia : tang. O : tang. SM = S. T : sin. OM. haec differentia ascensionalis subtrahitur ab ascensione recta CM, et relinquitur CO arcus ascensionis obliquae.

2. *Quando sol est in signo australi.* ascensio recta est N, obliqua M, differentia asc. (F. 17. NM. iterum in \triangle rectang. ONM, iisdem, quae ante a memorauimus, datis, simili analogia quaeritur NM (§. 27. Tr. sph.) et additur ad CN. asc. recta ut prodeat obliqua CM.

Quo artificio ab astronomis componuntur tabulae ascensionum obliquarum, pro diuersis poli eleuationibus, qualem pro Vitembergensi 51. gr. 52. m. in fine tertio loco dedi. plures huius generis affert STRAVCHIVS in Tabulis per uniuers. mathes. p. 330. sq. RICCIOLVS astr. reform. Tab. 32.

SCHOLION I.

CXXII. Nihil memoro de descensione, quia recta descensio prorsus conuenit cum ascensione recta. descensio uero obliqua ex ascensione recta et differentia ascensionali colligitur. Siquidem in signis borealibus differentia ascensionalis additur ad ascensionem rectam, in signis meridionalibus illa ab hac subtrahitur, et utroque descensio obliqua prodit. quemadmodum in globo coelesti clare potest demonstrari.

SCHOLION II.

CXXIII. Vfus ascensionum rectarum et obliquarum inprimis eo pertinet, ut tempus ortus et occasus, et morae sideris supra horizontem inde colligatur. quapropter, postquam de ascensionibus graduum eclipticae actum est, sequitur, ut, qua ratione caedem, ad inueniendum tempus ortus et occasus solis, et ad definiendam diei et noctis longitudinem, adhibeantur, exponam. Verum hic nonnulla de tempore cum arcibus aequatoris comparando praemonenda sunt.

PROBLEMA X.

CXXIV. Partes aequatoris in horas et minuta diei primi mobilis, uel haec in illas conuertere.

Resolutio. Si circulus primi mobilis (§. 6) omni motu proprio destitutus, intra 24 horas secundum ductum aequatoris circumactus fingatur, sequitur, quod illis 24 horis primi mobilis respondeat motus 360 graduum aequatoris. et hora una illius respondet 15 gr. huius. Vel utes uerba, si motus 15 graduum aequatoris aequiparatur uni horae primi mobilis, uel 60 minutis, 1 gradus aequipollet 4 minutis temporis. Hisque cognitis partes aequatoris cum tempore primi mobilis, uel hoc cum illis sequentem in modum componuntur. Tab.

Tab. I.			Tab. II.				
Conu. Part. aequ. in tempus Pr. M.			Conu. temporis Pr. Mōb in Partes aequatoris.				
G	H	I	H	G	M	G	I
M	I	II			S	I	II
S	II	III			T	II	III
1	0	4	1	15	1	0	15
2	0	8	2	30	2	0	30
3	0	12	3	45	3	0	45
4	0	16	4	60	4	1	0
5	0	20	5	75	5	1	15
10	0	40	6	90	6	1	30
15	1	0	7	105	7	1	45
20	1	20	8	120	8	2	0
30	2	0	9	135	9	2	15
40	2	40	10	150	10	2	30
50	3	20	12	180	20	5	0
60	4	0	15	225	30	7	30
90	6	0	18	270	40	10	0
180	12	0	21	315	50	12	30
360	24	0	24	360	60	15	0

PROBLEMA XI.

CXXV. *Gradus et scrupula aequato in tempus diei solaris, et hoc in illos conuertere.*

Resolutio. Notandum hic est ex doctrina de motu solis proprio, quod sol quolibet 59. m. 8. s. 20. t. et hora una 2. m. 28. s. ab ortu in ortum promoueri uideatur. Quare si sol motu communi uel diurno reuolutus, eodem momento ad meridianum, unde 24 horas cum puncto quodam primi mo-

digressus fuit, redire possit, quo illud punctum primi mobilis ad meridianum appellit, quia, ob retrocessionem propriam per $59'.8''$ factam, hunc arcum, quo eo tempore, dum punctum primi mobilis post absolutam diurnam circumactionem ad meridianum reuertitur, sol a meridiano uersus ortum distat, adhuc debet percurrere, donec meridianum, in quo heri haeserat, iterum assequatur. Et cum haec solis retrocessio propria efficiat, ut horis singulis sol a puncto primi mobilis, cum quo a meridiano discesserat, $2'.28''$ recedat, et ex praecedente problemate constet, 15 gradus aequatoris respondere uni horae primi mobilis liquet $15^\circ.2'.28''$ aequatoris, uni horae solari aequipollere. si igitur inferatur;

Hor

$15^\circ.2'.28'' : 1 = 1^\circ : 3'.59''.20''$,
reperietur tempus solare, quod uni gradui aequatoris competit, eoque cognito, comparatio etiam reliquorum circuli aequinoctialis graduum et minorum cum tempore solari, et uicissim huius cum illis, fieri poterit, prouti quae tabulae iam digestae uberius declarant.

Tab. III.

Conu. temp. diei ☉
in partes aequ.

H	G	M	S
1	15	2	28
2	30	4	56
3	45	7	24
4	60	9	52
5	75	12	20
10	150	24	39
12	180	29	35
20	300	49	18
24	360	59	10

M	G	I	II	III
S	I	II	IN	IV

1	0	15	2	28
2	0	30	4	56
3	0	45	7	24
4	1	0	9	52
5	1	15	12	20
10	2	30	24	40
20	5	0	49	20
40	10	1	38	40
60	15	2	28	0

Tab. IV.

Conuert. part. aequ.
in tempus d. ☉.

G	H	M	S	T
M	I	II	III	IV
	II	III	IV	V

1	0	3	59	20
2	0	7	58	40
3	0	11	58	1
4	0	15	57	21
5	0	19	56	41
6	0	23	56	1
7	0	27	55	21
8	0	30	54	41
9	0	35	54	2
10	0	39	53	22
15	0	59	50	3
20	1	9	46	44
30	1	59	40	6
60	3	59	20	12
90	5	59	0	18
180	11	58	0	36
360	23	56	1	12

PROBLEMA XII.

CXXVI. *Nota eleuatione poli et loco solis, buius arcum semidiurnum, uel longitudinem diei pro dato tempore inuenire.*

Resolutio. Casus 1. dum sol uersatur in signo septentrionali. Sit illo die solis diur. (F. 18. pus circulus parallelus DLM. solis punctum oriens L, cui respondet ascensio recta N, et

obliqua O , hae quaerantur in tabulis, et sumantur earum differentia ascensionalis ON , quae addita ad quadrantem AO , dabit AN , arcum aequatoris, qui semidiurno solis DL opponitur. (§. 30) Iste conuertatur in tempus diei solaris, ope Tab. IV. probl. praec. et cognoscetur longitudo diei dimidia. Duplum eius erit tota diei longitudo.

Casus 2. quando sol uersatur in signo australi. Sit punctum oriens G . arcus semidiurnus solis est TG , cui respondet arcus aequatoris AS . hic inuenitur, si sumatur ascensionis rectae S , et obliquae O , differentia SO , hae enim subtracta ex quadrante AO , relinquitur AS . eodemque, uti ante factum fuit, in tempus solare conuerso, dimidia diei longitudo cognoscitur. duplum est longitudo diei tota, quae quaerebatur.

CONSECTARIUM.

CXXVII. Demta diei longitudine a 24 horis, superest *longitudo noctis*. praeterea dimidia diei longitudo indicat momentum *occasus solis*, et dimidia longitudo noctis, *tempus ortus solis* prodit. Eodem modo reperitur longitudo diei maximi et minimi, cum sol in superiore uel inferiore tropico, tanquam in circulo diurno, uersatur.

PROBLEMA XII.

CXXVIII. *Observata solis altitudine extra meridianum, datisque insuper, elevatione poli et loco solis in ecliptica, inueni-*

re,

re, quoniam hora diei, quorumque eius minutum fluat.

Resolutio. Cas. 1. quando sol est in (F. 19. aequatore. In $\triangle AEZ$ rectangulo dantur (1) AZ complementum eleu. aequatoris, (2) EZ compl. altitudinis obseruatae EC , et (3) angulus rectus ad A , quaeritur AE distantia solis a meridiano, inferendo; (§. 17. Trig. sph.)
 $\text{Cofin. cruris } AZ : S. T = \text{Cofin. hypot. } EZ : \text{Cofin. } AE.$ Hic arcus uersus in tempus solare (§. 125.) ostendit interuallum temporis, quo momentum obseruationis a meridie distat, quare post meridiem notabit ipsam horam diei europaeam et eius minutum; ante meridiem uero tempus arcui AE respondens detrahatur ex horis 12, et superest hora antemeridiana, cum minutis, si qua adhaerent. Utrum autem antemeridianum uel postmeridianum tempus labatur, statim ex incremento uel decremento altitudinis solis cognoscitur. illud tantum ante meridiem, hoc post meridiem locum habere potest.

Casus 2. quando sol in signo boreali (F. 20. uersatur. Soluendum est triangulum obliquum ZPS . in quo dantur (1) ZP distantia poli a zenith (2) PS compl. decl. DS , (§. 113) (3) ZS compl. altitudinis, quaeritur angulus P uel arcus AD , qui est eius mensura. solutionis leges suo loco (§. 43. Tr. sph.) laudatae sunt, commo- do exemplo in lectionibus uberius illustrandae.

Casus 3. si sol in signo australi in S uerse. (F. 21. tur.

tur. Tum proceditur ad soluendum $\triangle SMN$, in quo dantur (1) SN summa altitudinis SL et quadrantis LN . quia N notat punctum nadir; (2) MN distantia nadir a polo meridionali $= ZP$, (3) SM complementum declinationis SK . quaeritur angulus SMN , uel eius complementum AMK , (§. 43. Tr. S.) eius mensura est arcus AK , qui distantiam solis a meridiano manifestat.

CONSECTARIVM.

CXXIX. Simili prorsus modo ex tempore dato potest solis supra horizontem altitudo determinari.

PROBLEMA XIV.

CXXX. *Tempus pro usu observationum astronomicarum accurate dimetiri.*

Resolutio. 1. Parandum est horologium oscillatorium, quod, praeter horas, minuta quoque prima et secunda horaria monstrat.

2. huius autem motus diligenter sic est corrigendus, donec horologium tempus solis medium rite indicet, quod fit, si aliquoties obseruetur transitus alicuius fixae per meridianum ope trianguli filaris (§. 45) uel, quod melius est, ope telescopii, in plano meridiani mobilis, ubi in foco lepris ocularis fila decussatim extensa axis punctum ostendunt. Cum enim constet, fixas supra motum medium diurnum solis, quotidie 3 m. 55 s. 54 t. accessum ad meridianum accelerare, sit tantundem motus horologii, supra circumactiones fixarum obseruatas singulas

las retardetur, (uel si, absoluta una fixae circumactione diurna, horologium monstret 23 h. 56 m. 4 s.) tum bene medio solis motui est accommodatum, sin minus, tamdiu eleuatione uel depreffione ponderis penduli (acceleratur enim motus horologii, pondere nonnihil eleuato, retardatur, eodem parum demisso) motus horologii est emendandus, donec cum motu solis medio consentiat. quomodo uero motus hic horologii rarius ad inueniendum uerum solis motum et tempus possit inferuire, infra in theoria solis explicabitur. (§. 41. sq. theor.)

SCHOLION.

CXXXI. *De perfectionibus et imperfectionibus, et cautionibus circa horologii oscillatorii usum adhibendis copiosius agunt, CHRISTIANVS HUGENIUS, eius inuentor, in tr. de horologio oscillatorio, siue in demonstrationibus geometricis de motu pendulorum ad horologia aptato. Paris. 1673. f. DE LA HIRE Comment. Ac. R. Par. 1700. p. 207. 1703. p. 344. et de usu tab. Ludou. p. 73. 102. ANON. ANGLVS in tr. der kunstreiche Uhrmacher. ed. cum gnomonica Welperi. LEVTMANN. Tr. de horologiis. De pendulo solitario, et eius usu pro scrupulis secundis horariis metiendis, uid. GALIL. Syst. Cosm. p. 220. RICCIOL. Alm. II. 20. HEVEL. machin. coel. P. I. p. 363.*

PROBLEMA XV.

CXXXII. *Ascensionem rectam stellarum inuenire.*

Resolutio. i. Obseruetur solis altitudo meridiana, (§. 70) et inde eruatur eius declinatio, (§. 109) et ascensio recta. (§. 119)

2. Eo

2. Eo momento, quo solis centrum in meridiano conspicitur, index horologii oscillatorii dirigatur ad monstrandum meridiem: uel annotetur saltem differentia a meridie.

3. Proxima uespera obseruetur etiam stella, cuius ascensio R. quaeritur, in meridiano. (§. 70.) et notetur tempus ab horologio indicatum. (habita tamen ratione notata antea differentiae a meridie, addendae ad tempus postea obseruatum, uel subtrahendae, prouti differentia praecessit meridiem uel secuta est.)

4. Tempus illud solare conuertatur in partes aequatoris, (§. 125) et ad ascensionem rectam solis addatur, summa minor 360 gr. ascensionem R. stellae proder. si uero summa maior est 360 gr. excessus supra integrum circulum pro asc. R. seruetur. id quod globi coelestis adminiculo ad oculum potest ostendi.

PROBLEMA XVI.

CXXXIII. *Data unius stellae ascensione recta, inuenire asc. R. aliarum stellarum, quarum distantia et declinatio nota est.*

F.22.) Resolutio. 1. Inquiratur in stellarum, quarum differentia ascensionis rectae quaeritur, declinationes. (§. 109)

2. Deinde ope quadrantis uel sextantis obseruetur stellae L, cuius asc. R. quaeritur, distantia, ab illa S, cuius asc. R. iam nota est. quo facto cognoscitur arcus S L.

3. Quia

3. Quia notae sunt declinationes SA , LE , earum complementa ad quadrantem SP , LP , ignorari nequeunt. quare in \triangle obliquo SP , L , P , notis tribus lateribus, quaeritur angulus P . (§. 43. Tr. S.) cuius mensura est arcus aequatoris AE , qui differentiam ascensionum rectarum indicat. Arcus nempe AE additur ad asc. R . stellae S , si L plus distat a principio arietis, quam S , subtrahitur in casu contrario, (§. 118) et utrobique asc. R . stellae L prodibit.

CONSECTARIVM.

CXXXIV. Si stella fuerit in aequatore in E , uel infra eundem in O , soluenda sunt $\triangle\triangle$ SPE , SPO .

DEFINITIO XXXVI.

CXXXV. *Culminatio* stellae uocatur accessus eiusdem ad partem meridiani superiorem. *Mediatio*, item *medium*, uel *culmen coeli* dicitur gradus eclipticae, qui stellam culminantem per meridianum comitatur. quod si datum punctum coeleste sit in ipsa ecliptica, tum punctum aequatoris una meridianum transiens, siue ascensio recta, est eiusdem culmen coeli.

DEFINITIO XXXVII.

CXXXVI. *Elongatio* a meridiano est distantia stellae ab eodem, mensurata arcu aequatoris, qui interea, dum stella a meridiano digreditur, per eundem fuit promotus.

CONSECTARIVM.

CXXXVII. *Elongatio solis a meridiano in-*

notescit cum tempore, quod a proximo meridie est elapsum, uel quo sol ab instante meridie distat. illud enim conuersum in arcum aequatoris (§. 125) distantiam a meridiano prodit.

PROBLEMA XVII.

CXXXVIII. *Data altitudine stellae, cuius nota est declinatio, et ascensio R., dataque eleuatione poli et asc. R. solis, inuenire stellae elongationem a meridiano, et horam noctis.*

Resolutio. 1. Obseruetur stellae extra notabilis refractionis periculum positaе, (§. 76) altitudo SL . hac cognita in $\triangle SPZ$ dantur (1) SZ compl. altitudinis, (2) SP . compl. declinationis. (3) PZ distantia zenith a polo (§. 94) ex his quaeritur angulus P , (§. 43. Tr. S.) cuius mensura AD est stellae *elongatio* a meridiano.

2. Arcus elongationis AD , subducatur ex asc. R. stellae, si haec fuerit in hemisphaerio orientali, uel addatur eidem in casu contrario et utroque casu cognoscitur asc. R. medii coeli. (s. puncti eclipticae, quod eo tempore est sub meridiano)

3. Ab asc. R. medii coeli subtrahatur ascensio R. solis, additis 360 gr. si opus fuerit, residuum conuertatur in tempus solare, (§. 125) et innotescet tempus a praecedente meridie praeterlapsum.

CONSECTARIUM.

CXXXIX. Vicissim pro dato tempore inuenitur

nitur stellae altitudo. datur enim rum elongatio a meridiano, siue arcus AD , et oppositus eidem angulus P , notisque lateribus intercipientibus ZP , SP , quaeritur ZS compl. altitudinis SL . (§. 41. Tr. sp.)

PROBLEMA XVIII.

CXL. *Inuenire tempus, quo stella fixa, cuius ascensio R . nota est, culminat supra horizontem datum.*

Resolutio. 1. Quaeratur asc. R . solis pro illo die, quo stellae culminatio desideratur. (§. 119)

2. Haec a data ascensione R . stellae culminaturae subtrahatur, additis ad eam, si opus sit, 360 gr. residuum est elongatio solis a meridiano, pro tempore culminationis stellae.

3. qua conuersa in tempus solare (§. 125), innotescunt horae et minuta, quae a meridie proxime praeterito effluxerunt. ex quibus, qua hora stella interdiu uel noctu culminatura uel in meridiano futura sit, elucescet.

PROBLEMA XIX.

CXLI. *Data eleuatione poli et declinatione stellae, inuenire huius differentiam ascensionalem.* (F. 23.)

Resolutio. In $\triangle OSL$ rectangulo ad L , datur declinatio SL , cum angulis L et O , quaeritur OL . (§. 27. Tr. S.)

CONSECTARIUM

CXLII. Si nota fuerit eiusdem stellae ascensio recta, (§. 132) et stella habeat declinationem

septentrionalem, differentia ascens. ex asc. R. subtrahitur, si uero decl. sit australis, eidem additur, et *ascensio obliqua stellae* cognoscitur.

PROBLEMA XX.

CXLIII. *Inuenire arcum semidiurnum et tempus morae dimidiaae stellae supra horizontem.*

Resolutio. 1. Si declinatio stellae sit borealis, differ. ascensionalis OL , additur ad quadrantem aequatoris AO ; si uero declinatio sit australis EM , differ. ascens. EO subtrahitur a quadrante AO , et utroque casu innotescet arcus aequatoris AL , uel AE , respondens arcui semidiurno stellae DS uel IM .

2. Hic arcus conuersus in tempus solare, (§. 125) ipsum tempus morae dimidiaae stellae supra horizontem indicabit.

CONSECTARIVM.

CXLIV. Si ad tempus culminationis addatur dimidia mora stellae supra horizontem, tempus occasus a summa significatur. Si uero a momento occasus, XII horis aucto, mora tota stellae supra horizontem subtrahatur, supererit momentum ortus.

PROBLEMA XXI.

CXLV. *Inuenire quantitatem refractionis stellarum, pro quacunque stellarum altitudine.*

Resolutio. 1. Eligatur stella, quae, dum culminat, haud procul a uertice abest.

2. In-

2. Inquiratur in ueram eius altitudinem humiliorem, quae eandem refractioni notabili reddit obnoxiam, pro tempore assumpto. (§. 139.) assumitur autem tempus momento ortus uel occasus stellae uicinum. (§. 144.)

3. Inuento tempore, obseruetur stellae altitudo uisa, quae maior est uera ob refractionem. (§. 77.)

4. Itaque altitudo uera dematur a uisa, et differentia indicabit refractionis magnitudinem.

DEFINITIO XXXVIII.

CXLVI. *Longitudo* uel *locus astro-* (F. 24.) *nomicus* stellae, uocatur arcus eclipticae, inter principium arietis, et quadrantem, qui ex polo eclipticae per stellam usque ad eclipticam ducitur, intermedius. CG est longitudo stellae S. uel saltem indicatur gradus eclipticae G, quem quadrans ISG attingit, qui gradus *longitudo discreta* nominatur.

DEFINITIO XXXIX.

CXLVII. *Latitudo* est distantia stellae ab ecliptica, uersus boream uel uersus austrum positae, SG, sg, mensurata portione quadrantis, ex polo eclipticae per stellam ad eclipticam usque ducti, qui *quadrans latitudinis* solet uocari. diuiditur latitudo in *borealem* SG et *australem* sg, prout uel in boreali uel australi respectu eclipticae hemisphaeris stella deprehenditur.

PROBLEMA XXII.

CXLVIII. *Datis, declinatione et ascen-*

Bb 2

sione

sione recta stellae, nec non obliquitate eclipticae, inuenire illius latitudinem et longitudinem.

F.25.) Resolutio. Pro latitudine DS.

1. In $\triangle HGC$ dantur (1) rectus angulus H, (2) ang. C. obliqu. ecl. (3) HC compl. ascens. R. ad semicirculum, quaeritur crus HG (§. 26. Tr. S.)

2. quia HS est nota stellae declinatio, subtrahatur inde HG, restat SG.

3. quaeratur hypot. GC. (§. 16. Tr. S.) et angulus G. (§. 12 et 39. Tr. S.) cui opponitur uerticalis aequalis.

4. Porro in $\triangle DSG$ rectangulo ad D, comparisonem oppositorum, $D : SG = G : DS$ inueniatur latitudo DS.

Pro Longitudine.

1. In eodem $\triangle DSG$ quaeratur portio DG. (§. 27. Tr. S.)

2. haec addatur noto arcui GC, et produceretur DC complementum longitudinis ad semicirculum, unde ipsa *longitudo* continua uel discreta innotescit.

Reliqui casus ex hoc facile diiudicantur, modo sphaera coelestis ante oculos sistatur, ut datorum et quaesitorum mutua positio distinctius repraesentetur.

SCHOLION.

CXLIX. Tali artificio astronomi admiranda solertia catalogum stellarum praecipuarum digesserunt. quo labore primus perfunctus est HIPPARCHVS, qui stellis 1022 latitudinem et longitudinem adscripsit, quibus

quibus **PTOLEMAEVS**, qui **Hipparchi** catalogum posteris seruauit, quatuor insuper stellarum loca adiecit. **VLVGBEIGH** Tartarus, magni Tamerlanis nepos, 1017 stellas propriis obseruationibus in indicem ad a. Chr. 1437. redegit. **TYCHO**, astronomiae instaurator, accuratiorem catalogum fixarum mille composuit, quem **KEPLER** sub finem Rudolphinar. p. 105. affert. **HEVELIUS**, uti supra dixi (§. 12) stellas 1888. in catalogo suo enumerat, assumtis uenpe australibus ab Halleio primum obseruatis. Denique **IO. FLAMSTEDIUS** omnium antecessorum industriam superare annisus est, condito catalogo Britannico 3000 fixarum, in quibus tamen plurimae telescopiis tantum conspicuae notantur. v. Pars III. Historiae coelestis Britann. ed. Londini 1725. f. plura de hac re tradunt **HEVEL.** Prodr. astron. **GREGORIUS** astron. phys. et geom. p. 166. et **KEIL** introd. in ueram astron. p. 54.

CONSECTARIVM.

CL. Si sphaera materialis paretur, et in eadem aequator et ecliptica, cum polis suis, situ debito signentur, et singuli in 360 gradus diuidantur, posset beneficio latitudinis et longitudinis cuius stellae locus competens in illa sphaera tribui. Enimvero solent loca stellarum astronomica in chartaceis retibus exhiberi, ut his in sphaera agglutinatis ipsa coeli facies compendiosius ob oculos ponatur. conf. **Doppelmaieri** contin. 3. officinae mathem. Bionis. c. 1. quare cum tales sphaerae aequo ubique pretio uenales extent, de compositione earum latius agere superuacaneum duco.

SCHOLION I.

CLI. Sed tamen cum sphaerae, in quarum superficie ecliptica et aequator inscribuntur, temporis progressu uirium contrabant, siquidem, ob praecessionem

punctorum aequinoctialium, fixarum situs intra 70 fere annos uno gradu in consequentia promouetur, ut suo loco dicemus, et sunt etiam alia, quae in illis iure desiderantur, ideo **ERHARDVS WEIGELIVS** laudabili instituto sphaeras coelestes ex metallicis laminis fieri, et stellarum puncta, pro diuersa magnitudine apparente, foraminibus pertusis repraesentari, eclippticam uero mobilem applicari curauit, et astrodicticum pro stellis discernendis meridiano imposuit, globosque coelestes ita emendatiores reldidit, de quibus ipse auctor tum peculiari schediasmate germ. tum in descriptione globor. Heraldicor. sphaericae Euclidaeae praemissa fusius edisseruit.

SCHOLION II.

CLII. Postquam hucusque de punctis coelestibus, ad horizontem, (§. 67-106) aequatorem, (§. 107-117) horizontem et aequatorem simul, (§. 118-134) ad meridianum, (§. 135-144) nec non ad eclippticam (§. 146-151) relatis, actum fuit, superest, ut sigillatim, de relatione stellarum ad solem horizonti uicinum, exponamus, qua quippe olim poetae et rei rusticae scriptores uerere tempora anniuersaria haud inepte distinguere consueuerunt.

DEFINITIO XL.

CLIII. Scilicet ortus et occasus poeticus est, quando stella ad solem et horizontem refertur, est autem triplex. 1. *Ortus cosmicus*, quando stella oritur simul cum sole oriente. *occasus cosmicus*, quando stella occidit, sole e regione oriente. et generatim hic ortus et occasus dicitur *matutinus*. 2. Huius opponitur *Ortus et occasus acronychus*, siue *uespertinus*, nempe *ortus acronychus* est, quando punctum coeleste sub principium noctis, sole opposito descendente, oritur, *occasus acronychus*, quan-

quando punctum coeli una cum sole infra horizontem conditur. 3. Denique his accedit *ortus* et *occasus stellarum improprie sic dictus*, quando stella non ad horizontem, sed ad radios solares, e quibus emergit, uel in quos immergitur, refertur. Vocatur enim *occasus beliacus*, quando stella hactenus in coelo noctu uisa, iam solis uicini splendore occultatur. et *ortus beliacus* est, cum stella, quae hactenus intra uicini solis radios latuit, iam iterum ex illis emergit et apparet.

CONSECTARIVM I.

CLIV. Etiam horum ortuum et occasuum momenta accuratius trigonometricè possunt inuestigari, uerum cum id laboriosa ambage praestare operae pretium non uideatur, sufficit, si globi cœlestis adminiculo hæc comparatio instituat. Itaque adducto loco solis ad horizontem ortuum, stellae, quae una ibi haerent, habent ortum cosmicum, aliae autem e regione cosmice occidunt. similiter, si locus solis in occasu statuatur, stellae, quae una occidunt, acronychum occasum, quae in opposita meridiani parte oriuntur, acronychum ortum habent. Atque sic quidem pro dato anni tempore ortus et occasus matutini et uespertini quaeruntur. Vicissim, si stella assumatur, et tempus, quo illa matutinum uel uespertinum ortum et occasum celebratura sit, indagetur, non alia re opus est, quam ut, stella ad horizontem adducta, notetur gradus eclipticae, uel una

oriens, uel ex opposito occidens, et huic competens dies e calendario horizonſis assignetur.

CONSECTARIVM II.

CLV. Quantum attinet ad ortum et occasum heliacum, ille non omnibus sideribus eadem ratione contingit. quae enim copiosiore luce praedita sunt, illa non nisi a sole uiciniorē occultari possunt. reliqua minus illustra etiam solis remotioris fulgore obumbrantur. experientia astronomi didicere, tales requiri solis profunditates, ut sidus iuxta horizonſem positum a radiis solis liberetur, et heliace oriatur, nempe ♀ 5 gr. 24 et ☿ 10 gr. ♄ 11 gr. 6 11½ gr. fixae primae magnitudinis 12 gr. secundae 13. tertiae 14 gr. etc. profunditatem solis (quam *arcum sulsionis* uel *apparitionis* uocare solent.) postulant, ut prope horizonſem, infra quem sol later, conspici queant. His profunditatis gradibus si sphaera coelestis accommodetur, monstrabit stellas, quae heliace oriuntur uel occidunt. Latius tractat hoc argumentum, et poetarum aliorumque scriptorum ueterum loca, quae huc perueniunt, illustrat RICCIOLVS Almag. P. I. p. 468.

DEFINITIO XLI.

CLVI. *Crepusculum* uocatur prima lux, quae ante ortum solis, et ultima, quae post eius occasum prope horizonſem apparet.

OBSERVATIO V.

CLVII. *Docet autem experientia, crepuscu-*

pusculorum durationem admodum esse variabilem. nam diuturniora sunt uespertina matutinis, et aestiua bibernis. quin aestate, cum sol prope solstitialia puncta uersatur, in sphaera obliqua, ubi eleuatio poli maior est, circiter quadraginta octo gradibus, crepusculum per totam noctem cernitur, et ubi sphaerae situs ad parallelam appropinquat, ibi per duos pluresue menses claritas aeris prope horizontem noctu resplendescit.

CONSECTARIUM.

CLVIII. Cum itaque manifestum sit, lucem illam crepuscularem a sole infra horizon(·F.26. tem condito ad nos peruenire, unde directos mittere ultra finitotem radios nequit, (§. 22. opt.) sequitur, radios solis directos SB a particulis atmosphaerae B , tam reflexione quam refractione inclinatos ad spectatoris A oculum propagari. ex quo intelligitur, cur diutius dureret crepusculum uesperis et aestate, quia nempe tum expansa a solis calore atmosphaera attollitur, ut citius lucem illius interciperet et inflectere possit.

SCHOLION I.

CLIX. Quod dixi de refractione, eiusque potestate, ad mutandam uiam radiorum, a sole infra horizontem posito, recta in atmosphaeram nostram emissorum, hodie quidem omni dubitatione caret. at enim uero ueteres quidam illa neglecta, cum putarent, radium SB , qui primus a sole in aerem supra horizontem potest penetrare, inde ex B tanquam a specula cauo reflecti uersus A , ut anguli ABC et CBH

sint aequales, (§. 7. 8. Catoptr.) hac opinione occupati, spem conceperunt, inueniendae ex duratione crepusculorum altitudinis aeris terram ambientis. nam posito angulo $RB S = 18$ gr. pro profunditate solis, cum incipit crepusculum uel desinit, contiguus $AB H$ foret $= 180 - 18 = 162$ (§. 45. geom.) let $CB H = 81$, assumptaue semid. terr. CH 860. mill. Germ. aliunde nota, (§. 17) reperiretur linea CB circiter 871. Mill. G. (§. 42. Tr. pl.) et $GB = 11$ Mill. G. uerum quia multiplici reflexioni et refractioni obnoxius est radius, antequam ad B pertingat, apparet, solutionis postulata laudatae nequaquam esse talia, ut absque haesitatione admitti queant. conf. VARENII Geogr. gener. c. 19, prop. 37. WEIGELIUS ex duratione crepusculi altitudinem aeris 4. Mill. G. colligit. Sphaer. euclid. p. 109.

SCHOLION II.

CLX. KEPLERVS epit. astron. copern. L. 1. p. 73. sq. adhuc aliam crepusculorum causam coelestem, pro explicandis illorum phaenomenis, admittendam censet, nempe auram aetheream soli proxime circumfusam, ad amplitudinem aliquot graduum splendentem ob solis viciniam, alias magis alias minus, quae tempus aliquod occupat oriendo, donec tandem sol ipse oriat, uel occidendo, postquam sol ante iam horizontem subiit. Ut hac posita causa ostendi possit; cur lux crepusculina in arcum diffundatur, et sensim paulatimque crescat uel minuatur. Postea summus astronomus CASSINI observationibus plurimis comprobatis, utique solem ab utroque latere lumen aliquod, secundum eclipticam fere diffusum, lentiformi figura, prope horizontem 30 uel plures gradus latum, et in extremam cuspidem contractum, comitari, cuius claritas uiae lacteae haud est absimilis, quodque mane inprimis post aequinoctium autumnale, mense octobri, et uesperis exeunte Februario, nocte serena sed illi distinctius apparet, et ueteribus quoque philosophis haud ignotum fuit. v. SENECAE qu. nat. L. 7. c. 5. ARISTOT. meteor. L. 1. c. 6. quemadmodum latius de eodem differit in tr., cui tit. decouverte de la lumiere celeste qui paroît dans le zodiaque. ed. a. 1685.

Paris. f. v. Recueil d' observations. n. 6. add. Act. Erud. L. a, 1683. p. 274. et nuper demum ingeniosissimus uir DN. DE MAIRAN dans le traité physique et historique de l' aurore boreale. Paris 1733. 4. non solum luminis zodiacalis et atmosphaerae solaris phaenomena plenius et luteolentius descripsit, sed etiam illius in excitanda producendaque aurora boreali uim uberius, magnoque reconditae eruditionis physicae et mathematicae apparatus declarare annisus est.

PROBLEMA XXIII.

CLXI. *Inuenire profunditatem solis infra horizontem, quae crepusculi matutini initio, uel uespertini fini responder.*

Resolutio. 1. Eo tempore, quo lux (F. 27) crepera in horizonte mane primum apparet, uel uesperis ultimo euanescit, capiatur altitudo stellae cuiusdam, (§. 69) cuius nota est declinatio et ascensio recta, et inde colligatur hora pocus. (§. 138)

2. Loco quoque solis noto, quaeratur tempus ortus eiusdem et semidiurnum. (§. 126. 127)

3. Datis loco solis, et eius declinatione SD, innotuerunt (1) PS complementum declinationis, (2) ZP distantia zenith et poli. (§. 94) (3) arcus horarius SE conuersus in gradus, (§. 125) additus arcui semidiurno ME (§. 126) manifestat arcum aequatoris AD, qui est mensura anguli P. quaeritur SY portio circuli uerticis, quae depressionem solis infra horizontem metitur. Sed quia in $\triangle ZPS$, arcus ignotus ZS quadrante maior est, loco illius resoluitur $\triangle SGF$, ubi dantur (1) angulus G compl. ang. P. (2) GF distantia nadir et poli (3)

(3) GDS compositus arcus ex GD = 90 gr. et DS declin. solis. quaeritur FS complem. profunditatis solis. (§. 41. Tr. S.)

SCHOLION.

CLXII. *Hoc modo uariis obseruationibus comper-
tum fuit, crepusculum incipere uel desinere, quando
sol habet profunditatem 16. 17. 18. imo 20 graduum.
v. RICCIOL Alm. P. I. p. 39.*

PROBLEMA XXIV.

CLXIII. *Data eleuatione aequatoris et
poli, inuenire tempus, quo crepusculum per-
petuum tota nocte durat.*

Resolutio. A profunditate aequatoris (§. 94) subducantur 18 gradus, & relinquitur declinatio borealis, cui aequalem uel illa maiorem dum sol signa septentrionalia peragrans, habet, crepusculum tota nocte durat. quaesita ergo declinatio in tabulis indicabit gradus eclip-
ticae a puncto solstitiali aestiuo utrimque aequaliter remotos, in quibus dum sol uersatur, crepusculum perpetuum incipit uel desinit. His gradibus in ephemeridibus dies calenda-
rii adscripti sunt, in quibus initium uel finis crepusculi perpetui contingit, quibus cogni-
tis, una tempus intermedium, quo crepuscu-
lum pernox cernitur, innotescit.

SCHOLION.

CLXIV. *Enarrata hactenus astronomiae sphaericae
problemata auxilio sphaerae coelestis compendiose, exsi-
mius accurate, soluentur. Modus autem tractandi
hoc instrumentum, ut punctorum coelestium situm,
ad suos limites relatum, ob oculos ponat, tum ex de-
finitio-*

Fig. Astron.



1

2

definitionibus, quae suis locis explicatae sunt, tum etiam ex generali de themate coeli propositione, (§. 100.) luculenter satis intelligitur, insuperque in lectionibus exemplis amplius monstrari potest, ut iam de eo plura verba facere, opus baud videatur.

ASTRONOMIAE

PARS II.

THEORICA.

CAPVT I.

DE

SYSTEMATE MVNDI ET ADSPECTIBVS PLANETARVM.

DEFINITIO I.

I. *Systema mundi* est hypothesis astronomorum, de ordine, siue loco, situque mutuo corporum mundanorum, maxime planetarum.

CONSECTARIVM.

II. Talis opinio, de coelorum orbibus ordinandis, non solum solerti et multiplici observationum comparatione, primum hominibus innotuit, sed etiam ad earundem fidem perpetuo exigi et emendari debet: et quamdiu de vera uniuersi dispositione nobis non constat, illud systema iure reliquis praefertur, quo posito,

oriens, uel ex opposito occidens, et huic competens, dies e calendario horizontis assignetur.

CONSECTARIUM II.

CLV. Quantum attinet ad ortum et occasum heliacum, ille non omnibus sideribus eadem ratione contingit, quae enim copiosiore luce praedita sunt, illa non nisi a sole uiciniorē occultari possunt. reliqua minus illustra etiam solis remotioris fulgore obumbrantur. experientia astronomi didicere, tales requiri solis profunditates, ut sidus iuxta horizontem positum a radiis solis liberetur, et heliace oriatur, nempe ♀ 5 gr. 4 et ♀ 10 gr. ♀ 11 gr. 6 11½ gr. fixae primae magnitudinis 12 gr, secundae 13. tertiae 14 gr. etc. profunditatem solis (quam *arcum sulsionis* uel *apparitionis* uocare solent.) postulant, ut prope horizontem, infra quem sol lateret, conspici queant. His profunditatis gradibus si sphaera coelestis accommodetur, monstrabit stellas, quae heliace oriuntur uel occidunt. Latius tractat hoc argumentum, et poetarum aliorumque scriptorum ueterum loca, quae huc pertinent, illustrat RICCIOLVS Almag. P. I. p. 468.

DEFINITIO XLI.

CLVI. *Crepusculum* uocatur prima lux, quae ante ortum solis, et ultima, quae post eius occasum prope horizontem apparet.

OBSERVATIO V.

CLVII. *Docet autem experientia, crepuscu-*

pusculorum durationem admodum esse variabilem. nam diuturniora sunt uespertina matutinis, et aestiua bibernis. quin aestate, cum sol prope solstitialia puncta uersatur, in spbaera obliqua, ubi eleuatio poli maior est, circiter quadraginta octo gradibus, crepusculum per totam noctem cernitur, et ubi spbaerae situs ad parallelam appropinquat, ibi per duos pluresue menses claritas aeris prope horizontem noctu resplendescit.

CONSECTARIUM.

CLVIII. Cum itaque manifestum sit, lucem illam crepuscularem a sole infra horizon- (F. 26. tem condito ad nos peruenire, unde directos mittere ultra finitorem radios nequit, (§. 22. opt.) sequitur, radios solis directos SB a particulis atmosphaerae B , tam reflexione quam refractione inclinatos ad spectatoris A oculum propagari. ex quo intelligitur, cur diutius dureret crepusculum uesperis et aestate, quia nempe tum expansa a solis calore atmosphaera attollitur, ut citius lucem illius intercipere et inflectere possit.

SCHOLION I.

CLIX. Quod dixi de refractione, eiusque potestate, ad mutandam uiam radiorum, a sole infra horizontem posito, recta in atmosphaeram nostram emissorum, hodie quidem omni dubitatione caret. at enim uero ueteres quidam illa neglecta, cum putarent, radium SB , qui primus a sole in aerem supra horizontem potest penetrare, inde ex B tanquam a specula cauo reflecti uersus A , ut anguli ABC et CBH

sint aequales, (§. 7. 8. Catoptr.) hac opinione occupati, spem conceperunt, inueniendae ex duratione crepusculorum altitudinis aeris terram ambientis. nam posito angulo $RB S = 18 \text{ gr.}$ pro profunditate solis, cum incipit crepusculum uel desinit, contiguus ABH foret $= 180 - 18 = 162$ (§. 45. geom.) let $CBH = 81$, assumtaque semid. terr. $CH = 860$. mill. Germ. aliunde nota, (§. 17) reperiretur linea CB circiter 871. Mill. G. (§. 42. Tr. pl.) et $GB = 11$ Mill. G. uerum quia multiplici reflexioni et refractioni obnoxius est radius, antequam ad B pertingat, apparet, solutionis postulata laudatae nequaquam esse talia, us absque haesitatione admitti queant. conf. *VARENII* Geogr. gener. c. 19, prop. 37. *WEIGELIVS* ex duratione crepusculi altitudinem aeris 4. Mill. G. colligit. *Sphaer. euclid.* p. 100.

SCHOLION II.

CLX. KEPLERVS epit. astron. copern. L. 1. p. 73. sq. adhuc aliam crepusculorum causam coelestem, pro explicandis illorum phaenomenis, admittendum censet, nempe auram aetheream soli proxime circumfusam, ad amplitudinem aliquot graduum splendentem ob solis uiciniam, alias magis alias minus, quae tempus aliquod occupat oriendo, donec tandem sol ipse oritur, uel occidendo, postquam sol ante iam horizontem subiit. Ut hac posita causa ostendi possit, cur lux crepusculina in arcum diffundatur, et sensim paulatimque crescat uel minuat. Postea summus astronomus **CASSINI** observationibus plurimis comprobabit, utique solem ab utroque latere lumen aliquod, secundum eclipticam fere diffusum, lentiformi figura, prope horizontem 30 uel plures gradus latum, et in extremam cuspidem contractum, comitari, cuius claritas uiae lacteae haud est absimilis, quodque mane inprimis post aequinoctium autumnale, mense octobri, et uesperis exeunte Februario, nocte serena sed illuni distinctius apparet, et ueteribus quoque philosophis haud ignotum fuit. v. **SENECAE** qu. nat. L. 7. c. 5. **ARISTOT.** meteor. L. 1. c. 6. quemadmodum latius de eodem differit in tr., cui tit. decouverte de la lumiere celeste qui paroît dans le zodiaque. ed. a. 1685.

Paris. f. v. Recueil d' observations. n. 6. add. Act. Erud. L. a, 1683. p. 274. et nuper demum ingeniosissimus uir DN. DE MAIRAN dans le traité physique et historique de l' aurore boreale. Paris 1733. 4. non solum luminis zodiacalis et atmosphaerae solaris phaenomena plenius et luculentius descripsit, sed etiam illius in excitanda producendaque aurora boreali nimis uberius, magnoque reconditae eruditionis physicae et mathematicae apparatus declarare annisus est.

PROBLEMA XXIII.

CLXI. *Inuenire profunditatem solis infra horizontem, quae crepusculi matutini initio, uel uespertini fini responder.*

Resolutio. 1. Eo tempore, quo lux (F. 27. crépera in horizonte mane primum apparet, uel uesperis ultimo euanescit, capiatur altitudo stellae cuiusdam, (§. 69) cuius nota est declinatio et ascensio recta, et inde colligatur hora poctis. (§. 138)

2. Loco quoque solis noto, quaeratur tempus ortus eiusdem et semidiurnum. (§. 126. 127)

3. Datis loco solis, et eius declinatione SD, innotuerunt (1) PS complementum declinationis, (2) ZP distantia zenith et poli. (§. 94) (3) arcus horarius SE conuersus in gradus, (§. 125) additus arcui semidiurno ME (§. 126) manifestat arcum aequatoris AD, qui est mensura anguli P. quaeritur SY portio circuli uerticis, quae depressionem solis infra horizontem metitur. Sed quia in $\triangle ZPS$, arcus ignotus ZS quadrante maior est, loco illius resoluitur $\triangle SGF$; ubi dantur (1) angulus G compl. ang. P. (2) GF distantia nadir et poli

(3)

(3) GDS compositus arcus ex $GD = 90$ gr. et DS declin. solis. quaeritur FS complem. profunditatis solis. (§. 41. Tr. S.)

SCHOLION.

CLXII. Hoc modo variis observationibus comperum fuit, crepusculum incipere uel desinere, quando sol habet profunditatem 16. 17. 18. imo 20 graduum. v. RICCIOL Alm. P. I. p. 39.

PROBLEMA XXIV.

CLXIII. Data eleuatione aequatoris et poli, inuenire tempus, quo crepusculum perpetuum tota nocte durat.

Resolutio. A profunditate aequatoris (§. 94) subducantur 18 gradus, & relinquitur declinatio borealis, cui aequalem uel illa maiorem dum sol signa septentrionalia peragrans, habet, crepusculum tota nocte durat. quaesita ergo declinatio in tabulis indicabit gradus eclipticae a puncto solstitiali aestiuo utrimque aequaliter remotos, in quibus dum sol uersatur, crepusculum perpetuum incipit uel desinit. His gradibus in ephemeridibus dies calendarii adscripti sunt, in quibus initium uel finis crepusculi perpetui contingit, quibus cognitis, una tempus intermedium, quo crepusculum pernox cernitur, innotescit.

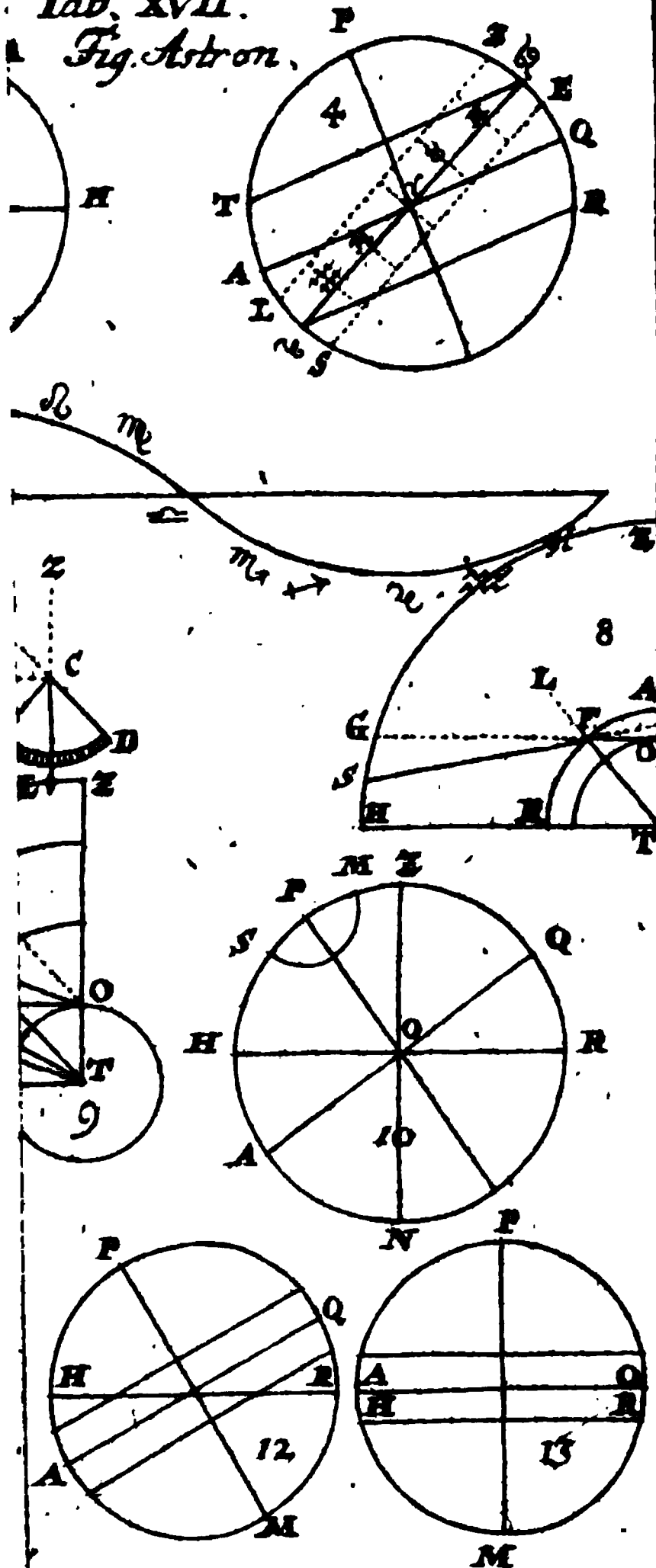
SCHOLION.

CLXIV. Enarrata batenus astronomiae sphaericae problemata auxilio sphaerae coelestis compendiose, etsi minus accurate, soluentur. Modus autem tractandi hoc instrumentum, ut punctorum coelestium situm, ad suos limites relatum, ob oculos ponat, tum ex de-

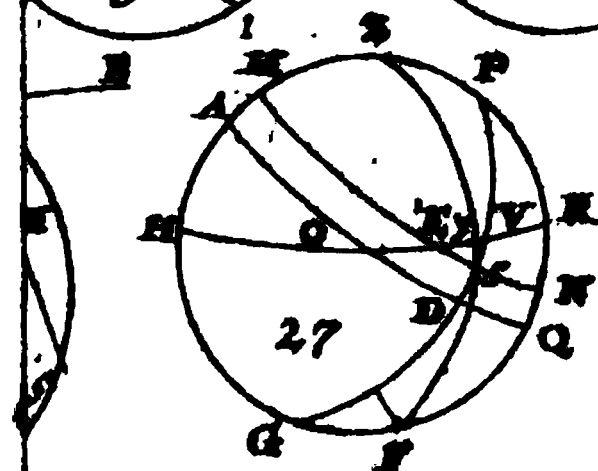
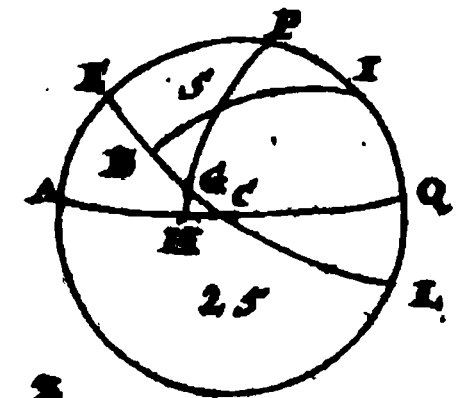
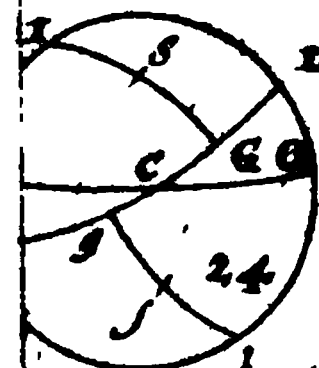
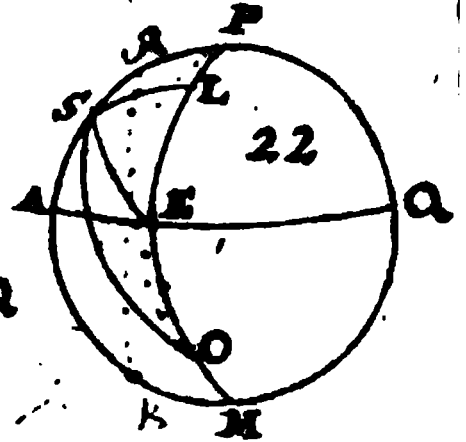
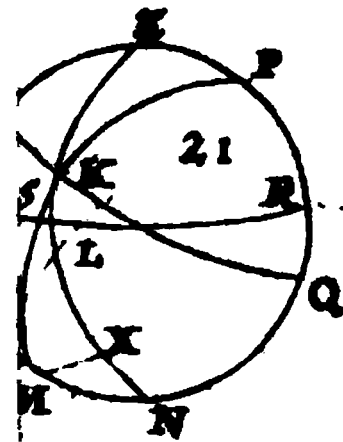
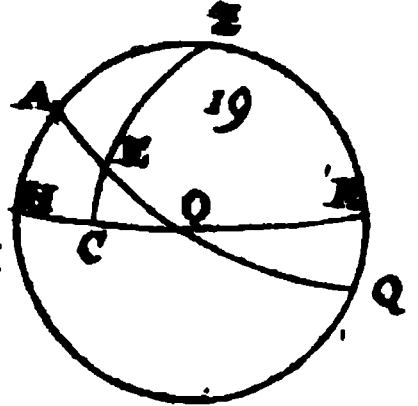
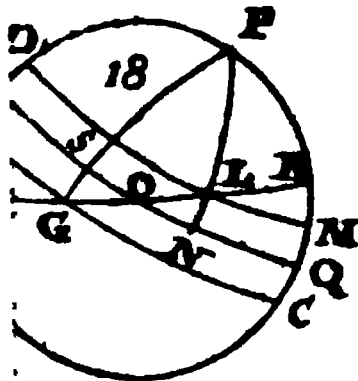
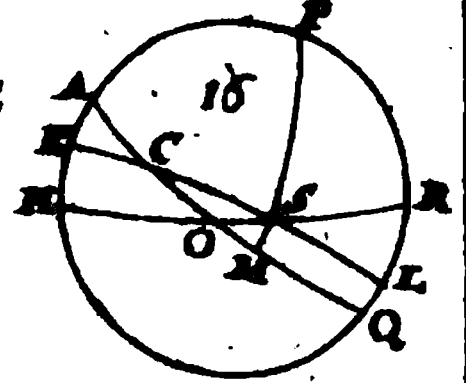
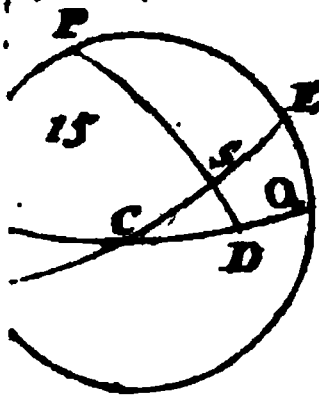
finitur.

Tab. XVII.

Fig. Astron.



XIX.



tum systema planetarium lux et calor diffunditur. de illius natura plures collegit sententias HUGO SEMPLIVS de mathem. disciplinis L. X. c. VI. p. 213. add. ELMARTI Iconographia nova contemplationum de sole. Norimb. 1701. f. ex veteribus conf. PLUTARCH. d. plac. phil. II. 20. sq.

OBSERVATIONES MACVLARVM SOLARIVM.

XVI. 1. Nonnunquam in solis disco apparent spatiosa nigricantia, rotunda, uel ovali, uel irregulari figura, nuclea praedita obscuro, cuius peripheria rubra coeruleoque colore tingitur, quae maculae uocari solent. 2. Dixi nonnunquam tales maculas uideri, nam saepe intra plures dies, uel menses, quin etiam intra plures annos nullae conspiciuntur, quemadmodum sub finem seculi superioris astronomi Parisini annotarunt. v. PICARDI iter uranib. p. 2. 3. Numerus earum, quae simul in sole sunt, uariatur. modo enim unica ibi reperitur, modo 10. 20. 30. uel plures apparent. SCHELLERVS semel 50 maculas in sole uidit. 4. Magnitudo quoque apparens diuersa est, earum diameter, solaris diametri pars est centesima, quinquagesima, tricesima, uigesima et adhuc maior. 5. Ordinarie primum in conspectum prodeunt prope marginem

ginem solis orientalem, inde oblique procedunt ad marginem occidentalem, ibique evanescunt. linea motus recta est circa solstitia, alias curvam sequuntur. 6. Mouentur prope utrumque marginem tardius, in medio solis disco celerius progrediuntur. 7. Juxta marginem visae minores, in medio disco maiores apparent. 8. Quandoque una macula in plures discerpta abit, et vicissim plures in unam coire putantur. 9. Visae etiam sunt, quae in medio sole primum prodierunt, uel ibidem oculis sese subdixerunt. 10. Motus macularum in conuerso ad terram solis bemispbaeria prope modum. 14. diebus durauit, et simili spatio in bemispbaeria posteriore haeserunt, et periodum circiter 27 diebus absoluerunt. HAMEL Hist. Ac. R. 1686. p. 261. nam redierunt aliquae semel iterumque. pleraeque tamen non reuertuntur, sed in opposito bemispbaeria euanescent. 11. Maculae in locis terrae longo interuallo diffitis simul obseruatae, in idem solaris disci punctum relatae fuerunt. Comment. Ac. R. 1701. p. 345. 12. Denique Scheinerus, Heuclius et alii faculas quoque, siue plagas orbis solaris clariores, umbris tamen nonnullis distinctas conspexerunt.

CONSECTARIVM I.

XVII. Ex his experimentis colligitur, maculas esse moles opacas, quas radii solares penetrare nequeunt, sed quae ante solem positae, eius lumen, eo loco, ubi haerent, a nobis auerunt. Colores autem peripheriae adhaerentes, inflexione radiorum solis iuxta opacum maculae marginem facta, nascuntur. *v. diff. de coloribus macular. solarium. a. 1729. ed.*

CONSECTARIVM II.

XVIII. Quoniam maculae quaedam regulariter tamdiu ante solem, quamdiu post eundem mouentur, oportet eas aut disco solari inhaerere, aut ualde saltem eidem uicinas esse, ut inter arcum periodi apparentem et latentem notabile non sit discrimen. quod etiam defectus parallaxis num. XI. innuit. Ideoque plerique astronomi recentiores, maculas pro nubibus uel obscuris exhalationibus e sole exspiratis, et in atmosphaera eiusdem suspensis, habere non uerentur. praetereaue ex macularum motu, solis reuolutionem circa axem mensuram deducunt, faculas uero oriri putant, collectione luminis solis, per atmosphaeras macularum transmissi.

CONSECTARIVM III.

XIX. Quod maculae tardo prope margines uelocius medium per orbem incedant, item quod ibi minores, hic maiores, et quandoque plures cernantur, opticis causis, et conspectui modo obliquiori, modo rectiori acceptum ferendum est. (§. 58. opt.)

CON-

SCHOLION.

XX. *Maculas primi conspexere a. 1611. IO. FABRICIUS hic Vitembergae, v. narratio ei. de maculis in ☉ observatis eod. anno idib. Iun. edita, CHRISTOPHORVS SCHEINERVS, Ingolstadii, et GALILEVS in Italia. diligentissime postea pluribus annis eas specularus est Scheinerus, quas observationes descripsit in rosa ursina, a. 1630. Bracciani. f. ed. add. obseru. beliacae HEVELII in selenogr. append. p. 500. de modo observandi dictum est supra §. 81. dioptr. et in diss. de helioscopia emendata et illustrata.*

PROBLEMA II.

XXI. *Diametrum solis apparentem metiri.*

Resolutio. 1. Super linea meridiana fulcro stabili impositum telescopium astronomicum, in cuius foco filum tenue secundum diametrum tubi perpendiculariter ad horizontem, extensum est, uertatur in solem, quando meridiei momentum imminet; et notetur accessus marginis solis ad filum uerticaliter erectum, iubeaturque socius minutum temporis secundum horologii, quod tum fuit, annotare.

2. Dein, immoto interim telescopio, expectetur, donec margo orientalis uideatur ad filum appellere iterumque respiciatur scrupulum horarium respondens;

3. Numerus scrupulorum horariorum primorum et secundorum, qui durante transitu solis per meridianum elapsi sunt, conuertatur in partes aequatoris, (§. 125. sphaer.) hae patefacient arcum aequatoris, qui magnitudinem solis apparentem metitur. (§. 51. opt.)

Ob.

Observationibus RICCIOLI reperta est diam
 ☉ apparens minima 30'. 50". maxima 33'. 8".
 media 31'. 56". DELAHIRE inuenit diam. ☉
 app. max. 32. 44. minim. 31. 38.

SCHOLION.

XXII. Dum de solis magnitudine apparente expo-
 no, non praetermittenda est mentio phaenomeni notis-
 simi, quod sol et luna, prope horizontem, maiorem,
 quam quando altius sese extulerunt, orbem nobis ex-
 hibere uideantur. cum tamen experientia doceat, dia-
 metrum apparentem utriusque sideris, accuratius men-
 suratam, utrobique eiusdem ad sensum magnitudinis
 esse. VITELLO L. X. opt. pr. 54. accusat hic ui-
 sus fallaciam. nam cum sciamus, eorum obiectorum,
 quae sub aequali angulo conspiciuntur, maius esse id,
 quod est remotius, minus uero, quod est propinquius,
 (§. 52. opt.) putat ideo solis discum horizonti uicinum
 maiorem uideri, quia tractus terrae, inter oculum et
 solem interiectus, aliquatenus uisum de immani distan-
 tia edocet, (§. 64. opt.) ut sol tum remotior existime-
 tur, quam ubi altior apparet, quo casu interuallum, ex
 quo illius distantia aestimetur, in oculos non incurrit.
 consentiunt KEPLER astr. opt. p. 133. epit. p. 82. WAL-
 LIS ap. Lowthorp. Vol. 1. p. 226. et alii. ibidem p. 221.
 à Molyneusio Gassendi et Hobbesii opiniones refelluntur.
 Veruntamen forsitan nihil uetat, quo minus quis contra-
 rio modo ratiocinetur. solem nempe putari propiorem
 iuxta horizontem, ubi mediocre semidiametri horizon-
 tis sensibilis interuallum inter solem et spectatorem in-
 teriacet, ideo tum quoque maiorem eundem apparere,
 sed postquam altitudo solis creuit, ut distantia a specta-
 tore nullo spatio medio possit mensurari, eundem haberi
 pro remotiore, et disci magnitudinem apparentem mi-
 nuì (§. 57. opt.) De figura elliptica uel buali solis pro-
 pe horizontem, quae oritur, dum inferior marga plus
 refractione attollitur, quam superior, pecul. tr. ed.
 SCHEINERVS Aug. Vind. 1615. 4.

PRO-

PROBLEMA III.

XXIII. *Nota distantia lunae a terra* (F. 6.)
TL, inuenire distantiam solis a terra
T S.

Resolutio. Vesperis ante primam quadraturam, aut mane post secundam, obseruetur tempus, quo luna splendet dichotoma siue bisecta, nempe, quando linea recta dirimit partem lucidam ab obscura, eoque momento mensureretur elongatio centri lunae a centro solis, siue arcus MS, qui est mensura anguli LTS. et quia eo tempore recta LS est perpendicularis ad lineam TL, angulus L erit rectus, et ex duobus notis, cognoscitur etiam tertius S. (§. 84. geom.) quo facto, quia notum assumitur latus TL, inuenitur TS. (§. 42. Trig. pl.)

SCHOLION I.

XXIV. Inuentor pulchrae huius solutionis est *ARISTARCHVS SAMIUS*, teste *PAPPO* collect. mathem. pr. 38. qui tantam in illa fiduciam posuit, ut assereret proportionem distantiae solis a luna, ad distantiam lunae a terra, maiorem habere rationem octodecupla, sed minorem utgecupla. u. *PLUTARCH.* fragm. de facie in orbe lunae. p. m. 358. Part. 3. oper. Verum experientia docuit, difficillimam esse notationem temporis, quo lunae pars lucida ab umbrosa linea recta distinguitur, siquidem in ipsa quadratura, et ultra eam, mutatio lineae rectae in curuam, per telescopium notae melioris, non potest accurate deprehendi. u. *RICCIOL.* T. I. Alm. p. 734. differentia igitur temporis superat horam integram. interim Ricciolus, assumpto tempore medio, inter tempus quo lunae phasis est dubia, et momentum quadraturae, reperit angulum S. 30 vel 31 scrupul. prim. unde distantiam
solis

solis a terra 7575. S. Terr. produxit. u. p. 108. Sed rectius fecisset, si assumisset tempus medium inter phasin dubiam, cum luna primo caua uideri desit, et inter tempus, antequam conuexa apparere incipit, quod quidem tempus contingit post quadraturam, quo facto maiorem reperturus fuisset solis a terra distantiam. u. KEILL. introd. ad astron. p. 344.

SCHOLION II.

XXV. Cum itaque ante laudata methodus ambigua sit, recentiores astronomi alias excogitarunt, inter quas notanda inprimis est illa, ubi ingeniosissimus Casfinius ope parallaxis martis, distantiam huius planetae, et inde etiam solis, tum distantiam tum parallaxin, indagauit. u. *Recueil d' observations n. 5. p. 35. Act. erud. 1685. p. 470.* Ita detecta est distantia solis 22062. Sem. Terr. respondens parallaxi horizontali eiusdem 10 sec. (§. 88. Sphaer.) DE LA HIRIO placet parallaxis ☉ 6 sec. et distantia 34377. S. T. HEVEL. *prodr. astron. p. 40.* parallaxin 40 s. et distantiam mediam 5157. S. T. TYCHO parall. 3 min. distantiam 1150. S. T. probat.

CONSECTARIUM.

XXVI. Posse autem data semid. terr. TX et assumpta solis distantia TS, inueniri huic (F. 6. respondentem parallaxin solis diurnam TSX, satis liquet ex iis, quae in astron. sphaer. §. 88. de parallaxi dicta sunt.

PROBLEMA IV.

XXVII. Cognita distantia solis, SO, (F. 7. et semidiametro apparente, siue angulo O, inuenire semidiametrum ueram SL.

Resolutio. Quia angulus L, factus a tangente et radio est rectus, (§. 26. opt.) inueniatur SL per theor. comm. trig. pl. §. 42.

TYCHO S L reperit quinque semidiametris terrae parem, RICCIOLVS eandem esse 33 S. T. contendit. secundum illius sententiam sol 140, secundum Ricciolum 38600 globos terrae capere potest. (§. 269. geom.)

SCHOLION.

XXVIII. Satis, pro instituti ratione, de solis globo generaliter dictum est, sequitur, ut motus eiusdem explicetur. utar autem hic theoria eccentrici, quippe quae facilius et capui tironum accommodatior est.

OBSERVATIONES DE PRAECIPVIS
PHAENOMENIS MOTVS SOLIS.

XXIX. Docuit experientia, 1) solis diametrum apparentem semel quouis anno esse maximam, semel minimam. (§. 21.) 2) Deinde dum sol annuo motu eclipticam percurrit, in signis borealibus 186 dieb. 14. b. 53. m. in australibus 178. d. 14. b. 56. m. moratur, adeoque 7. dieb. 23. b. 57. m. diutius et tardius uoluitur in semicirculo zodiaci superiore quam in inferiore. RICCIOL. astron. reform. p. 22. et 3) haec inaequalitas in intermediis quoque spatiis minoribus notabilis est, ut, licet diuiso in singulos anni dies motu solis aequabili, diurnus arcus sit 59. m. 8. s. tamen aliquando cum solis discus nobis apparet minimus, per diem tantum 57. minutis progredi, et ex aduerso, quando eius discus apparet maximus, gradum unum cum minuto uno intra borat
XXIV. conficere uideatur.

DE-

DEFINITIO VII.

XXX. Haec phaenomena ut declarent astronomi, sequentem orbitae solaris (F. 8. ad terram (uel orbitae terrae ad solem) positionem assumunt.

1. Circulus ALPR notat *eclipticam* in cuius centro C terra (Copern: sol) residet.

2. Circulus minor GNKQ indicat orbitam solis, (Copern. terrae) cuius centrum E sursum a terra remouetur. ideoque hic circulus uocatur *eccentricus*.

3. Distantia centrorum utriusque circuli EC dicitur *eccentricitas*.

4. Diameter eclipticae per duo illa centra transiens AP, est *linea apsidum*.

5. Punctum G, (cui respondet in ecliptica punctum A) ubi sol maxime distat a terra, *apogaeum*, oppositum K, (in eclipt. P.) ubi sol proximus terrae est, *perigaeum*. (Copern. dicitur *aphelium* et *perihelium*)

6. Et quia motus solis oculo in E positò aequalis deberet apparere, ideo linea ESM, per punctum solis in eclipticam educta, nominatur *linea motus aequalis uel medii*; sed quia inaequalitas, quae in motu solisprehenditur, contingere putatur ob situm terrae C, extra orbitam solis, ideo linea ex C per punctum solis in eclipticam educta, CSV appellatur *linea motus inaequalis uel uari*.

7. Differentia loci utriusque MV, aequalis mensurae anguli CSE (§. 84. sphaer.) dicitur *aequatio*.

8. Ar.

8. Arcus distantiae solis ab apogaeo est *anomalía*; *uera* quidem et *coaequata* AV , quando distantia loci ueri, *media* AM , quando distantia loci medii ab apogaeo respicitur.

CONSECTARIUM I.

XXXI. Quod hoc modo ratio reddi possit eorum, quae in solis motu fuerunt obseruata, (§. 29.) palam est. nam sol remotior a nobis in G diametrum apparentem minorem, et uicinius terrae in K , diametrum apparentem maiorem habere uidebitur. (§. 57. opt.)

CONSECTARIUM II.

XXXII. Idem sol percurrentes sex signa eclipticae borealia, arcum sui circuli QGN peragrat, qui maior est arcu reliquo NKQ , in quo uersatur per sex signa eclipticae meridionalia, ergo in illo diutius quam in hoc detinetur. et ibi tardius, hic celerius moueri uidetur.

CONSECTARIUM III.

XXXIII. Sigillatim elucet ex hoc schemate, quod in primo anomaliae semicirculo GKN , dum sol ab apogaeo ad perigaeum tendit, linea motus medii ESM , praecurrat lineam motus ueri ESV ; et quod in secundo anomaliae semicirculo KQG , cum sol a perigaeo ad apogaeum progreditur, contrarium fiat, siue quod linea motus medii EOI , sequatur lineam motus ueri COD . quamobrem etiam *aequa-*

tio MV, uel DI, (quam tantisper pro mensura anguli S uel O habere liceat, §. 30. n. 7.) *ibi est subtrahenda, hic addenda, ut utroque casu ex loco medio producatu uerus. et contrarium faciendum est, si dato loco uero quaeratur medius.* ideo ueteres aequationem nominarunt *prostaphaeresin*, quasi additionem et subtractionem, siquidem utraque nonnunquam est adhibenda. Sed pergendum est, ad inueniendam solis periodum, ut deinceps quoque illius partitionem, et partium aequationem suscipere queamus.

PROBLEMA V.

XXXIV. *Aequinoctii momentum obseruare.*

Resolutio. 1. In ipso meridie diei, quem aequinoctio autumnali (quod, quia tum aer defecatiores esse solet, uerno praefertur.) ephemerides assignant, obseruetur altitudo centri solis meridiana, ope gnomonis, si fieri potest, (§. 109. 110. sphaer.) eademque subtracta refractione corrigatur. (§. 81. ib.) (addita etiam si libet parallaxi. §. 25.)

2. Quia antea iam nota est eleuatio aequatoris, (§. 94. sphaer.) si illa altitudini centri solis meridiana aequalis est, in momento meridiei sol aequatorem est ingressus, si uero fuerit maior altitudo aequatoris altitudine solis, sol post meridiem in aequatore erit, si minor, ante meridiem aequinoctium contigit, et tot quidem horis sequetur uel antecedit meridiem, quot
mi-

minutis altitudo aequatoris differt ab altitudine solis. siquidem tabulae declinationum solis (§. 113. sphaer.) docent, differentiam declinationum solis diurnam esse 24 minutorum primorum, quando sol iuxta aequatorem haeret.

CONSECTARIUM.

XXXV. Sequi hinc quidem videtur, quod, observatis duobus vel pluribus aequinoctiis auctumnalibus, inveniri possit intervallum temporis, quo sol totam eclipticam perecurrit, annuamque periodum absoluit, attamen, cum in altitudine poli et aequatoris, nec non in altitudine meridiana solis die aequinoctii, facile error unius vel semiminuti committi possit, quo facto pluribus minutis, vel integra hora, anni quantitas a vera differret; et intersit astronomiae et chronologiae, ut anni solaris magnitudo, non horis tantum integris, sed primis quoque, et quantum licet, secundis scrupulis definita habeatur, hinc aliam et tutiorem sibi viam astronomi ineundam existimaverunt, electis observationibus aequinoctiorum, inter quas aliquot seculorum spatium interpositum est, ut error, quo observationes aequinoctiorum laborant, in plures annos intermedios divisus, minuatur, et in uno anno euadat minus sensibilis. supponitur autem in tali correctione *annus Julianus 365 dier. 6. horar.* quem Sosigenes Aegyptius Iulio Caesari persuasisse fertur. PLIN. H. N. XVIII. 25.

PROBLEMA VI.

XXXVI. *Anni solaris quantitatem Iuliana emendatiorem inuenire.*

Resolutio. 1. Eligantur duae aequinoctiorum observationes; pluribus inter se seculis distinctae, et ad eundem meridianum reductae.

2. Differentia dierum, horarum et scrupulorum, qua utriusque aequinoctii termini separantur, in minuta secunda horaria conuertatur, et per numerum annorum Iulianorum interim praeterlapsum diuidatur, quotus a quantitate anni Iuliani subtrahatur, et supererit magnitudo anni solaris emendatio.

Hipparchus teste Ptol. III. 2. Alexandriae aequinoctium obseruauit, ann. ante C. N. 158. d. 27. Sept. in merid. stil. uet. Ricciolus uero aequinoctium auctumnale Bononiae reperit a C. 1643. 12. Sept. b. 21. m. 25. stil. uet. sed Alexandria Bononia Italiae orientalis est b. 1. m. 33. (inf. §. 44.) quare, cum Hipparchus solem in aequatore uidit, Bononiae fluebat d. 26. Sept. b. 22. m. 17. (§. 32. spbaer.) et limites aequinoctiorum distant 14 dieb. o b. 52. m. siue 1212720 sec. quo intervallo, ob excessum magnitudinis anni Iuliani, posterius aequinoctium citius contigit priore. itaque diuisa illa differentia per numerum annorum Iulianorum 1800 interim elapsorum, prodit error anni unius Iuliani 673 sec. siue 11'. 13". quo dempto ab anno Iuliano 365 d. 6 b. superest quantitas anni emendatio 365. d. 5 b. 48'. 47". Heuclius collata sua obseruatione cum Hipparchica reperit. 365 d. 5 b. 48'. 49", prodr. astron. p. 46.

CON.

CONSECTARIUM.

XXXVII. Iam cognita periodo motus solis integra, ope regulæ aureæ illius quoque determinatæ partes, quæ cuius dato tempori respondent, intuentur; quousque nempe sol motu medio peruenierit, intra annum communem 365, uel intercalarem 366 dierum, item quousque intra unum mensem 28.29.30.31. dierum, intra unum diem, unamue horam, procedat. e. g. infero:

d	h	Gr.	d	d
365.	5.	48'. 46"	— 360 —	365 uel 366 etc.

calculus rite tractatus prodit
 motum anni comm. II. S. 29°. 45'. 40".
 intercal. 44. 48.

NB. abiciuntur enim integri circuli 12 signor. ut saltem innotescat, quo loco orbitæ suæ sol versetur.

mens.	28. dier.	O. S.	27. 35.	I
-------	-----------	-------	---------	---

29. d.	O.	28. 35.	I
--------	----	---------	---

30. d.	O.	29. 34.	10
--------	----	---------	----

31. d.	I.	O.	33. 18
--------	----	----	--------

Diei	I.	59.	8
------	----	-----	---

Hor.	I.	2.	28
------	----	----	----

Min.	I.	2.	28 ^m .
------	----	----	-------------------

Et ex his numeris sola additione componuntur tabulæ mediorum motuum solarium, quas hoc loco ex Riccioli astronomia reformata contractas proferam, ut deinceps reperundis solis locis inserviant. De motu autem apogæi; cuius hic quoque fit mentio, mox sum dicturus.

Tab. I.

Mot. med. ☉ pro
hor. et min.

Hor.	G.	M.	S.
Min.	M.	S.	T.
1		2	27
2		4	55
3		7	23
4		9	51
5		12	19
6		14	47
7		17	14
8		19	42
9		22	10
10		24	38
12		29	34
24		59	8
30	1	13	55
50	2	3	12
60	2	27	50

Tab. II.

mot. med. ☉ pro
dieb.

Dies	G.	M.	S.
1		59	8
2	1	58	16
3	2	57	24
4	3	56	33
5	4	55	41
6	5	54	49
7	6	53	58
8	7	53	6
9	8	52	14
10	9	51	23
12	11	49	39
16	15	46	13
20	19	42	46
24	23	39	19
30	29	34	10

Tab. III.

Tab. III.

Mot. ☉ med. pro mensibus.

Mens.	Ann. Communis				Ann. Bissextilis.			
	Long. ☉ a pr. V.				Long. ☉ a pr. V.			
	S.	G.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
Jan.	I	0	33	18	I	0	33	18
Febr.	I	28	9	11	I	29	8	20
Mart.	2	28	42	30	2	29	41	38
Apr.	3	28	16	40	3	29	15	48
Mai.	4	28	49	58	4	29	49	6
Iun.	5	28	24	8	5	29	23	16
Iul.	6	28	57	26	6	29	56	34
Aug.	7	29	30	44	8	0	29	52
Sept.	8	29	4	54	9	0	4	2
Oct.	9	29	38	12	10	0	37	21
Nov.	10	29	12	22	11	0	11	31
Dec.	11	29	45	41	0	0	44	49

Pro apogaei motu singulis mensibus sume
 quina secunda scrupula.

Tab. IV.

Motuum med. ☉ pro annis Iul. addito
motu apogaei.

An.	Longit. ☉				mot. ap.		An.	Longit. ☉				mot. ap.	
Jul. S.	G.	M.	S.		M.	S.		S.	G.	M.	S.	M.	S.
1	II	29	45	41	1	2	29	II	29	58	34	30	0
2	II	29	31	21	2	4	30	II	29	44	15	31	2
3	II	29	17	2	3	6	31	II	29	29	56	32	4
4			1	50	4	8	32			14	43	33	7
5	II	29	47	31	5	10	33			24	34		9
6	II	29	33	11	6	12	34	II	29	46	5	35	11
7	II	29	18	52	7	15	35	II	29	31	46	36	13
8			3	41	8	17	36			16	33	37	15
9	II	29	49	21	9	19	37			2	14	38	17
10	II	29	35	2	10	21	38	II	29	47	55	39	19
11	II	29	20	42	11	23	39	II	29	33	36	49	21
12			5	31	12	25	40			18	24	41	23
13	II	29	51	12	13	27	41			4	5	42	25
14	II	29	36	52	14	29	42	II	29	49	46	43	27
15	II	29	22	33	15	31	43	II	29	35	27	44	29
16			7	22	16	33	44			20	14	45	31
17	II	29	53	2	17	35	45			5	55	46	33
18	II	29	38	43	18	37	46	II	29	51	36	47	35
19	II	29	29	23	19	39	47	II	29	37	17	48	37
20			9	12	20	41	48			22	4	49	39
21	II	29	54	53	21	42	49			7	45	50	41
22	II	29	40	34	22	46	50	II	29	53	26	51	43
23	II	29	26	15	23	48	51	II	29	39	7	52	45
24			11	2	24	50	52			23	55	53	48
25	II	29	56	43	25	52	53			9	36	54	50
26	II	29	42	24	26	54	54	II	29	55	17	55	52
27	II	29	28	5	27	56	55	II	29	40	58	56	54
28			12	53	28	58	56			25	45	57	56

Not.

Not. Tabulam hanc qui ulterius continuare uolet, illum oportet meminisse, quemlibet annum quartum Iulianum esse bissextilem. itaque tribus proximis post bissextilem annis, ad longitudinem anni bissextilis uel intercalaris praecedentis, additur motus anni communis II. 29. 45. 41. semel, bis, terue sumtus, sed pro anno quarto debet praecedentis anni, qui est a bissextili tertius, longitudini adiici motus anni intercalaris 44. 48. (§. 37.) Veluti cum anni 56 bissextilis longitudo sit 25', 45". addito motu anni communis II. 29. 45. 41. fit summa II'. 26" (abiecto circulo integro) longitudo anni 57. sed ut data longitudine anni 59. nempe II. 29. 42. 48. producat longitudo anni bissextilis 60, debet addi motus med. anni bissextilis 44'. 48". et fiet longitudo 27'. 36".

PROBLEMA VII.

XXXVIII. *Inuenire eccentricitatem (F. 8. CE, et locum apogaei in zodiaco A.*

Resolutio. 1. Obseruetur locus quidam solis uerus V, (§. 117. sphaer.) talis, qui inter punctum apogaei A, et aequinoctiale proxime sequens L, cadit, quales sunt omnes, qui circa finem Iulii, et toto mense Augusto, item principio Septembris inueniuntur.

2. Deinde notetur aequinoctium proxime sequens autumnale L, et quod ab eodem proximum est uernale R. (§. 34)

3. Tempus, quod inter aequinoctium autumnale et uernum interiicitur, conuertatur

in gradus, ope tabulae 1. et 2. med. mot. \odot §. praeced. sic innotescit arcus NKQ , cui opponitur angulus NEQ . et quia $NE = EQ$, triangulum NEQ est isosceles, in quo anguli N et Q sunt aequales (§. 64. geom.)

4. Eodem modo tempus intermedium, inter locum V . et aequinoctium L in gradus et minuta eccentrici conuersum patefacit arcum motus medii SN , cum angulo SEN .

5. Quia cum loco solis uero V , illius distantia a principio arietis cognoscitur, et haec respondet arcui VAR , inde magnitudo anguli $VC R$ colligitur, cuius complementum ad semicirculum est ang. NCX .

6. His factis in $\triangle NCX$ singuli anguli noti sunt. n. 3. (§. 79. geom.) notus etiam est uerticulis SXE . (§. 47. geom.) et contiguus EXC .

7. Datis autem in $\triangle SXE$ angulis, et assumpto numero arbitrario 100000, qui referat latus SE , siue semidiametrum eccentrici, poterit inueniri portio XE , (§. 42. trig. pl.) et similiter in $\triangle XEC$, datis angulis et latere, quaeritur EC *eccentricitas*.

8. Una uero etiam notus est angulus XCE , cui opponitur arcus VA , qui distantiam loci V ab apogaeo, et una *locum apogaei in zodiaco* manifestat.

Hac methode utitur Ricciolus Alm. P. I. p. 154. ubi narrat, se a. 1646. d. 28. Iul. in meridie reperisse locum V $5^{\circ}. 14'$. Ω . eod. anno, d. 22. Sept.

Sept. b. 14. m. 56. accidit æquinocmium L. et a. 1647. Mart. 20. b. 5. m. 56. deprehendit solem in puncto æquinocmii uernalis R. et inter utriusque æquinocmii L et R momentum interiacebat tempus D. 178. b. 15. ideoque arcus $NKQ = 176^{\circ} . 3' . 41''$. et ang. N uel $Q = 1^{\circ} 58' . 9\frac{1}{2}''$. interualum inter obseruationem S et sequens æquinocmium L fuit d. 56. b. 14. m. 56. cui respondet motus medius s. arcus $SN = SEN = 55^{\circ} . 48' . 34''$. locus $V 5^{\circ} . 14'$ distat a princ. arietis $125^{\circ} . 14' = VAR$ complem. $NCX = 54^{\circ} . 46'$. et ang. $NXC = SXE = 123^{\circ} . 15' . 50''$. item $CXE = 56^{\circ} . 44' . 10''$. et $XSE = 55' . 36''$. datis his angulis et latere SE assumpto, reperiuntur $XE = 1913$. $XC = 4084$. eccentricitas $EC = 3431$, angulus uero $VCA 27^{\circ} . 47' . 45''$. $ACR = 97^{\circ} . 26' . 15''$. et locus apogæi $7^{\circ} . 26' . 15''$. Cancr. de difficultatibus, quibus huiusmodi obseruationes premuntur, legi merentur, quæ artifex peritissimus Maraldi tradidit Comment. A. R. 1704. p. 413.

PROBLEMA VIII.

XXXIX. Inuenire motum apogæi annuum.

Resolutio. Comparentur obseruationes apogæi aliquot seculis distinctæ, et discrimen locorum apogæi per numerum annorum intermediorum diuidatur, quotus indicabit motum apogæi annum.

Ex Hipparchi obseruatione facta anno 140 ante C. N. quæ apog. in $5^{\circ} . 30'$. Geminor. retulit, comparata cum recentioribus, non eadem quan-

quantitas motus apogaei annui producitur, mediam assumfit RICCIOLVS 1. m. 2. f. v. Astron. ref. p. 32. Alm. p. 156. quam in tabulis supra allatis seruauit.

PROBLEMA IX.

XL. *Inuenire aequationem solis CSE, pro dato quocunque anomaliae gradu.*

Resolutio. Quia datur distantia solis ab apogaeo media, siue arcus SG, cum angulo opposito SEG, et contiguo SEC; in $\triangle SEC$ semper dantur duo latera $SE = 100000$, et eccentricitas $EC = 3480$, cum angulo intercepto E, quorum ope reperitur angulus aequationis S. (§. 51. Tr. pl.) haec aequatio anomaliae gradibus adscripta tabula sequente exhibetur.

Tab. V. aequat. ☉ pro eccentricitate 3480.

Sign. An.	o Subtr.	I. Subtr.	II. Subtr.	III. Subtr.	IV. Subtr.	V. Subtr.	Sign. At.
Gradus.	M. S.	G. M. S.	G. M. S.	G. M. S.	G. M. S.	G. M. S.	Grad.
1	2 5	1 40	1 44 42	1 59 40	1 42 45	58 7	29
3	6 15	1 5 7	1 46 34	1 59 32	1 40 34	54 25	27
5	10 25	1 8 30	1 48 23	1 59 7	1 38 12	50 38	25
7	14 34	1 11 49	1 50 11	1 58 27	1 35 42	46 47	23
9	18 42	1 15 14	1 51 49	1 57 49	1 33 4	42 53	21
11	22 49	1 18 15	1 53 19	1 57 10	1 30 18	38 57	19
13	26 54	1 21 22	1 54 35	1 56 27	1 27 24	34 58	17
15	30 57	1 24 25	1 55 37	1 55 37	1 24 25	30 57	15
17	34 58	1 27 24	1 56 27	1 54 35	1 21 22	26 54	13
19	38 57	1 30 18	1 57 10	1 53 19	1 18 15	22 49	11
21	42 53	1 33 4	1 57 49	1 51 49	1 15 4	18 42	9
23	46 47	1 35 42	1 58 27	1 50 11	1 11 49	14 34	7
25	50 38	1 38 12	1 59 7	1 48 23	1 8 20	10 25	5
27	54 25	1 40 34	1 59 32	1 46 34	1 5 7	6 15	3
29	58 7	1 42 45	1 59 40	1 44 42	1 1 40	2 5	1
30	59 55	1 43 45	1 59 41	1 43 45	0 59 55	0 0	0
	XI. Add.	X. Add.	IX. Add.	VIII. Add.	VII. Add.	VI. Add.	

Ufus tabulae ex §. 33. intelligitur. nempe, ut ex loco medio producat^{ur} uerus, aequatio, secundum titulos tabulae, in sex primis anomaliae signis, a longitudine media inuenta subtrahitur, in sex ultimis anom. signis additur; contrarium faciendum est, si forte locus uerus commutandus sit in medium. refert autem tabula aequationem non pro singulis, sed pro alternis gradibus, quia intermedii gradus aequatio, bisecta differentia duorum proximorum numerorum, eaque ad praecedentem addita, uel ab eadem subtracta, (prouti nempe sequens aequatio crescit uel decrescit) inuenitur.

DEFINITIO VIII.

XLI. *Tempus solare* est uel *uerum et inaequale*, quod motus solis uerus et inaequalis, qui ex terra obseruatur, determinat; uel *medium et aequale*, quod motu solis medio mensuratur.

CONSECTARIUM I.

XLII. Scilicet cum iam explicatum sit, motum solis e terra sic uideri, ut quandoque locus medius uerum, quandoque hic illum praeuertat, palam est, ualere idem de accessu solis ad meridianum, uel ad quemcunque alium horarium circulum. ideoque aequationis arcus, qui discrimen accessus solis medii uel ueri ad illos circulos metitur, in tempus conuersus, modo subtrahendus a tempore uero, modo addendus est eidem, ut medium producat^{ur}. Praeterea mutatur nonnihil haec aequatio,

quatio, sed lente admodum, ob progressum annuum apogaei. (§. 39.)

CONSECTARIVM II.

XLIII. Verum est etiam alia causa inaequalitatis temporis solaris, quam obliquitas eclipticae ad aequatorem parit. Cum enim aequator assumatur pro mensura temporis aequalis, (§. 22. sphaer.) et sol quotidie oblique ad aequatorem in ecliptica $59^{\circ} 8''$. promoveatur, differt iterum locus solis veri in ecliptica, a loco solis ficti, qui cum gradu ascensionis rectae copulatur, et in aequatore progressus pro mensura temporis aequabilis reputatur. quare differentia ascensionis rectae et longitudinis in tempus conuersa, suppeditat nouam temporis solaris aequationem, quae cum altera debet componi. uid. GREGORII astr. p. 227. excussi etiam diligentius hoc argumentum, in diss. de aequatione temporis. tabula enarratis principiis superstructa a MANFREDIO T. I. Ephemer. p. 3. profertur, quam contractam, secundis scrupulis omissis, hic dabo.

SCHO.

SCHO.

SCHO.

aequationem hanc secundum ritulos tabulae applica tempori apparenti, ut fiat medium, sed aduersus ritulos tempori medio, ut fiat apprens.

SCHOLION.

XLIV. Quia radices motuum mediorum solarium, quas sequens ex Ricciolo desumpta tabula octava refert, spectant ad meridianum Bononiensem, indicabo nunc differentias meridiei aliquot locorum celebrium, a meridie Bononiensi, ut, quantum tempori dato Bononiensi, pro reductione eiusdem ad meridianum alius loci, addendum uel detrahendum sit, perspectum habeatur. Poterit autem hic index facile ex tabula longitudinum geographicarum, quam in geographia daturus sum, amplificari.

Tab. VII.

Differ. temporis a meridie Bononiæ.

Nomina	differ. temp.	Nomina	differ. temp.
Locorum	H. M. S.	Locorum	H. M. S.
Alexandria	1 32 40 A	Moscuà	2 0 0 A
Amstelodam.	0 26 20 S	NanquinChi.	6 56 0 A
Argentorat.	0 16 4 S	Norimberga	0 2 40 S
Aug. Vind.	0 2 30 S	Oxonium	0 53 0 S
Berolinum	0 10 0 A	Palma	2 18 0 S
BONONIA	0 0 0	Parisi	0 36 0 S
Dantiscum	0 32 0 A	Petroburg.	1 18 0 A
Dresda	0 10 16 A	Regiom. Pr.	0 38 0 A
Erford	0 0 28 A	Rostock	0 4 48 A
Francf. M.	0 13 16 S	Stokholm	0 26 40 A
Fr. ad Oder.	0 14 0 A	Tubinga	0 10 30 S
Grypswald.	0 11 4 A	Vienna Austr.	0 22 0 A
Hafnia	0 5 32 A	Viteberga	0 8 4 A
Hala Sax.	0 4 48 A	Ultraiectum	0 25 52 S
Ingolstadt	0 0 30 S	Upsalia	0 24 48 A
Lipfia	0 6 0 A	Uraniburg	0 5 36 A
Londinum	0 48 0 S	Vratislatia	0 22 0 A
Lugd. B.	0 28 0 S		
Masilia	0 26 0 S		

sempe dato tempori merid. Bononiensis, applicatur differentia secundum titulos additio-

nis et subtractionis in tabula appositos; sed contrarium faciendum est, si tempus alius meridiani sit reducendum ad meridianum Bononiensem.

DEFINITIO IX.

XLV. *Epocha*, item *radix motuum* planetarum, uocatur notabile aliquod temporis momentum, cum quo locus aliquis planetarum medius copulatur, ut inde ad tempus quodlibet datum praecedens et subsequens motus medius planetae possit computari.

PROBLEMA X.

XLVI. *Constituere epochas mediorum motuum solis.*

Resolutio. 1. Obseruetur aliquando altitudo solis meridiana, et inde locus illius nerus V colligatur. (§. 117. Sphaer.) isque ope aequationis in medium conuertatur. (§. 40.)

2. Tempus observationis apparens commutetur in medium, adhibita temporis aequatione. (§. 43.) et habetur hoc modo longitudo aliqua solis media pro tempore medio.

3. Haec longitudo reducatur ad terminum aliquem solennem, ueluti seculi principium, quod proxime observationem antecedit, dum motus medius, qui interuallo, inter tempus observationis et seculi principium interiecto responderet, subtrahitur a longitudine media prius inuenta. (§. 37.) et residuum habeatur

pra

pro epocha motuum mediorum solis, meridiano loci, in quo observatio facta est, accommodata.

Exempl. Ricciolus Alm. p. 183 observavit æquinotium autum. a. 1646. d. 22. sept. h. 14. m. 56. tempore uero, subtracta æquatione 7'. 50". fit tempus medium sept. d. 22. h. 14. m. 48. s. 10. et tum fuit longitudo solis uera 6 sign. et media, additione æquationis producta 6. sign. 1°. 58'. sed a tempore observationis, usque ad anni finem, siue meridiem ultimi decembris, supersunt 99 d. 9 h. 11'. 50". quibus debetur motus ☉ medius 3. S. 7°. 57'. 22". eoque addito ad 6. S. 1°. 58' sunt 9. S. 9°. 55'. 22". quae est longitudo ☉ sub finem anni 1646. Porro motus medius annorum 46 est 11. 29. 51. 36. hoc a priore (addito prius integro circulo, ut possit fieri subtractio) demto, remanet longitudo media a 1600. 9. 10. 3. 46. in astron. reform. maluit adhibere epocham. 9. 10. 4. 35. Eodem modo epochae annorum secularium praecedentium et subsequentium inveniuntur, quales tabula hic subiicienda exhibet.

Tab. VIII.

Epochae moruum mediorum solis.

Anni Christi	Long. ☉ ab V				Long. apog. ab			
	S.	G.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
	Stilo ueteri Iuliano							
A. Chr. princ.	9	7	40	1	2	10	3	44
1000	9	15	19	59	2	27	18	21
1500	9	19	9	58	3	8	55	40
	Stilo nouo Gregoriano							
1600	9	10	4	35	3	7	39	8
1700	9	9	51	27	3	9	22	36
1800	9	9	38	19	3	11	6	4
1900	9	9	25	11	3	12	49	31
2000	9	10	11	10	3	14	32	59

PROBLEMA XI.

XLVII. *Inuenire longitudinem ueram solis, et apogaei eiusdem, pro quocunque temporis momento dato.*

Resolutio. 1. Si datum tempus est appa-
rens, conuertatur idem in medium. (§. 43)

2. Datum tempus reducatur ad meridianum
Bononiensem. (§. 44.)

3. Excerptantur ex tab. 8. numeri longitu-
dinis solis et apogaei, pro epocha seculari, quae
prae-

praecedit tempus datum. e. g. hoc seculo pro a. 1700.

4. His adscribantur motus solis et apogaei, qui annis, mensibus, diebus, horis et scrupulis completis datis (siquidem cum Ricciolo anni Iuliani initium fit a meridie ultimi decembris) respondent, desumpti ex tab. 1. 2. 3. 4.

5. Omnes hi numeri sub se inuicem positi colligantur in summam, et prima columna longitudinem solis mediam, altera longitudinem apogaei mediam exhibebit.

6. Longitudo apogaei auferatur a longitudine solis media, et relinquitur anomalia media (§. 30. n. 8.) et aequatio, quae illi in tab. 5. adscribitur, annotetur.

7. Haec aequatio secundum titulos tabulae tum longitudini solis mediae, tum longitudini apogaei mediae addatur, uel ab iisdem subtrahatur, et utrobique prodibit longitudo solis et apogaei uera, pro temporis momento dato.

Exempl. quaeritur locus ☉ uerus d. 5. Aug. h. 4. p. m. 1734. temp. appar. Vitembergae. quo tempore, uti iam ex Kalendario cognoscitur, sol circa 12 gr. Leonis mouetur. cui conuenit aequatio temporis 5. m. add. (§. 43) ergo tempus medium est Vitembergae. h. 4. m. 5. sed pro reductione ad merid. Bononiens. subtrahere 8. m. (§. 44.) relinquitur tempus medium currens Bononiae d. 5. Aug. h. 3. m. 57. assumptoque anno et die completo, quaeruntur motus pro a. 1733. M. Iul. d. 4. h. 3. m. 57.

	Mot. ☉				Mot. apog.			
	S.	G.	M.	S.	S.	G.	M.	S.
A. 1700.	9	9	91	27	3	9	22	36
33				24			34	9
M. Jul.	6	28	57	26				35
d. 4.		3	56	33				
h. 3.			7	23				
m. 50.			2	3				
71				17				
	4	12	55	33	3	9	57	20
	3	9	57	20	Subtr.			
	1	2	58	13	anom. media			
		1	5	6	aequatio resp. subtr.			
	Longitudo media.				Longit. apog. med.			
	4	12	55	33	3	9	57	20
Si btr.		1	5	6		1	5	6
	4	11	50	27	3	8	53	14
	Longit. ☉ vera				Long. apog. vera			

Nempe sol eo die absolvit 4 signa, et versatur in duodecimo leonis gradu, et quinquagesimo primo gradu illius scrupulo. apogaeum vero haeret in nono gradu cancri.

CONSECTARIUM.

XLVIII. Simili vicissim artificio, momenta aequinoctiorum, solstitiorum, et ingressus solis in signa zodiaci inveniuntur. Si nempe ad diem aequinoctio, solstitioe etc. proximum, quaeratur locus solis, et pro huius distantia a loco desiderato, pars proportionalis temporis, adminiculo regulae aureae, reperiatur.

SCHOLIUM.

XLIX. Inter tabulas astronomicas hodie prae ceteris laudantur RYDOLPHINAE I. Kepleri. Vlmæ.

1627. f. *NOV ALMAGESTICAE* Riccioli in *astronom. ei. reformata*. 1665. Bonon. f. *BRITANNICAE* Vinc. Wingii in *astron. Britann.* 1669. Londini f. *LYDOVICIANAE* a de la Hire vulgaris Paris. 1701. 1726. et germ. cum additionibus Cl. Klimmii. Norimb. 1725. 4. Ceterum animus erat, ad hypothesin eccentrici, addere ellipticam Keplero et retentioribus probatam; Verum instituti ratio iubet, ut brevitati studeam, quare haec, et alia hic praetermissa, puto supplenda esse in astronomicis lectionibus specialibus. interim vid. *KEPLERI* epit. astron. p. 676.

CAPVT III.

DE

LVNA.

DEFINITIO X.

L. Luna est planeta terrae proximus, hanc motu proprio menstruo spatio circumiens.

OBSERVATIONES, QVAE AD NATVRAM LVNAE MANIFESTANDAM PERTINENT.

LI. I. Lunam contemplantis primum in oculos incurrit uicissitudo lucis menstrua; dum prope solem cornu uel falcis figuram, in quadratura orbem dimidium, in oppositione totum illuminatum ostendit, ita ut phases luminosae crescant a coniunctione usque ad oppositionem, decrescant uero in

altero periodi semicirculo, ab oppositione ad coniunctionem. 2. Nudis oculis in luna apparent maculae obscurae maiores irregulares, quibus eius facies lucida distinguitur. Adhibito autem telescopio, clare conspiciuntur maculae minores, maioribus passim permistae, figura partim orbiculari, uel ouali, partim irregulari, praeditae, et quando luna crescit uel decrescit, ea orbis pars, quae luminis augmentum et decrementum capit, scabra semper et inaequalis usque ad plenilunium (quin et in pleniluniis asperitas superficiei passim occurrit. 4. Comment. Ac. R. 1710. p. 267. 1706. p. 220. ROST manual. astr. p. 409.) cernitur. et quando luna in eclipsi solari soli supponitur, baud raro in peripheria eiusdem biatus, et conualles sese produnt, quales in eclipsi solis 1730. Iul. et 1733. Mai. deprehendi et mensus sum. conf. Trans. Philos. Angl. n. 415. art. 3. 3. Maculae quoque lunae minores telescopio uisae spargunt umbras, in auersam a sole regionem, breuiores uel longiores, pro positu solis rectiore uel obliquiore.

CONSECTARIUM I.

LII. His experimentis indubiis docemur, lunam esse globum, opacum, qui a sole lucem mutuatur, qua alterum tantum lunae hemisphae-

sphaerium illustratur, alterum propria luce caret, quod phasium spectacula luculenter probant. ne quid commemorem de observationibus, quibus constat, lunam, sub sole deliquium passo collocatam, nigram et luce carentem faciem nobis obnertere, eandemque umbrae terrestri profundius immerfam, nonnunquam totam, uel eius saltem partem, sereno coelo, tempore eclipsis lunaris, prorsus ex oculis fuisse ereptam, ut adeo de opacitate absoluta lunae nullum hodie dubium amplius superesse possit.

CONSECTARIVM II.

LIII. Praeterea hinc colligimus, superficiem lunae asperam et inaequalem multis montibus et rupibus obsitam esse. quae, dum a sole illuminantur, umbras in oppositam soli partem proiciunt. idque iam ueteres philosophos fuisse suspicatos, PLVTARCHVS testatur. fragm. dialogi de facie in orbe lunae p. m, 372.

CONSECTARIVM III.

LIV. Quomodo autem differant regiones umbrosae ampliores, quae nudis et armatis oculis cernuntur, a reliquis copiosiore luce praeditis, inter astronomos non conuenit, plerique umbrosas pro oceanis, clariores pro terra firma habent, v. *Kepleri astr. opt.* p. 251. *Hevel. selenogr.* p. 134. melioris notae telescopiis in partibus obscurioribus innumerae cauernae, umbris intus cadentibus, deprehenduntur, ideoque illas esse maria nondum omni-

no exploratum est. KELL intr. ad astron. p. 117.

SCHOLION.

LV. Disputatur quoque de lunae atmosphaera, quae sese prodere dicitur, dum luna in eclipsi sub sole posita, quadam ueluti nebula cingi uidetur; nec uero quando cum stellis fixis et planetis coniungitur, quorum figuram, ubi ad eas appellit, oualem quaudoque (saepe enim id non accidit, testibus HUGENIO Cosmotb. p. 98. et CASSINIO Comm. Ac. R. 1706. p. 327.) reddere solet. I. WILKINS copernicus defens. L. I. p. 65. Comment. Ac. R. 1706. p. 327. HEVEL cometogr. p. 365. Interim idem selenogr. p. 357. fatetur, nullas in luna pluuias cadere, sed continuo ibi coelum sudum esse. Consentit GALILEVS System. Cosm. p. 91. WHISTON autem astronomical principles of religion p. 69. contendit, atmosphaeram lunae rariorem esse, quam ut densiores nubes ferre queat, ideoque uapores interdum attolli, iterumque noctu descendere, insensibili ratione, quemadmodum etiam ante diluuium in terra nostra contigerit. Gen. II. 5. 6. conf. Theor. tell. III. 3. p. 183. Nihilominus tamen multi lunae incolae tribuerunt; ueteres et recentiores, PLUTARCH. l. c. p. 375. LUCIANVS uerae histor. L. I. p. 714. FONTENELLE de pluralitate mundor. p. 22. Wilkins, p. 87. quos negat dari HUGENIUS p. 99. etsi ceteros planetas habitari credat. uarias de natura lunae sententias collegit HEVEL. selenographiae. p. 109. idem praestantissimus astronomus, primus macularum lunarium figuras accuratius obseruauit, propriaque manu delineauit et in aes incidit, ac descripsit, et nominibus geographicis distinxit, in laudato selenographiae opere; Gedeni. 1647. RICCIOLVS uero Alm. p. 204. ubi similiter maculas lunae diligentius depinxit, illis nomina mathematicorum et astronomorum celebrium imposuit. emendatissimum uero macularum lunarium schema est, quod HIRE in tabulis Ludouicianis Tab. IV. uulgauit.

DEFINITIO XI.

LVI. *Phases lunae* uocantur uicissitudines luminis eiusdem, dum modo maiorem, modo minorem orbis sui partem lucidam terricolis ostendit.

PROBLEMA XII.

LVII. *Phases lunae explicare.*

Resolutio. Dum lunae opacus globus (F. 9. circa terram T reuoluitur, semper quidem a sole S illius alterum hemisphaerium illuminatur, attamen illud hemisphaerium non semper uertitur in terram. sed modo maior, modo minor illius portio, pro uaria lunae elongatione a sole, nobis apparet. scilicet in A, quia luna hemisphaerium a sole auersum terrae ostendit, omnino non uidetur. et *neomenia*, *nouilunium* uel *synodus* contingere dicitur. in B uero primo uel secundo a coniunctione die, luna *falcem* cauam monstrat, cuius cornua ortum respiciunt. in C dimidia pars lunae lucida uidetur, septimo a copula die, quae *phas* *dicbotomia*, item *quadratura prima* nominatur. Fit gibba in D, et plus quam dimidia pars splendet. in E *plenam* faciem offert, et *plenilunium*, quatuordecim a nouilunio diebus elapsis, accidit, sequentibus diebus iterum in F *gibbosa*, in G dimidiata (quo loco *quadratura secunda* contingit) in H *falcata* apparet, et in hoc semicirculo, usque ad nouilunium cornua in occasum uertit, v. HEVEL. p. 182.

PROQ.

PROBLEMA XIII.

LVIII. *Diametrum lunae apparentem metiri.*

Resolutio. Fit solutio tempore plenilunii eodem modo, quo supra diameter ☉ app. inuenta est. §. 21. HEVEL. p. 203. tempore ☐ diam. app. D minimam 29'. 32". maximam 36'. in ☊ et ☋ 33. 9. et 34. 48. reperit. RICCIOLVS eandem mensur est, in ☐ 28 et 35. in ☊ et ☋, 29 et 34. Alm. p. 230.

PROBLEMA XIV.

LIX. *Parallaxin lunae observare.*

Resolutio. Inquirendum est, ope tabularum astronomicarum, in tempus, quando luna est in nodo, qui in intersectionem eclipticae et aequatoris, uel in principium ♋ et ♒ incidit. Tum observetur altitudo centri illius, per meridianum transeuntis eademque deducta refractione corrigatur (§. 69. 81. sph.) differentia huius altitudinis ab altitudine aequatoris dabit parallaxin lunae.

Plures modos copiose explicat RICCIOLVS. p. 211. HEVELIVS reperit in syzygiis parallaxin lunae apogaeae horizontalem 59'. 9". perigaeae 61. 39, in quadraturis in apog. 56. 44. in perigaea 65. 36.

PROBLEMA XV.

LX. *Data lunae parallaxi horizontali, siue angulo L, illius distantiam a centra terrae invenire.*

Re

Resolutio. Inferatur; Sin. $L:T:C=S.$ (F. 10. T:CL. (§. 42. Tr. pl. et 88. sph.)

HEVELIVS in copulis distantiam lunae apogaeae 58. semidiam. terrae. perigaeae 54. sem. T. definiuit. *HIRE* Tab. p. 27. distantiam lunae maximam 63, minimam 55. sem. ter. laudat.

PROBLEMA XVI.

LXI. *Data distantia lunae SO, et semidiametro apparente, nempe angulo O, inuenire semidiametrum ueram.* (F. 7.

Resolutio explicata est in theoria solis. (§. 27.)

Reperitur autem semidiameter lunae par 240 milliar. germ. diameter 480.

CONSECTARIUM.

LXII. *Ex quo sequitur, superficiem terrae capere superficiem lunae terdecies, et corpus terrae globum lunae capere potest quadragies et sexies.* (§. 269. 270. Geom.)

PROBLEMA XVII.

LXIII. *Inuenire altitudinem montis cuiusdam lunaris.* (F. 11.

Resolutio. Docent observationes telescopicae, nonnunquam in lunae crescentis uel decrescentis regione obscura, puncta lucida, quae notabili interuallo, a phasi luce solari perfusa distant. quae quidem esse uertices praealtorum montium, e. g. D. qui citius a sole, quam ualles circumiectae illustrantur, palam est. **GALILEVS** nunc. sider. p. 24. reperit distan-

stantiam illam A'D superare interdum $\frac{1}{25}$ diametri lunae. uerum HEVELIVS p. 267. maximum interstitium AD $\frac{1}{28}$ diam. lunae assumit, siue 19. mill. germ. cum itaque radius ex sole S ad uerticem montis D ductus, sphaeram in puncto A tangat, erit $\triangle ADC$ rectangulum. in quo AC semid. lunae 240. mill. G. (§. 61) et AD 19 mill. G. conuersis miliaribus in passus, multipl. per 4000, quæritur per theor. pythag. hypotenusæ CD, (§. 195. geom.) ab eademque auferatur CE, et supererit ED montis lunaris altitudo perpendicularis, propemodum $\frac{3}{4}$ mill. germ. æqualis.

DEFINITIO XII.

LXIV. Observationes comprobant, (F. 12. lunam non semper in ecliptica deprehendi, sed modo supra eam assurgere, modo infra eandem descendere. puncta A et B, in quibus uia lunæ secatur eclipticam, *nodi* appellantur. alter *borealis, ascendens, euebens*, uel *caput draconis* Ω , per quem luna supra eclipticam uersus boream ascendit; alter, priori oppositus, *meridionalis, descendens*, uel *cauda draconis* Υ , dicitur. *Limites* sunt puncta uiae lunæ, quæ a nodis 90 gr. distant, in quibus luna maxime ab ecliptica discessit.

PROBLEMA XVIII.

LXV. *Motus lunæ summam explicare.*

Resolutio. I. Primum luna agitur tardomoti

motu communi circa terram, et reuolutioni diurnae fere 25 horas solares impendit.

2. Deinde habet *motum proprium longitudinis*, ceteris planetis omnibus celeriores, siquidem quolibet die 13° . $10'$. $35''$. secundum signorum successionem promouetur. Verum in hoc motu longitudinis *triplex inaequalitas* ab astronomis notata fuit. Prima est, cum luna quauis periodo semel uelocius in perigaeo, semel tardius in apogaeo reuoluitur; quemadmodum simile phaenomenon in solis motu obuium esse, suo loco dixi. §. 30. *secunda inaequalitas* prodit sese extra copulas, maxime circa quadraturas. nam, cum in syzygiis, siue \odot et \oslash , una aequatio sufficiat, ad conuertendum locum lunae medium in uerum, extra copulas locus aequatus a uero adhuc differt, et tanto quidem plus, quanto luna est quadraturae propior, in quadraturis enim illa differentia fit maxima. Variatur tamen, cum distantia lunae ab apogaeo et perigaeo, et quando quadraturae contingunt circa apogaeum et perigaeum, fere euanescit tota inaequalitas secunda. *Tertiam inaequalitatem* Tycho deprehendit, progyma. T. I. p. 126. quae in syzygiis et quadraturis notabilis non est, at in octantibus, siue locis mediis, inter copulas et quadraturas, ad 50. m. affurgit.

3. Porro lunae *apogaeum* in consequentia mouetur motu inaequali, in copulis progreditur, in quadraturis regreditur. motus apog. diurnus aequabilis est 6. m. 41. l.

4. No-

4. *Nodi* autem contra S. S. in antecedentia feruntur, singulis diebus 3. m. II. l.

5. Mutabilis quoque est *lunae latitudo*: quam etsi *Ptolemaeus* constantem 5 gr. assumeret, tamen *Tycho* eam reperit in copulis $4^{\circ} . 58' . 30''$, in quadraturis 5. 17. 30. Latitudo maxima a copulis ad quadraturas augetur, a quadraturis ad copulas continuo minuitur.

6. Denique beneficio telescopii etiam *libratio* globi lunaris annotata fuit. nam maculae quaedam unius marginis evanescunt, aliae in opposito margine prodeunt in conspectum, et $\frac{12}{100}$ diametri lunaris, utrimque ob librationem, modo latent, modo apparent. et libratio haec mensis spatio absolvitur. nam 14 diebus, cum luna moratur in signis descendentibus, retrorsum a parte inferiore libratur contra S. S. ab austro occidente versus aquilorientem. et dum est in signis ascendentibus, rursus per 14 dies parte superiore in anteriora fertur, isque motus perennat, et motum longitudinis in omnibus fere comitatur, illique sese accommodat. v. HEVEL p. 145. 235. RICCIOL. astr. ref. p. 168. conf. KEILL p. 112.

SCHOLIUM.

LXVI. Quae cum ita se habeant, mirum non est, quod iam pridem veteres astronomi conquesti sint, lunam multiformi ambage contemplantium ingenia torfisse. PLIN. H. N. II. 9. Hodie vero NEWTONO demonstratore discimus, causas inaequalitatum motuum lunae ab actione solis, qua revolutiones satellitum

iis cuiuscunque planetae primarii multimode perturbantur, arcessendas esse. conf. summa demonstrationis Princip. Phil. L. III. pr. 22. p. 388. add. GREGOR. p. 317. PEMBERTON L. II. c. 3. suspiciones KEPLERI uid. in astron. Copern. p. 611. et celeberr. HALLEIVS omnes lunaris motus uariationes, quarum periodus 18 annis finitur, plurimis iisque solertissimis observationibus hactenus inuestigauit, iamque dimidiam periodum exegit et absoluit: Faxit Deus immortalis, ut, uir eximius, et in praxi astronomica, dexterrime expedienda, (cuius rei etiam me aliquando Grenouici testem αὐτόπτην fuisse non sine magna animi uoluptate recordor) longe exercitatissimas, coeptam illam observationum lunarium telam, totam ad exoptatum finem perducere possit. conf. Trans. philos. n. 421. p. 185.

DEFINITIO XIII.

LXVII. *Mensis periodicus* dicitur interuallum temporis, quod luna, integra sua reuolutione circa terram, definit. capit nempe 27. d. 7. h. *synodicus* autem *mensis* est spatium temporis, quod inter duas coniunctiones lunae et solis proximas interiacet. uidelicet 29. d. 12. h. 44'. 3". quemadmodum sequente problemate monstrabitur.

PROBLEMA XIX.

LXVIII. *Mensis synodici quantitatem inuenire.*

Resolutio. 1. Eligantur duae eclipses lunares, plurium seculorum interuallo inuicem distantes, quarum tempora maximae obscurationis rite obseruata sunt.

2. Quaeratur temporis discrimen interlectum.

3. Idemque diuidatur per numerum lunationum interim elapsarum, quod dabit quantitatem mensis synodici.

EXEMPL. anno ante C. N. 721. teste Ptolemaeo, Chaldaei eclipses alicuius medium obseruarunt; quod reuocatum ad meridianum Bononiensem incidit in Mart. d. 18. h. 18. m. 30. p. m. Vendelinus, astronomus Belga, alius eclipsis medium notauit, a. 1621. Nouemb. 28. h. 8. m. 8. p. m. discrimen inter utramque observationem est 2341. annor. 244. dier. 13. h. 38. m. quod tempus ad secunda minuta reducitur annis datis per 365 multiplicatis, additisque adhaerentibus 244, et aliis 585 intercalaribus diebus, quo facto prodeunt 855294 dies, qui dein facile ad horas et scrupula reuocantur. summa 73897450680 secundorum, diuisa per lunationes interim elapsas 28963, dabit quantitatem mensis synodici 29. d. 12. h. 44'. 3". 11''' *RICCIOL.* alm. p. 246. *astr. ref.* p. 137. *Heucl.* p. 172.

CONSECTARIUM.

LXIX. Noto mensis synodici interuallo, regula aurea manifestat, quanto tempore periodus lunae motu proprio finiatur; nempe intra mensem synodicum, solis motus proprius est, $29^{\circ}. 6'. 24''$. hunc ergo arcum luna debet percurrere, ut, peracta periodo, solem iterum assequatur, adeoque $389^{\circ}. 6'. 24''$. est motus lunae intra 29. d. 12. h. 44'. 3". quantum tempus impendit absoluendis 360 gradibus? quod docet 27. d. 7. h. 43'. esse quantitatem mensis

As periodici. similiter ope proportionum regulae motus lunae medii pro diebus, horis uel scrupulis singulis inueniuntur.

CAPVT IV.

DE

ECLIPSI LVNAE ET SOLIS.

OBSERVATIO.

LXX. *Testatur experientia, lunam quandoque coelo sereno, dum plena facie splendet, repente uel parte sua, uel toto disco, umbra quadam, quae circulari figura lunam subit, sic obscurari, ut orbis lunae obumbratus uel lumen omne amittat, et ex oculis nostris prorsus eripiat, uel debile saltem luce appareat. Talis lunae obscuratio eclipsis uel deliquium illius dicitur.*

CONSECTARIVM I.

LXXI. Cum itaque tempore plenilunii sol S sit lunae L oppositus, (§. 57) et terra TE inter utrumque luminare medio stet loco, et notum sit ex optica doctrina, globum terrae, utpote multo minorem sole, (§. 27) dum ab hoc collustratur, umbram conicam, in auersam a sole regionem diffundere, (§. 36. opt.) pers-

spicue hinc intelligitur, eclipsin lunae oriri, dum luna plena in umbram terrae uel tota, uel parte disci sui, immergitur.

CONSECTARIUM II.

F.14) LXXII. Habere autem umbram terrae tantam, tum longitudinem, tum crassitiem, ut lunam attingere et obscurare queat, proportio diametrorum solis et terrae, si cum distantia solis a terra comparetur, (§. 24. 27) probat. nempe ob similitudinem $\triangle \triangle A C D, D E M$, inferatur: uti $A C$ (32. semid. Terr.) sese habet ad $C D$ (7000. l. t.) ita $E D$ (1) ad $E M$, (§. 92. geom.) quae linea, tanquam axis umbrae capit 218 terrae semidiametros. quare cum luna apogaea circiter 60 S. T. distet a terra, sequitur, quod umbra telluris longe ultra lunae regionem porrigatur. sed quod attinet ad umbrae crassitiem dimidiam, haec tali ratiocinio, $E M: E D = L M: L H$, 630 milliariis germanicis par deprehenditur, quae semidiametrum lunae ueram 240 mill. germ. (§. 61) bis et amplius continet.

CONSECTARIUM III.

F.13.) LXXIII. Atque his fundamentis tota phaenomenorum eclipsis lunae explicatio recte superstruitur. Quod enim luna, iam ante eclipsin ueram, siue antequam umbra densior eam assequatur, pallere incipiat, inde est, quia umbram ueram $T E V$, spatium *penumbrae* cingit, radiis $A M$, et $R N$ comprehensum, a quo, ob terram medio loco positam, iamiam aliqua lu-

Luminis solaris portio auertitur, adeoque luna in illam regionem delata, non a sole toto, sed ab eiusdem parte potest illuminari. et quo propius luna admouetur ad umbram ueram, eo parcius lumen mutuatur, a sole, ut illi, qui nunc eam oculis intuentur, obscuritate penumbrae, quae instar fumi orientali lunae disco, pluribus ante eclipsis initium minutis incubat, decepti, iam coepisse defectum existiment; qui tamen error adiumento telescopii iterum dispellitur. Ideoque suspicio est, in obseruando, ante telescopii usum, eclipsium lunarium initio et fine, ueteres astronomos notabili quandoque temporis interuallo hallucinari potuisse. v. HEVEL. p. 451.

CONSECTARIVM IV.

LXXIV. Eclipsis lunae ubique terrarum, ubi nempe luna supra horizontem eminet, conspicitur, quia luna uere obscuratur, dum umbrae terrestres tenebris inuoluitur, et a sole lucem mutuari amplius nequit. ideoque in nonnullis eclipsibus luna penitus euanuit. v. KEPLER astron. opt. p. 277.

CONSECTARIVM V.

LXXV. Plerumque uero in media quoque eclipsi discus lunae rubet, et paucio lumine uidetur praeditus, quod a radiis solis per aerem refractis, et uersus regionem lunae X, Y, inclinatis, rectissime Keplerus p. 298. l. c. deriuauit.

CONSECTARIVM VI.

LXXVI. Quia luna ante ueram oppositio-

nem occidentalior est umbra terrestri, (siquidem motu proprio concitatiore semper in orientem tendens §. 65.) prius partem orientalem umbrae admouet, quae prius quoque ex umbra iterum emergit. de defectibus, qui prope horizontem accidunt, in quibus memorabiles saepe effectus refractionis produxit, agit KEPLER p. 144. add. PLIN. II. 13.

CONSECTARIUM VII.

F. 15.) LXXVII. Non in omnibus plenitudinis contingunt lunae eclipses, sed tantum in iis, quae in nodis uel prope illos eueniunt, nam quando latitudo lunae maior est summa semidiametrorum umbrae et lunae, tum spatium inter umbram et lunam intercedit, et umbra lunam attingere non potest.

CONSECTARIUM VIII.

LXXVIII. Quando uero uel in nodo, uel prope illum, luna et umbra concurrunt, ita, ut latitudo lunae minor sit aggregato semidiametrorum lunae et umbrae, tum eclipsin luna patitur uel *totalem*, ubi totus discus umbra occultatur, uel *partialem*, quando tantum pars lunae umbra terrestri inuoluitur. et prouti lunae latitudo septentrionalis uel australis est, ita etiam alterutra disci lunae regio deliquium subire solet.

PROBLEMA XX.

LXXIX. *Data semidiametro apparente umbrae et lunae, una cum lunae latitudine,*

ne, sub initium et finem eclipsis, huius typum exhibere. (F. 16.

Resolutio. 1. Ex scala geometrica assumatur numerus partium aequalium, qui respondet summae semidiametrorum lunae et umbrae, eademque tanquam semidiametro describatur circulus ABCD.

2. Praeterea semidiametro umbrae alius ducatur circulus priori concentricus. VMR, et uterque circulus duabus diametris in quatuor quadrantes diuidatur.

3. Ex eadem scala partium aequalium, assumpta latitudo lunae sub principium et finem, ex centro M transferatur (sursum uel deorsum, prouti borealis uel australis erit,) in puncta *n* et *o*, et ad haec puncta ducantur perpendiculares ad BD, in dextram et sinistram partem, *NI* et *OF*, et fiat transuersa *FI*, atque ad hanc ex centro M perpendiculum *ME* dirigatur, quod distantiam breuissimam centri lunae a centro umbrae, in medio eclipsis, quam *arcum inter centra* uocant, refert.

4. Denique in punctis I, E, F, tamquam centris, semidiametro lunae tres huius orbes decircinentur, qui positum lunae in principio, medio et fine eclipsis ob oculos sistunt. et si diameter lunae ex centro E repraesentata, in XII partes, quas *digitos* nominant astronomi, diuidatur, simul quantitas maximae obscurationis, siue eclipsis magnitudo, quodammodo aestimari potest. Plenior huius et aliarum pro-

sectionum explicatio traditur a NICAS. GRAM-
MATICI in tr. de solis et lunae eclipsibus or-
ganice in plano delineandis. ed. Friburgi. 1720.
vid. p. 15. add. ROSTII astronomus sincerus,
p. 202.

PROBLEMA XXI.

LXXX. *Eclipsin lunae obseruare.*

Resolutio. 1. Vno uel altero ante obserua-
tionem die horologium oscillatorium, ad mon-
strandum tempus solis uerum accommodetur,
quod fieri potest, solis transitu per meridia-
num obseruato, et indice horologii ad hor.
XII directo. (§. 44. sphaer.)

2. Deinde sit ad manus telescopium astro-
nomicum 4. 5. uel 6 pedes longum, idoneo
fulcro imponendum. nec non figura lunae ple-
nae maculosae, qualis tubo optico cernitur,
(§. 55) (ubi quidem consultum fuerit, ante ecli-
psis principium lunae maculas per telesco-
pium aliquoties attentius contemplari, ut situs
et nomina earum tempore obseruationis in
prompta memoria uersentur.)

3. His rite praeparatis, circa momentum,
quo eclipsis instat initium, telescopium uer-
tatur in lunam, et opera detur, ut appulsus
umbrae nigrae ad lunae discum, una cum tem-
poris momento, quod tum fuit, annotari
queant. Postea ulterius attendi debet ad pro-
gressum umbrae in luna, et annotanda sunt
tempora, quibus umbra ad maculam appellit,
uel rotam tegit; isque labor, quamdiu crescit
uel

uel decrefcit eclipfis, continuandus eft. Quo fi quis ea qua per eft folertia defungatur, et poft eclipfin iterum horologii tempus, uel obferuatione altitudinis ftellae, (§. 138. fphaer.) uel interdiu adiuumento folis in meridiano con- fpectu, emendet, emendationemque, fi qua opus eft, momentis antea obferuatis applicet, obtinebit obferuationem deliquii lunaris, quae tum aftronomiae tum geographiae augendae poterit inferuire.

SCHOLION.

LXXXI. *Alii utuntur micrometro, et phafes digi-
torum obfcuratorum metiri conantur. Verum exper-
ti norunt, methodum modo defcriptam multo et fa-
ciliorem et tutiorem effe.*

OBSERVATIO.

LXXXII. *Non folum luna quandoque,
cum maxime splendet, fubito obfcuratur,
fed etiam fol nonnunquam fimile pati deli-
quium uidetur, dum tempore nouilunii,
fub difcum folis fulgidiffimum, alius orbis
opacus fenfim intruditur, qui uel parrem
folis, uel totum solem, fed ad breue tempus,
regit, et quemadmodum fefe fub solem in-
finuauit, iterum paulatim eundem relin-
quit, quo facto priftinus foli fplendor re-
ftituitur. Tale phaenomenon cum acci-
dit, eclipfis folis euenire dicitur.*

CONSECTARIVM I.

LXXXIII. Cum itaque eiusmodi folis oc-
Ff 5 culta-

cultatio tantum contingat tempore nouilunii, quo luna soli coniungitur, (§. 57.) et iam nobis conſter, lunam eſſe corpus opacum, propria luce carens, et ad auertendam a nobis lucem ſolarem maxime idoneum (§. 52.) hisque accedat, quod orbis ille, qui ſub ſole in eclipſi ponitur, magnitudinem apparentem lunari parem referat, nullum plane ſuper eſt dubium, lunam collocatam inter ſolem et terram, illius radios a quibusdam terricolis arcere, et hoc modo eclipſis ſolaris ſpectaculum producere.

CONSECTARIVM II.

LXXXIV. Tenebrae uero, quae tempore paſſionis optimi maximi Seruatoris, toti tribus horis orbi incubuerunt, (*σκότος ἐγένετο ἐπὶ πᾶσαν τὴν γῆν.* Matth. XXVII. 45) quia tempore plenilunii, quo paſcha iudaicum celebrandum erat, euenerunt, non potuerunt a luna interpoſita oriri, et ſpiſſiores procul dubio fuerunt iis, quas eclipſis ſolis afferre ſolet. Quare per miraculum, et contra naturae ordinem, eas fuiſſe immiſſas, palam eſt. de qua eclipſi uaria commentantur HVETIVS dem. Eu. Pr. §. 9. RICCIOLVS Alm. p. 357: conf. ORIGENES tr. 35. in Matth. EVSEB. Chron. a. C. 33. SVIDAS v. Dionyſius. OROSIVS. H. VII. 3.

CONSECTARIVM III.

LXXXV. In eclipſi ſolari reuera lumen ſolis non minuitur, ſed tantum interuentu lunae impeditur, quo minus ad aliquam ſuperficiem
terrae

terrae portionem possit peruenire. ideoque rectius *eclipsis terrae* diceretur.

CONSECTARIVM IV.

LXXXVI. Et tametsi luna, quando centraliter solem subit, hunc totum tegere, et *eclipsin totalem* efficere possit, tamen exiguam sub sole moram trahit, et mox iterum solis radii refulgent, quia luna solem magnitudine apparente perparum quandoque vincit. (§. 21. 58)

CONSECTARIVM V.

LXXXVII. Et quia umbra lunae (quippe terra multo minoris §. 62) breuior et angustior existit umbra terrestri, ideo nunquam totum terrae hemisphaerium inuoluere caligine sua potest, sed tantum exiguam in terra portionem occupat. et experientia testatur, nullam eclipsin solis esse uniuersalem, sed dum sol alibi totus a luna absconditur, alibi tantum pars eclipsin subit, quin in remotioribus a cen (F. 17. tro umbrae lunaris locis, discus solis integer potest esse conspicuus. Nempe totalis apparet eclipsis illis, qui intra umbram lunae ueram uersantur, *partialis* est intra spatium NO, quod penumbra occupat, nulla erit ibi, quorum nec penumbra pertingit.

CONSECTARIVM VI.

LXXXVIII. Necessum quoque est, ut (F. 18. pro efficienda eclipsi solis, luna soli in nodis uel proxime eosdem coniungatur, siue ut lunae latitudo minor sit aggregato semidiametrorum apparentium lunae et solis.

CON.

CONSECTARIVM VII.

LXXXIX. In nodis eclipsis nonnunquam fit annularis, dum centrum lunae minoris coniungitur soli, maiorem diametrum apparentem habenti, ut circa hunc lucis splendor emicare, et lunam opacam annulo fulgente cingere possit.

CONSECTARIVM VIII.

XC. Extra nodos, prout luna latitudine septentrionali uel meridionali gaudet, modo septentrionalis, modo australis solis portio occultatur. Initium fit a parte solis, quae occasum respicit, et populis occidentioribus prius, orientioribus serius defectus apparet. nam luna ante coniunctionem uersus occasum haeret, et, in ortum motum proprium continuans, prius solis partem, quae uertitur in occasum, regit.

CONSECTARIVM IX.

XCI. Solent etiam quandoque, in orbe lunae sub sole posito, maculae prodire in conspectum, quod singulare phaenomenon uidetur, quia auersum a sole hemisphaerium lunae luce prorsus destitui supra diximus. (§. 52.) at tamen lux illa lunae imbecillis, repetenda est a terra, cuius superficies lunam adspiciens, a sole tum magnam partem adhuc illustratur, unde per reflexionem ad lunae regionem potest pertingere.

PROBLEMA XXII.

XCII. *Typum eclipsis solaris describere.*

Re-

Resolutio. 1. Summa semidiametro- (F. 19. rum apparentium solis et lunae, quae in ephemeridibus laudari solent, ex scala partium aequalium instrumento circini assumpta, tanquam radio fiat circulus A B, et intra illum delineetur concentricus ope partium similium, quae semidiametro solis competunt.

2. Deinde ex eadem scala lunae latitudo sub initium et finem eclipsis, ex centro S, sursum uel deorsum, prouti latitudo borea uel australis iubet, in diametrum A B transferatur, in y et x, ductisque inde uersus I et F perpendicularis, puncta I et F, in quibus luna sub initium et finem eclipsis collocata est, inueniantur, et uia lunaris linea I F exhibeatur.

3. Praeterea semidiametro lunae in I, C et F plingantur circuli, qui lunae situm sub initium, in medio et sub finem eclipsis, atque una magnitudinem, siue numerum unciarum uel digitorum disci solis occultandorum, ob oculos ponunt.

De aliis proiectionibus pluribus et perspicue explicat GRAMMATICI l. c. Part. 2.

PROBLEMA XXIII.

XCIII. *Eclipsin solis obseruare.*

Resolutio. 1. Praeparetur helioscopium, de quo dictum est §. 81. dioptr. et die uno uel altero ante eclipsin circulus obseruationis sic delineetur, ut imaginem solis accurate capiat. dein diuidatur diameter in XII uncias, et per singulas diuisiones concentrici circuli describantur.

2. Sic

2. Sit etiam ad manus horologium oscillatorium, cuius tempus diligenter fuit emendatum. (§. 44. Sphaer.)

3. Circa momentum, quo instat eclipsis, helioscopium in solem conuertatur, et imago solis in fundo illius super circulo observationis excipiat, in eodemque circumspecte retineatur: quem in finem fulcrum idoneum adhibendum est. v. Rost. p. 365.

4. Quando appulsus disci lunae atri ad solem contingit, annotetur momentum temporis horologii, (cuius accuratius cognoscendi causa, iuuat solis altitudinem, adminiculo quadrantis astronomici, gradibus in singula minuta diuisis praediti, semel iterumque ante et post eclipsin metiri, uel operam dare, ut a socio exercitato tales altitudines, dum observatio instituitur, mensurentur, quibus dein tempus uerum, (§. 128. sph.) et correctio temporis horologii quaeritur et obtinetur) idemque in pugillares referatur. et similiter tempora, quibus luna unam unciam post alteram occultat, et decrecente eclipsi iterum deserit, adscribantur.

5. Et ut phasium eclipticarum figura, nec non proportio semidiametrorum solis et lunae, et uia centri lunae exhiberi queant, observator aliquot eiusmodi phases, stilo uel rubro super circulo observationis dextre imitari debet, (uel stilo saltem tria in lunae peripheria puncta signare) quorum arcuum si deinceps centra indaget, (§. 70. geom.) tum proportionem apparet.

parentium diametrorum^o luminarium, cum ipsam lineam, quam centrum lunae, tempore eclipsis promotum, descripsit, reperiet.

CAPVT V.

DE

QVINQVE PLANETIS MINORIBVS, SATVRNO, IOVE, MARTE, VENERE ET MERCVRIO.

DEFINITIO XIV.

XCIV. *Minores planetae* vocantur quinque praeter lunam, modo nominati, quia magnitudine disci apparentis lunae cedunt. quamvis quoad magnitudinem veram plerique lunam superent. Ex his saturnus, iupiter, mars dicuntur *superiores*, quia via eorum, in systemate philolaico orbitam terrae continet. *inferiores* sunt uenus et mercurius, quorum orbitae intra circum, in quo terra reuoluitur, sitae sunt.

OBSERVATIONES, QVAE AD NATVRAM MINORVM PLANETARVM MANIFESTANDAM PERTINENT.

XCV. Mercurius et Venus *phases assumunt, et modo falcatae, modo dichotomae*

zonam uel bisectam, modo gibbam disci lucidi portionem per telescopia ostendunt. et similes phases bis qualibet periodo circa solem recurrunt. Visae etiam sunt maculae et prominentiae in uenere. RICCIOL. Alm. p. 485. Comment. Acad. R. 1700. p. 378. uterque autem planeta sub sole positus nigrae maculae speciem prae se tulit. HEVEL. Tr. de mercurio in sole uiso. Gedani 1662. f. ex mutationibus macularum ueneris, BLANCHINI eiusdem periodum 24 horis definiuit. Act. Erud. 1729. p. 499.

2. In marte itidem phases et maculae telescopiis cernuntur. HUGENIUS uidit in marte cingulum latissimum, quod martis globum in medio obfuscabat. system. saturn. p. 7. alii in maculis eiusdem mutationem et motum periodicum obseruarunt, qui propemodum 24 horis finitur. CASSINI d. progressu astron. p. 37. MARALDI Comment. A. R. 1706. p. 96.

3. Iupiter telescopio longiore XX et plurimum pedum conspectus exercitato obseruatori fascias parallelas et mutabiles exhibet. HUGEN. p. 6. in illis motum deprehendit Cassini, qui circiter decem horis absoluitur, et periodum toto coelo breuissimam prodidit. l. c. p. 36.

4. *In saturno annulus planus, (F. 20. nunquam cum eius corpore cohaerens, ab Hugenio primum accuratius fuit consideratus, cuius uario ad terram positu, uicissitudines figurae saturniae, quae antea astronomos dubios reddiderant, oriri, idem luculentius euicit, v. systema saturnium. Hagae 1659. 4. p. 54.*

5. *Differt etiam lumen horum planetarum. Saturnus pallens, iupiter flavescit, mars rubet, uenus et mercurius uiuidiorem et albescentem lucem fundunt.*

CONSECTARIUM.

XCVI. Ex his indiciis clare intelligitur, planetas minores opaca et aspera corpora esse, quorum superficies non ubique eadem et simili materia praedita est. id quod phases et maculae et prominentiae et lucis uariatio probant. Nonnulli etiam eorum et forsan omnes, quippe inter se similes, uertigine circa axem aguntur. plura de similitudine eorundem cum terra tradit HUGENIVS in cosmotheoro.

PROBLEMA XXIV.

XCVII. *Metiri diametros apparentes minorum planetarum.*

Resolutio. Veteres astronomi diametros planetarum minorum cum lunae propinquae diametro solebant comparare: recentiores micrometro utuntur, quibus melius fit harum minu-

minutiarum aestimatio. (§. 85. diopt.) En Ty-
chonis et Hugonii mensuras.

Tycho				Hugonius p. 77.	
diam	app.	apog.	perig.	perig.	
M. S. M. S.				M. S.	
♂	1	34.	2 12	1	8
♂	2	14.	3 59	1	4
♂	0	57.	6 46	0	30
♀	1	52.	4 40	1	25
♀	1	29.	3 57	0	11 Heuel.

PROBLEMA XXV.

XCVIII. *Parallaxes et distantias minorum planetarum metiri.*

Resolutio. i. Constat experimentis astronomorum recentiorum, planetarum minorum, parallaxin diurnam, relata ad semidiametrum terrestrem, propemodum esse inobseruabilem. Interim spem conceperunt, fore, ut saltem martis aliquando parallaxin, quando terrae est proximus, reperire possent, siquidem theoria Kepleriana docebat, martem, soli oppositum, plus quam duplo terrae propiorem ipso sole reddi. Quapropter ex consilio Cassini patris, in insulam, litori americae, et lineae quoque aequinoctiali, uicinam Cayennam, missus est Richerius, qui, eo tempore, quo mars erat perigaeus, tum illius, tum stellae marti propin-
quae altitudines meridianas obseruaret; dum interim similia experimenta a Cassinio Parisiis
capie-

capiebantur. collatis deinceps huiusmodi observationibus, parallaxis diurna martis $25\frac{1}{3}$ secundorum producebatur, cui distantia minima 8000 semidiam. terr. responder. v. CASSINI elem. astron. p. 40. *Act. Lips.* 1685. p. 470.

2. Porro cum ex proportionem temporum periodicorum, (§. 100) colligi possit amplitudo et proportio orbitalium, in quibus primarii planetae rotantur, et inde ulterius semidiametri orbium, tanquam mediae singulorum planetarum distantiae a sole, innotescant, hoc tandem modo, tum distantiae singulorum planetarum a sole, tum etiam a terra inuentae sunt. conf. WOLFII Elem. astr. lat. p. 559. 561. add. WHISTON praelect. phys. mathem. p. 277.

Cassini distantias planetarum a terra tales, semidiametris terrae mensuratas, probat.

	Maxima.	Minima.
♄	244000	176000
♂	143000	87000
♂	59000	8000
☉	22374	21626
♂	38000	6000
♂	33000	11000
♂	61	53

Assumpta parallaxi solis Hireana sex secundorum, (§. 25.) tales sunt distantiae planetarum a terra.

	Maxima.	Media.	Minima.
♄	380556	327544	274532
♅	222250	179259	163268
♆	92221	52944	13668
♁	34996	34377	33759
♂	60056	34548	9041
♂	51138	37179	23221

3. Quomodo autem distantiae uicissim parallaxes diurnas prodant, suo loco §. 88. sphaer. demonstratum fuit.

PROBLEMA XXVI.

XCIX. *Nota planetarum minorum distantia a terra et semidiametro apparente, inuenire semidiametrum ueram.*

Resolutio in theoria solis explicata est §. 27. quia autem pro eadem expedienda secundorum minutorum finibus opus est, illi ex PITISCI canone triangulorum peti possunt. Logarithmos quoque pro singulis denis scrupulis secundis dedit VLACQ in trigonometria artificiali.

HUGENIUS Cosmoth. p. 15. sequentibus numeris proportionem diametrorum planetarum minorum et solis expressit. add. ci. systema saturn. p. 77. sq.

Diam.

	Diam. planet.	Diam. ☉	Ratio soliditatum ad soliditatem ☉
♄ cum annulo	11 :	37	
♄ sine annulo	5 :	37	1 : 405
♃	2 :	11	1 : 166
♂	1 :	166	1 : 4574296
♂	1 :	111	1 : 1367631
♂	1 :	84	1 : 592704
♂	1 :	290	1 : 24389000

CONSECTARIUM.

C. Inde simul colligitur proportio diametri terrae ad diametrum cuiuslibet planetae, diuisione fractionum. (§. 145. arith.) e. g. diam. saturni est $\frac{5}{37}$, terrae $\frac{1}{111}$ diametri solis, diuisis fractionibus, prodit quotus $\frac{555}{37} = 15$, qui indicat, diametrum terrae contineri quindecies a diametro saturni. Proportio superficierum et corporum secundum praecepta geometriae §. 205. 269. indagatur. superficies terrae est superficiei saturni $\frac{1}{225}$, corpus terrae est corporis saturni $\frac{1}{3375}$.

PROBLEMA XXVII.

CI. *Motus longitudinis quinque minorum planetarum explicare.*

Resolutio. 1. Periodum absoluunt sequentibus temporum interuallis:

♄	29 Annis	174 d.	4 h.	58 m.
♃	11	317	14	49
♂	1	321	23	31
♂	0	224	17	53
♂	0	87	23	15

Kepler. epit. astr. p. 731. 760.

Gg 3

2. La

2. Latitudines heliocentricae, siue anguli inclinationis, quales ex sole deberent spectari, sunt in tab. Ludouic. \hbar $2^{\circ}.33'.41''$, $19'.8''$ $1^{\circ}.51'$. ♀ $3^{\circ}.23'$. ♂ $6^{\circ}.52'$.

PROBLEMA XXVIII.

CII. *Explicare phases mercurii, ueneris, et martis.*

Resolutio. 1. Dictum est supra §. 3. mercurium et uenerem semper comitari solem, et nunquam eidem opponi, quam ob causam uenus, eximio prae ceteris planetis splendore coruscans, quando solem mox ori-
tūrum praenunciat, *phosphorus*, et quando post eius occasum sequitur, *hesperus* iampridem appellata fuit. si igitur alteruter planeta inferior, solem S circumiens, appareat in A, et emergens ex solis radiis uesperis a spectatore in terra T posito, respiciatur, fere *rotunda* et *plena* facies uidebitur, quia totum hemisphaerium illuminatum ad terram conuertit; sed progressus planeta in B, quia iam obliquius adspicitur, *gibbosam* phasim, et ulterius *dicotomam* in maxima elongatione C, *falcatam* in D, ubi ad conjunctionem cum sole retrogradus properat, ostendet, similes, sed inuerso ordine luminis uicissitudines, in dextro semicirculo, a retrograda conjunctione usque ad directam; recurrent.

2. Verum mars quoque non semper plenum orbem illustratum nobis monstrat. nam in F, quando ad maximam elongationem a sole tendit, *gibbosus* uidetur.

CON.

CONSECTARIVM I.

CIII. Iupiter et saturnus phases non habent, quia ob magnam a sole et terra distantiam, fere eandem terrae et soli portionem disci sui obvertunt, adeo, ut quantillum illud est, quod ex lucido hemisphaerio non videtur, idem tamen, in exigua disci specie, quam telescopia exhibent, minime notabile sit, nec sub aestimationem nostram cadat.

CONSECTARIVM II.

CIV. Venus autem, dum corniculata est, ob viciniam terrae, quam maxime splendet, et quando per telescopium plena lucet, quia cel-
sissimum situm habet, e terra exili admodum specie videtur. Ceterum venus perigaea aliquando tanto nitore coruscat, ut interdiu appareat. de quo phaenomeno egregia extat HAL-
LEI commentatio v. MOTTE. epit. Vol. I. p. 324. adde si libet diss. de observationibus si-
derum minorum diurnis.

CONSECTARIVM III.

CV. Ex laudata quoque theoria sequitur, uenerem et mercurium aliquando solis discum subire posse, si tam exigua planetae sit latitudo geocentrica, ut inter solem et terram positus, aliquos a nobis solis radios auerrat. quod phaenomenon in mercurio saepius, in uenere semel, post inuentum telescopium, conspectum fuit. prouti copiosius HEVEL, tr. pecul. tradidit. conf. WHISTON prael. astron. p. 276. Venus iterum sub sole erit a. 1761. 26. Maii mane.

PROBLEMA XXIX.

CVI. *Explicare de satellitibus iouis.*

Resolutio. 1. Satellites iouis primus per telescopium Belgicum conspexit SIMON MARIVS Qnoldinus, mense nouembri a. 1609. sed dum leges motuum indagat, et in tabulas eosdem referre laborat, protrahitur obseruationum publicatio in annum 1614, quo mundum iouialem Norimbergae edidit. GALILEVS uero Florentinus, qui primum a. 1610. d. 7. Ian. illos planetas uiderat, maturabat eorum, quae usque ad 2. martii notauerat, editionem, et 4 id. Mart. 1610. Florentiae *nuncium sidereum* uulgabat: recens. Londin. 1653. 8. et planetas novos *medice fidera* nominabat.

2. Occurrunt in his satellitibus phaenomena eorum simillima, quae in luna deprehendimus. relati enim ad iouem perigaeum et apogaeum habent, prope eum uelociiores, remoti ab eodem tardi et quasi stationarii sunt. Gaudent motu latitudinis, et ab ecliptica modo in boream, modo in austrum deflectunt. Magnitudo apparens crescit et decrescit. et ioui uicini plus quam duplo maiores apparent.

3. Notitiam motuum horum satellitum accuratiorem debemus industriae perspicaciaeque egregii astronomi J. DOMIN. CASSINI, quam in opere, cui titulus: *les hypotheses et les tables des satellites de Jupiter reformees sur de nouvelles observations.* Paris. 1693. f. cum erudito orbe communicauit. periodi eorum sunt sequentes:

Pri-

	D.	H.	M.	S.
Primi	1	18	28	36
Secundi	3	13	18	52
Tertii	7	3	59	40
Quarti	16	28	5	6

4. Quoniam comites iouis cum primario suo semper prope eclipticam mouentur, hinc frequentissime umbram iouis incurrunt, et eclipses patiuntur, quae e terra, praeterquam cum iupiter soli coniunctus uel oppositus (F. 22. est, (nam priore casu C iupiter heliace occidit, altero O satellitum ingressus in umbram et egressus ex eadem, ob intermedium iouis globum uideri nequit, prouti figura clarius docet) telescopio sex uel plurium pedum distincte obseruantur. et primi quidem ioui proximi satellitis motus tam feliciter a Cassinio calculis est comprehensus, ut ad unicum circiter minutum horarium, certissime iis in locis, quorum differentia meridianorum a Parisino obseruatorio nota est, praedici possit.

5. Quin per tubos opticos longiores et praestantiores cernitur quoque umbra satellitis, inter iouem et solem positi, in iouis discum proiecta. *Comment. Ac. R. 1707. p. 376.*

6. Digressiones satellitum maximae a centro iouis sunt tales: primi $5\frac{1}{2}$, secundi 9. tertii $14\frac{1}{3}$, quarti $25\frac{1}{3}$ semidiam. iouis.

SCHOLION.

CVII. *Emendationes tabularum motuum satellitum iouis dederunt HALLEY in Whistoni praelect. astron. p. 319. 374. IO. POYND in Mottii epit. trans. angl. add. Comment. Ac. R. Gall. 1706. p. 101. OLAVS*

ROEMERVS olim Prof. astron. Hafn. automatum, pro systemate planetarum iouis exhibendo, composuit, cuius fabrica describitur ab anon. Anglo. tr. der kunstreiche Uhrmacher. sub finem Gnomon. Welperi p. 27. 30. et in CL. HORREBOW basi astronomiae c. 14. similiter CASSINI orbibus quinque chartaceis mutuam eorundem planetarum positionem repraesentare docuit. de quo inuenio, postquam illud a MARALDO Parisiis inecum communicatum acceperam, lausius dixi in explicatione iouilabii cassiniani. a. 1727. Roemerus ex immersionum et emersionum bonorum satellitum observationibus, celeritatem radiorum (F. 22.) lucis colligere annisus fuit. siquidem animaduertit, emersiones tardius uideri, terra prope E collocata, et citius conspici, quando prope O uersatur, ita, ut dum radius lucis orbem magnum percurrit, propemodum horae quadrante serius ad nos perueniat. HAMEL hist. Ac. R. L. 2. ad. a. 1675. p. 155. HORREBOW. l. c. p. 126. Verum Cassini hanc temporis differentiam a latentibus hypothesium imperfectionibus oriri posse censuit. v. tr. d. orig. et progr. astron. p. 39. et Comment. Ac. R. 1706. p. 102. add. Hist. Ac. R. 1707. p. 96. siquidem aliorum coeli spectaculorum ratio iubet, ut lumen in instanti propagari statuamus. PARDIES d. motu luminis. idemque observationibus satellitum iouis uariis luculenter comprobauit diligentissimus MARALDVS. comment. Ac. R. 1707. p. 36. subscribunt tamen Roemero NEWTON princip. p. 207. KEILL astron. p. 223. Denique annotandum est, non plures quam quatuor planetas circa iouem ambulare, etsi alios se uidisse contenderit RHEITATA ocul. Henoch. p. 172. quos Ferdinandi tertia uel Urbanoctauiana uocari uoluit. deceptus enim fuit conspectu stellarum paruarum fixarum, prope iouem stationarium haerentium. nec postea illae recurrerunt, HEVEL selenogr. p. 49.

PROBLEMA XXX.

CVIII. Explicare de satellitibus saturni.

PRO-

Resolutio. Circa Saturnum quoque quinque comites eunt. eos primum uidit RHEITA a. 1643. sed motus dimensus non est. primus HVGENVIS quartum detexit, et eius periodum quindecim fere diebus absolui expertus est. System. Saturn. p. 9. 30. quatuor reliquorum motus et phaenomena attentius contemplatus est CASSINI. v. HAMEL. H. Ac. R. a 1690. c. 2. et Fontenelle H. A. R. 1705. p. 148. sunt autem periodi eorum tales;

	D.	H.	M.	S.
Primi	1	27	18	31
Secundi	2	17	41	27
Tertii	4	13	47	16
Quarti	15	22	41	11
Quinti	79	22	4	9

In quinto praeterea periodum apparentis diminutionis et amplificationis Cassini notavit, quam a revolutione circa axem, et diuersa utriusque hemisphaerii, lucem solarem reflectentis, conditione pendere putauit. LOWTHORP. Vol. I. p. 368. Elongationes maximae a centro primarii sic se habent: primi 1 diam. annuli, secundi $1\frac{1}{4}$, tertii $1\frac{2}{3}$, quarti 4, quinti 12 diam. annuli. Interim saturni comites obseruati sunt difficiles, ob distantiam, et globi saturni et annuli eiusdem propinquitatem. neque adhuc motus eorundem satis sunt emendati. v. CASSINI comment. Ac. R. 1705. p. 18. Instrumentum pro situ mutuo comitum saturni reperi-

periundo describit **LOTHAR. ZVMBACH**
in saturnilabio. Amstel. 1726. 4.

PROBLEMA XXXI.

CIX. *Varietates motus longitudinis;
sive phaenomena stationum, directionum
et retrogradationum, saturni et iouis ex-
plicare.*

F.23.) Resolutio. Dum tellus in orbita TS
circa solem annuo motu reuoluitur, iupiter or-
bis sui partem duodecimam, saturnus tricesi-
mam, absoluit. (§. 101) diuidatur annuus ter-
rae motus in partes aequales sex, et totidem
similes assumantur in arcu LP, qui motum an-
nuum iouis vel saturni refert; docent lineae,
quae puncta cognomina copulant, quod, quam-
diu inter terram et planetam sol est medius,
uel dum planeta in coniunctione cum sole, uel
circa eandem uersatur, idem *directus* sit, et ab
occasu in ortum secundum signorum successi-
onem moueatur; quando autem terra ponitur
inter planetam et solem, uel planeta soli oppo-
situs est, idem *retrogradus* sit, intermedio tem-
pore est *stationarius*.

CONSECTARIVM I.

CX. Eadem phaenomena, ob rationis simi-
litudinem in marte locum habere debent. sche-
ma tamen, pro iisdem demonstrandis, paulo
diductius requiritur.

CONSECTARIVM II.

CXI. Citius repetuntur hae uicissitudines in
saturno.

saturno, quam in ioue, et citius in ioue, quam in marce, nempe saturnus circiter 12 diebus ultra annum elapsis, iupiter post annum et mensem, mars post biennium et 46 dies, fere easdem variationes terrae incolis conspiciendas praebet, siquidem talibus interuallis similis terrae et planetarum superiorum positus recurrit, quemadmodum ex proportionemotus proprii eorundem et terrae intelligitur.

CONSECTARIUM II.

CXII. Attamen quo propior est planeta terrae, eo maiores sunt arcus retrogradationis, $\text{♂ } 13^{\circ}$. $4\ 10^{\circ}$. $\text{♂ } 6^{\circ}$. et quo quis altior et tardior, eo diutius retrogradus manet. $\text{♂ } 136$. $4\ 119$. $\text{♂ } 57$ diebus.

PROBLEMA XXXII.

CXIII. *Directiones, stationes, et retrogradationes veneris et mercurii explicare.*

Resolutio. Circa solem in orbita 1. 4. 8. venus uel mercurius, et in ampliore circulo (F. 24. TE terra uoluatur; facta utriusque viae diuisione in partes aequales, lineae per respondentes intersectiones ductae monstrant, quod e terra planetas illos adspicientibus, motus uideatur *directus*, cum sol est inter terram et planetam, *retrogradus*, quando planeta est inter terram et solem, et quod *statio* contingat tempore medio.

CONSECTARIUM I.

CXIV. Contrarias ergo rationes inferiores
fer.

feruant superioribus. et quo inferior planeta remotior est a terra, eo maiorem arcum retrogradationis, sed minore tamen temporis spatio peragrat. durat enim retrogradatio ueneris 42, mercurii 22 diebus circiter. Redeunt quoque anomaliae, postquam simili ad terram situ planeta locatur. mercurius post menses quatuor, uenus post annum et septem menses circiter similes variationes ostendit.

CONSECTARIUM II.

CXV. Sed quia pro explicandis hisce phaenomenis motus terrae circa solem assumendus est, quo facto, tam tempora, quam coeli loca, et arcuum, intra quos motus contrarii continentur, magnitudines definire possunt, (pro uti *Clar. DOPPELMAYERVS* peculiaribus tabulis, quibus ephemeridem planetarum minorum geometricam a. 1708. 1709. 1710, Norimbergae sumibus Homannianis ob oculos posuit, demonstrauit.) facile apparet, quanti hinc ponderis argumentum Copernicani, pro stabilienda sua sententia, ducant. *KEPLER* epit. p. 734.

CONSECTARIUM III.

CXVI. Denique fuit ex dictis, solem et lunam nec stationi, nec retrocessioni obnoxios esse posse, quia circa solem terra, et circa terram luna, directo semper prouoluitur.

CAPVT VI.

DE

STELLIS FIXIS, NOVIS
ET COMETIS.OBSERVATIONES, QVAE AD NA-
TVRAM FIXARVM PER-
TINENT.

CXVII. 1. *Lumen fixarum, praecipue illustriorum, forte est et scintillans. scintillatio autem augetur, quando instat quaedam aeris uel tempestatis mutatio.*

2. *Radii, qui extra peripheriam fixarum emicant, euanescent, quando lens telescopii sic regitur, ut foramen apertum pisi maioris diametrum habeat, tum enim fixae instar punctorum lucidorum apparent. Heuel. selenogr. proleg. p. 37.*

3. *Non solum nudis oculis, aliae aliis illustriores et maiores uidentur, et passim nebulae fixis permiscentur, sed etiam per telescopia eadem differentia sub conspectum cadit. et sigillatim telescopia innumeras produnt fixas, quae nudis oculis sunt inconspicuae. GALILEVS in pleiadibus 36, in ense et cingulo orionis 80, in capite orionis 21, in nebulosa cancri 36 stellas exiguas numeravit, quae tantum telescopiis cernuntur.*
nunc.

nunc. sider. p. 31. *RHEITA* ocul. *Enoch.* L. 1. c. 1. testatur, se in orionis sidere 2000, in pleiadibus 188. stellas reperisse.

4. Sed praeterquam, quod in galaxia et nebulis, quae nudo oculo patent, per telescopium plurimae fixae minutae appareant, notatu dignum est, quod etiam telescopiis nebulosa ibi deprehendatur, ubi nudo oculo fixa unica obuersabatur. Quemadmodum media ensis orionis, tubo optico uisa, praeter tres exiguas admodum uicinas, nebulam ualde lucidam, et ueluti apertum coeli empyrei foramen, ostendit. quod phaenomenon primus detexit *HUGENIUS* syst. saturn. p. 8. et quisque per specillo octo pluriumue pedum instructus idem poterit experiri. *HALLEIUS* quinque alia similia spatia lucida, solum tubis opticis reperiunda, enumerat in *Mortii* epit. trans. Angl. Vol. I. p. 234. add. *DERHAM* observationes nebulosarum. transact. Philos. n. 428. art. 5.

CONSECTARIVM . I.

CXVIII. Docent nos haec et alia fixarum spectacula, saltem eas, quae tam insignem luminis ubertatem prae se ferunt, lucem nativam in se habere, non mutuatitiam, quod amplius confirmabitur, si astronomorum coniecturas, de immensa fixarum distantia, postea expendimus, quia sic intelligemus, a sole fixas lucem

ma-

mutuari non posse. annon autem inter fixas minores, minusque splendidas, uel nudis oculis inuisas, quaedam sint, quarum opaca substantia a fixis propinquis, tanquam solibus illustratur, id forsan diligentior earum contemplatio et uicissitudines, si quas patiuntur, melius patefacient. agit de talibus fixarum mutationibus HEVEL Cometogr. p. 381. de corollariis uero, quae inde deducuntur ab illis, qui plura inter fixas systemata, et mundos plures dari arbitrantur, uid. HVGEN. Cosmotheor. p. 112. FONTENELLE de pluralit. mundor. et olim IORD. BRVNVS Lib. VIII. de innumerabilibus, immenso et infigurabili. Francof. 1591. 8.

CONSECTARIVM II.

CXIX. Scintillationem fixarum uel ab aere nostro oriri, uel ab illo saltem augeri, satis liquet. Forsan enim confert aliquid singularis lucis fixarum commotio et claritas, item circumscriptio circa axem. HEVEL l. c. p. 373.

CONSECTARIVM III.

CXX. Quia corona radiosa fixis adhaerens telescopii beneficio separatur, oportet eam in oculis nostris fallacia quadam uisus nasci, dum processibus ciliaribus, siue fibris, quae crystallinam oculi lentem cingunt, quidam radii reflectuntur, quidam per earundem interstitia transmittuntur.

CONSECTARIVM IV.

CXXI. Quod telescopiis amplificentur non-
H h nihil

nihil fixarum species, et intervalla inter easdem, uel exinde perspicue colligitur, quia tantam, iis in locis, ubi alias nudo oculo nulla stella uidebatur, fixarum multitudinem numerare licet. OLDENBURG. Act. philos. Angl. 1665. p. 48. Neque his aduersatur, quod exigua diametri stellarum, et spatorum, quibus distinguuntur, incrementa mensuris nostris comprehendi non possint.

CONSECTARIUM V.

CXXII. Ceterum ex diuersa fixarum magnitudine apparente, distantiae, uel verae magnitudinis uariae, indicium non obscurum capi, palam est (§. 53. 57. opt.)

PROBLEMA XXXIII.

CXXIII. *De parallaxi stellarum fixarum explicare.*

Resolutio. 1. Sermo nobis est, non de parallaxi diurna, quae ad semidiametrum terrae refertur, nam illa reuera nulla est, sed de parallaxi annua, quae respicit diametrum orbis magni, in quo terra circa solem uoluitur.

2. Huius inueniendae causa observationes fecerunt J. FLAMSTEDIVS et R. HOOKIVS; ille stellae polaris uariabilem latitudinem, et a polo distantiam, deprehendit nempe uisa ipsi est stella polaris minorem habere latitudinem, circa solstitium aestiuum, quam circa brumale; idem reperit, eandem stellam minus distare a polo, quo magis locus tellus

telluris a puncto solstitiali aestiuo ad hibernum accedit, et rursus eam recedere a polo sensit, quo magis terra a cardine solstitii hiberni (F. 25. ad cardinem solstitii aestiuo accedit. inde parallaxin annuam horizontalem, relata ad diametrum orbitae telluris AB, siue angulum AFB. 47 secundorum elicit. v. epist. ad Wallis. oper. huius T. III. p. 701. HOOKIVS in stellis uerticalibus uariationem 26 secundorum, quae fere similem Flamstedianae parallaxin prodit, detexit. WHISTON prael. astron. p. 36. Verum celeb. CASSINI fil: peculiari commensatione (memoir. de l'Ac. R. 1709. p. 247) ostendit, ex Flamstedii obseruatis talem parallaxin perperam colligi. idem fuit iudicium ROEMERI, teste CL. HORREBOW in Copern. triumph. p. 7. et GREGORIUS astron. geom. p. 275. censet, exiguam illam differentiam locorum stellarum non satis tuto parallaxi earundem tribui, siquidem ex aliis causis ignotis nasci possit. ex contraria tamen parte Flamstedium defendit WHISTON prael. phys. mathem. p. 199. sq. add. prael. astron. p. 33.

3. Ante paucos annos laudatus HORREBOW l. c. cum orbe erudito communicavit obseruationes Roemeri, pro inuenienda parallaxi fixarum, quam reperit 30 secundorum, relata ad semidiametrum orbis terrae annui. add. eiusdem basis astron. c. 10. De conati- bus CASSINI uid. Comment. A. R. 1717. sed

dubia hic aliqua mouit HALLEY Transact. Angl. n. 364. p. 1.

CONSECTARIVM.

CXXIV. Interim quamdiu parallaxis fixarum definitio certa et explorata non est, tamdiu etiam distantiam earum in medio relinquere oportet. Ex hypothese Flamstediana fixae a sole 4380 diametris orbis magni distant, assumpta autem Roemeri parallaxi 30 sec. fit distantia illa 6875 diametror. orbis magni. (§. 42. Tr. pl.)

SCHOLION.

CXXV. Et si autem parallaxis fixarum dubia sit, tamen contingunt in illis quaedam mutationes, quae variabilem earum a terra distantiam indicare videntur. Cassini pro prima arietis solitaria, aliquando binas aequales, intervallo diametri utriusque distantes conspexit. idem notavit in praecedente capite geminorum. GREGOR. p. 274.

PROBLEMA XXXIV.

CXXVI. De diametro fixarum apparente et uera explicare.

Resolutio. Diameter apparens fixarum, etiam primae magnitudinis, nondum accurate determinata est. RICCIOLVS sirio 18 sec. Alm. p. 424. HUGENIUS Cosmoth. p. 114. 4 tertia eidem assignauit. HALLEIVS l. c. expertus est, fixas Adebaran et spicam uirginis momentaneam a luna pati occultationem. Quapropter etiam uerae diametri magnitudo, quae ope distantiae et diametri apparentis indagatur, (§. 27) nos adhuc latet.

PRO-

PROBLEMA XXXV.

CXXVII. *Inuenire motum longitudinis fixarum.*

Resolutio. Comparantur inter se observationes longitudinis fixarum, quae plurium seculorum intervallo distinguuntur, graduum longitudinis interiectorum, in secunda minuta resolutorum, numerus, per differentiam annorum interim elapsorum diuidatur, quotus indicabit scrupula secunda, quae annuo longitudinis fixae motui respondent.

Hoc modo Hipparchus, collatis observationibus uetustioribus Timocharidis et suis, reperit fixas, intra 100 annos per unum gradum, et quouis anno per 36 sec. promoueri. Recentiores felicius eiusdem problematis solutionem tentarunt. Timochares anno ante C. N. 294 spicae uirginis longitudinem retulit in 22 gr. η , HIPPARCHVS ann. ante C. N. 128 eandem in 24 gr. η deprehendit. TYCHO a. 1600. spicam obseruauit in 18 gr. ζ . Inter Timocharidis et Tyconis observationem intermedii sunt anni 1894, differentia longitudinis est 94560 sec. haec per numerum annorum diuisa, producit motum annuum longitudinis fixarum 50 sec. unde sequitur intra annos 72 longitudinem fixarum uno gradu augeri. HEVEL prodr. astron. p. 85, motui unius gradus annos 71 assignat. plures astronomor. opiniones collegit Lawthorp. epit. Vol. I. p. 245.

CONSECTARIUM

CXXVIII. Sed quia motus ille proprius fixarum

xarum fit secundum longitudinem, et eclipticæ parallelismum, ideo latitudo earundem inuariata manet.

SCHOLION.

CXXIX. **KEPLERVS** epis. p. 910: cum Copernico omnem motum proprium fixis negat, et præcessionem punctorum æquinotialium apparenter tantum fieri arbitratur. dum nempe axis telluris inclinatur aliquantum uel reflectitur super centro corporis, ut hoc modo punctum intersectionis æquatoris et eclipticæ in partes contrarias, siue c. f. f. ire uideatur. **NEWTON** ex prominentia terræ circa æquatorem, et actione solis in eandem regressum nodorum oriri docet. p. 167. 388. v. **GREGOR.** p. 77. **PEMBERTON.** p. 308.

PROBLEMA XXXVI.

CXXX. Inuenire, quatenus stella supra datum horizontem semper extet, uel semper infra eum delitescat.

F. 26.) Resolutio. A quadrante PQ , auferatur eleuatio poli PR , relinquitur eleuatio uel depressio æquatoris RQ , et quia stellæ circulus diurnus est æquatori parallelus, (**S. 22. Sphaer.**) sequitur, quod stella quaelibet, quæ declinationem borealem maiorem habet, depressione æquatoris QR , semper supra illum horizontem extet, et uicissim, quod stella, quæ habet declinationem australem, maiorem eleuatione æquatoris AH , semper infra illum horizontem delitescat.

SCHOLION.

CXXXI. Reliqua, quæ ad stellas fixas pertinent problemata, de declinatione, ascensione recta et obliqua,

qua, culminatione, ortu et occasu, longitudine et latitudine earundem inuenienda, et alia, in sphaerica astronomiae parte explicata sunt.

DEFINITIO XV.

CXXXII. *Stellae novae dicuntur fixae, quae non semper in coelo sunt conspicuae, sed quandoque extra ordinem lucent.*

SCHOLION.

CXXXIII. *Plures autem novae eiusmodi fixae stellae ab astronomis detectae sunt; ex quibus tantum insigniores nonnullas hic memorabo. Hipparchus talem uidit, sed incertum quo coeli loco, eiusdemque conspectu permotus est, ut auderet annumerare posteris stellas, teste Plinio. L. 2. c. 26. Hepidanus in anal. alemann. ap. Goldast. T. I. rer. alem. narrat, a. 1012. novam insolitae magnitudinis per tres menses fulsisse. quae Tycho in nova primae magnitudinis in Cassiopea a. 1572. notauerit, Tom. I. progymn. ei. continentur. Recentiore aeuo novae stellae in pectore cygni, in pede serpentarii, in collo ceri, et aliae repertae sunt. quin et mutatio et extinctio lucis in stellis, quae semper appareat, observata est. de quibus omnibus differunt latius Kepler tr. pecul. de stellis novis in pectore cygni et pede serpentarii, Hevel. in prodr. astron. et in Cometogr. p. 374. RICCIOL. Alm. P. II. p. 130. LOWTHORP p. 247.*

OBSERVATIONES PHAENOMENORVM STELLARVM NOVARVM.

CXXXIV. 1. *Novae stellae scintillant ut fixae; quae in Cassiopea a. 1572. luxit, tam forte lumen fudit, ut nonnunquam interdiu ab oculatioribus deprehenderetur. color eius sub initium clarus, et candidus,*

sub finem rutilans et obscurior uidebatur. durabat spectaculum hoc anno et septem mensibus.

2. *Locum inter fixas nouae non mutant, sed ubi primum apparuerunt, ibi etiam euanescent.*

3. *Ast. cum reliquis motu communi aguntur circa terram.*

4. *Parallaxis earum sensibilis deprehendi non potuit.*

5. *Quaedam recurrunt eodem in coeli loco, post elapsam aliquod temporis interuallum. Stellae cygni periodus est 13 mensium. stella bydrae post biennium redit. Hist. Ac. R. 1706. 139.*

6. *Sub initium apparitionis apparens illarum magnitudo sensim creuit, sub finem paulatim imminuta est, donec penitus euanescerent.*

CONSECTARIVM I.

CXXXV. Fortes radii et scintillantes, propriae et nativae lucis, qua nouae stellae gaudent, indicium praebent.

CONSECTARIVM II.

CXXXVI. Quia non solum motu communi circa terram feruntur, sed et parallaxi carent,
pro-

procul dubio uel inter planetas superiores, uel ultra illos locandae sunt. nec probabile est, tam ingentes, tamque luminosos globos, casu ex fecibus uel purgamentis coeli coalescere, ideoque pro antiquis merito habentur. sed cur aliquando luceant, iterumque euanescant, sane difficile admodum explicata est. nec *Bullialdi* hypothesis, qui alterum nouarum stellarum hemisphaerium lucidum, alterum opacum putauit, declarandis omnibus phaenomenis satisfacit, siquidem nonnullae, quae paucis mensibus apparuerunt, centum postea et amplius annis latuerunt. *v. Wolfi* diss. de systemate solium dimidiatorum. Quodsi propter appropinquationem ad terram nouae stellae in conspectum nostrum uenire, et in situ apogaeo delitescere dicantur, restat, ut doceatur, quomodo in linea recta, seruato eodem inter fixas uicinas loca, a terra recedere, et ad eam rursus accedere possint.

DEFINITIO XVI.

CXXXVII. *Cometae* sunt stellae nouae, quoad lumen et motum proprium, planetarum aemulae, quae extra ordinem quandoque in coelo apparent, et ut plurimum comam uel capillitium lumine debili conspiciuum post se trahunt.

SCHOLION.

CXXXVIII. *Historiam cometarum* 154. **RICCIO.** *LVS Alm. P. 2. p. 3. digessit. add. HEVELII Cometogr. a. 1668. Gedani. f. et STANISL. LVBINI. ETZKY Theatr. cometicum. Lugd. B. 1681. f. Pri-*

mani cometæ observationem astronomicam suscepit IO. REGIOMONTANVS. a. 1472. PETRVS APIANVS a. 1531, animaduertit, cometarum caudas semper protendi in regionem a sole auersam. TYCHO a. 1577. defectum parallaxeos deprehendit. CASSINI, comparatis pluribus observationibus, zonam motus cometarum, per arietem, pegasum, andromedam, taurum, orionem, canem minorem, hydram, centaurum, scorpionem et arcum sagittarii ducendam esse, docuit. et Georg. Sam. Doerfelius, cum Plauiae Variscorum cometæ a. 1680. et 1681. uisi motum diligentius notaret, perspexit, iter illius prope solem ualde curuari, sed extra coniunctionem solis amplificari, et collatis aliquot locis cometæ, figuram orbitæ cometicæ parabolicam, in cuius foco sol est, inuenit. v. tr. eiusd. germ. astronomische Betrachtung des grossen Cometen a. 1680. Plauiae. 1681. 4

OBSERVATIONES PRÆCIPVORVM PHAENOMENORVM COME- TARVM.

CXXXIX. 1. *Magnitudo apprens capitis cometæ uaria est. aliqui ioui et ueneri, pares, et maiores, (qualis fuit uisus ab Heuelio. a. 1652. qui discum uix aliquanto minorem luna plena in principio monstrabat,) aliqui minores apparuerunt.*

2. *Vnius eiusdemque cometæ facies sub finem apparitionis sensim decreuit, donec omnino ex conspectu eriperetur.*

3. *In capite nucleus rotundus telescopiis distinguitur, quem rara, quæ in caudam definit, materia ambit.*

4. Cometæ a. 1665. et 1680. vix 22. gradibus diffusi a sole pleno orbe fulserunt.

5. Lumen capitis pallidum est, obscurius lumine planetarum. in nonnullis nucleus colorem candentis ferri exhibuit. aliqui nebulae albae specie conspecti fuerunt. et generatim, lux cometarum clarior est, quando prope solem uersantur, imbecillior, postquam maiorem a sole elongationem nacti sunt.

6. Cauda in auersam a sole plagam dirigitur, sed cum declinatione aliquot graduum. huius rara est materia, per quam minores stellae translucent, figura calathoidæ, uel diuergentium scoparum, in cuius medio nigrificantem striam et ueluti axem GVILIELMINI uidit. oper. T. I. p. 43. longitudo caudæ ad 20, 30, 50 et plures gradus porrecta fuit. idem cometa quandoque comam longiorem, quandoque breuiorem, uel omnino nullam, ostendit. latitudo quoque comæ diuersa fuit, illa, quæ cometæ a. 1680. adhaesit, in fine duos gradus superabat, dum capitis diameter tribus tantum par minutis haberetur.

7. Motu cometæ gaudent non solum communi, uerum etiam proprio, sed ualde inaequali, quippe qui diuersa in eodem cometa celeritate continuatur. cometa a. 1652.

in principio uno die undecim gradus peragravit, postea lentius processit, ut intra 20. dies 66. circiter gradus absolueret. v. HEVEL. cometogr. p. 887. Hist. Acad. R. 1707. p. 129. Comment. ib. p. 738.

8. *Duratio non eadem omnibus. maxima sex mensium, alii intra paucos dies evanuerunt. FONTENELLE. l. c.*

9. *Parallaxi carent, et e diversis locis simul visi, eandem a stellis fixis vicinis distantiam servarunt.*

CONSECTARIVM I.

CXL. His experimentis edocemur, cometas propria luce destitutos, mutuatitia solis illustrari, ideoque prope hunc clariores, et remotiores ab eodem obscuriores uideri. sed quod plus, quam saturnus, planeta a sole distitissimus, pallent, id quidem singulari superficiei cometicae porositate, qua radii solares absorbentur, effici, verisimile est.

CONSECTARIVM II.

CXLI. Quod attinet ad eorum distantiam a terra, certum est, eam esse longe maximam, non multo minorem distantia solis, quando in perigaeo versantur. siquidem parallaxin non habent, et phasibus carent, etiamsi haud procul a sole consistent.

CONSECTARIVM III.

CXLII. Si autem tanto a nobis intervallo remoucantur, et tamen plurium unius gradus
scrui-

scrupulorum diametrum exhibeant, sequitur, cometas eiusmodi insigniores, corporis mole et magnitudine, cum terra, ceterisque planetis maioribus certare posse.

CONSECTARIUM IV.

CXLIII. Ergo errarunt *Aristoteles* de mundo c. 4, et alii, qui cometen inter meteora retulerunt. PLIN. L. II. c. 25. et IAC. MILICH in comment. ib. nec phaenomenis satis conformis uiderut sententia quorundam recentiorum, HEVELII cometograph. p. 648. GVILIELMINI l. c. etc. qui crinitam stellam ex planetariis effluuiis coalescere arbitrantur. nam, unde tanta materiae copia colligatur, et a qua causa constipetur, capi nequit. secundum NEWTONVM cometae sunt peculiare genus planetarum, in orbibus ualde eccentricis circa solem euntium, qui in perihelio immensum a sole calorem concipere et diu conseruare, eodemque imbuti, lucere aliquamdiu possunt. princip. p. 466. 475. caudae uero sunt uapores ex atmosphaera cometae per longum in coelo spatium, maius minusue, proprii aestu solis cometa plus minusue calefit, diffusi, p. 470. quia refraction et reflexio in suprema coeli regione, ubi uel tenuissimus aether, uel plane uacuum spatium est, locum non habet. p. 467. PEMBERTON L. 2. c. 4.

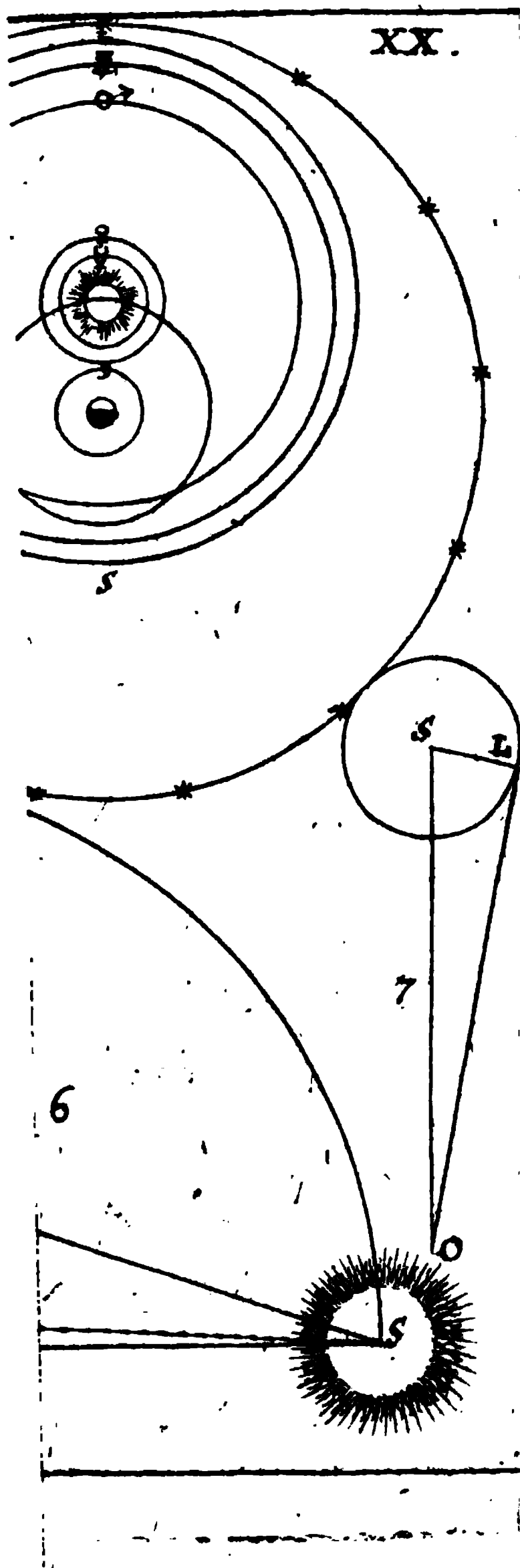
CONSECTARIUM V.

CXLIV. Interim comae longitudo diuersa, producitur obliquiore uel rectiore illius ad
ocu.

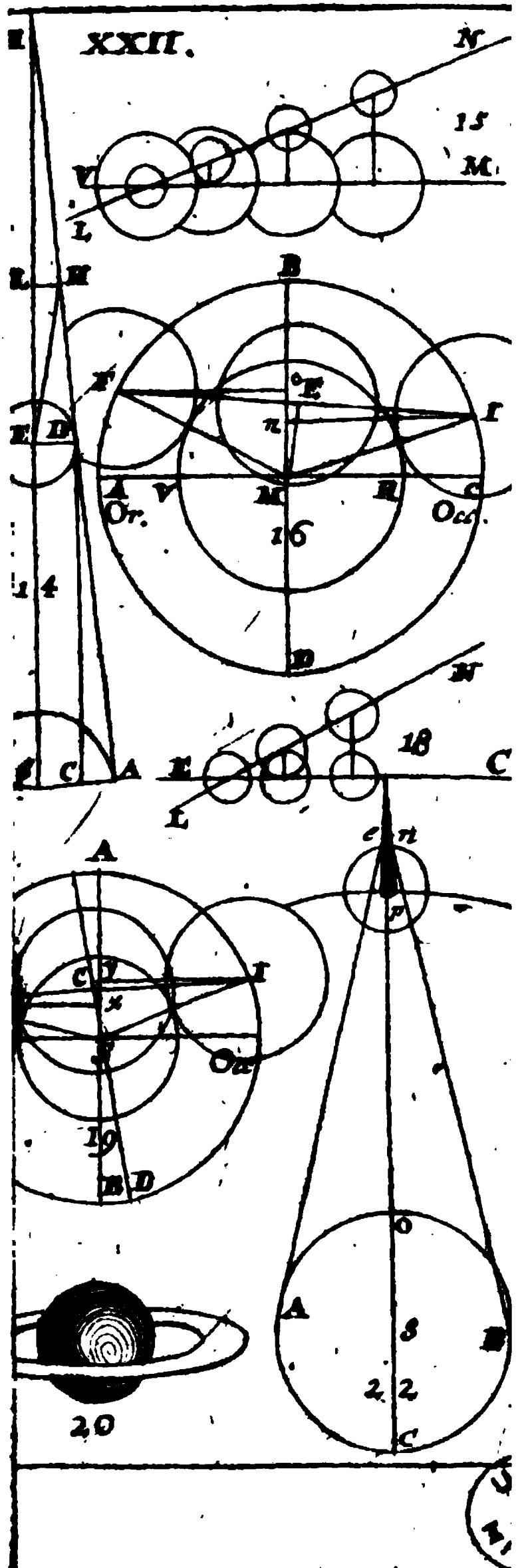
oculos nostros positu, et nonnunquam cum cometa soli oppositus est, crines a capite occultantur. sed et motus inaequalitas celeritasque varia opticis rationibus niti uidetur. Verum haec et alia dubia doctrinae de cometis capita posterius forsan melius exponem, ubi maior experimentorum copia ipsis suppetet. Nam licet nostri quoque aevi astronomi, ex similitudine locorum et motuum nonnullorum cometarum, eorum reditum praedixerint, tamen euentus non respondit. Extant adhuc passim talia praesagia cometarum conspiciendorum a. C. 1736. 1739. 1747. 1751. 1758. 1783. 1790, quae a diuersis auctoribus uulgata sunt. v. GHISLERII praef. ephemer. GRAMMATICI tr. de cometa a. 1723.

SCHOLION.

CXLV. Plura de cometis tradunt ex ueteribus *PLUTARCHVS* d. plac. *Phil.* III. 2. *SENECA* qu. nat. I. 17. *LUCIANVS* uerae (imo falsae) historiae p. 7:6. ex recentioribus *KEPLERVS* Lib. pecul. 1619. 4. Aug. V. *RICCIOLVS* et *HEVELIUS* in operibus supra laudatis, quibus addenda omnino est cometographia Hulleiana, a Guil. Whistone in praef. mathem. p. 339. sq. exposita. ut aliorum scriptorum minora opera breuitatis studio nunc omittam.







1

2

3

GEOGRAPHIA GENERALIS.

DEFINITIO I.

I. *Geographia generalis* est scientia, de dimensione terrae, nec non de descriptione artificiosa totius orbis terrarum, et partium illius.

CONSECTARIVM.

II. Differt haec geographia generalis et mathematica, a speciali, siue historica, quae de vario, regionum orbis terrae, et incolarum statu, tam naturali, quam civili, et aliis, quae eo pertinent, argumentis agit.

SCHOLION I.

III. *Primus* geographiam mathematicam digere re ausus est *PTOLEMAEVS* Libris VIII. γεωγραφικῆς ὑφ' ἡγήσεως. reliqui ueteres geographi, *STRABO*, *MELA*, *PLINIVS*, *SOLINVS*, *DIONYSIVS*, *PAVSANIAS*, *STEPHANVS*, et alii, historica plerumque afferunt. Proxime elapsis duobus seculis, astronomia et arte nauigandi feliciter excoltis, utriusque antiquae geographiae uitia magnam partem emendata sunt, ita tamen, ut perquam multa restent a posteris supplenda. Inter scriptores, ad geographiam generalem illustrandam maxime idoneos, *RICCIOLVS* geogr. et hydrograph. reform. Venetiis. 1662. f. et *BERN. VARENIUS* Geogr. gener. cum notis *NEWTONI*. recens. Ienae. 1693. 8. prae ceteris sunt commendandi.

SCHOLION II.

IV. *Mensurae geographicae omnes pedis longitudi-*
nem

neris cognitam supponunt, de qua alibi pluribus dictum fuit. (§. 12. geom.) itaque hoc loco maiores mensuras praecipuas, quae pluribus pedibus collectis constant, tam ueteres quam recentiores enumerabo. scilicet capis passus (sic dictus, quod passis, hoc est, dilatatis manibus et brachiis talem dimensionem conficiamus) geometricus quinque pedes: stadium graecum siue olympicum pedes romanos 625, passus 135. stadium alexandrinum pedes rom. 720, passus 144. **PLIN.** II. 23. Schoeno aegyptiorum sexaginta stadia **HERODOTVS**, **PLINIUS** quadraginta eidem tribuit. parasange Persarum triginta stadia continuisse dicitur. romano- rum milliare, lapidem uocabant, 1000. passibus siue octo stadiis graecis finiebatur. Hodie celebres sunt mensurae geographicae, milliario Italicum, cui aequale est Turcicum, 1000. passuum. Anglicum 5280. pedum Londinensium, **WHISTON** prael. astr. p. 14. Gallicum, Leuca uocatur, capit 2400 pass. siue $2282 \frac{2}{3}$ sexpedas. **BION.** p. 190. Hollandicum 3168 pass. Germanicum commune 4000 (rectius 4500, uti infra §. 13. dicitur) pass. cui par est Danicum hodiernum: Russicum, Werst nominatur, passus 750. Stadium Sinensium Ly, sexpedas 160 habet, teste Magaillans relat. non. p. 60. add. I. **AD. SCHALLII** init. expedit. christian. ap. Sinens. c. 10. p. III. sed de his omnibus, ob mores locorum discrepantes, et dubiam subinde pedum et passuum magnitudinem, a scriptoribus uarie disceptari solet. v. **VAREN.** p. 23. **RICCIOLVS** toto libro secundo. Sigillatim de patriae nostrae consuetudine notandum uenit, quod in Saxonia milliare olim receptum fuerit 27000 ulnarum, siue 3600 perticarum, quae singulae $7\frac{1}{2}$ ulnas Lipsienses continent, sed quia idem etiam a uulgari aestimatione, qua milliare dicimus interuallum, quod pedes expeditus intra duas horas potest percurrere, nimium recedebat, ideo sensim abiit in desuetudinem. **ZIEGLER** d. I. Mai. l. 43. §. 9. hodie Saxones milliare suum 16000. ulnis Dresdensibus metiuntur. **BEVTEL** cimel. geograph. p. 118.

THEOREMA I.

V. *Terra habet figuram sphaericam.*

Demonstratio. 1. Nam sectio umbrae terrae, in quam luna tempore eclipseos immergitur, (§. 71. theor.) rotunda et circularis est, qualis non nisi a corpore globoso proiicitur. (§. 36. opt.)

2. Praeterea supposita figura terrae sphaerica, effectuum alias inexplicabilium ratio redditur; ueluti, quod stellae non omnibus terrae habitatoribus simul oriantur et occidunt, item, quod eclipses et alia coeli phaenomena, circa ea, quae praedicuntur, tempora eueniant etc.

3. Accedit, quod nonnulli totam terram circumnavigauerint, quibus ea omnia euenere, quae ex globi, intra sphaeram coelestem libere pendentis, proprietate resultant. Hanc experientiam cepere *Ferd. Magellanes, Fr. Draco, Tb. Candisch, Simon Corderius, Iac. Mabu, Oliv. Noord, Gu. Corn. Schouten, Io. Hugo, Guil. Dampier.*

CONSECTARIVM I.

VI. Fatendum tamen est, his similibusque argumentis tantum demonstrari, terram globi similem figuram habere. nam absolutam et geometricam non admittit magna superficiei terrestris asperitas. forsitan etiam elliptica sphaeroides est, quemadmodum, ex observationibus variae longitudinis pendulorum, in diuersis a linea aequinoctiali distantis notatae, colligit **NEWTONVS** princip. p. 386. ex cuius sen-

rentia superficies terrae sub aequatore, circiter 17 milliariis plus distat a centro terrae, quam quae subest polis. add. PEMBERTON p. 296. sq.

CONSECTARIVM II.

VII. Si autem terra est sphaerica, possunt in eadem antipodes, in aduersis diametri alicuius terrestris extremitatibus consistere.

CONSECTARIVM III.

VIII. Inde etiam explicatur, quare iis, qui terram ab occasu in ortum circumnauigarunt, post reditum dies in calendario abundauerit; siquidem, post quosuis gradus XV peripheriae terrestris peragratos, una hora meridies anticipatur, (§. 124. sphaer.) et tandem, emensis totum terrae ambitum, unus dies debet abundare. Contrarium uero accidit illis, qui ab ortu in occasum circa terram iter fecerunt. v. ER. PVTEANI dierum apud Indos diorthosis.

SCHOLION.

IX. *Et si haec de terrae rotunditate ueritas, ueteribus philosophis probe fuerit perspecta, u. PLIN. II. 70. PLUTARCH. d. fac. in orbe lun. p. 355. CECERO Somn. Scip. c. 6. THEON ad Ptolem. L. I. p. 18. tamen imperiti quidam matheosos rem in dubium uocare ueriti non sunt. quorum opiniones PLUTARCHVS enarrat d. plac. phil. III. 10. add. VAREN. p. 25.*

PROBLEMA I

X. *Peripheriam terrae metiri.*

Resolutio. 1. Eligatur tractus terrae, sub eodem

eodem meridiano, per aliquot milliaria a septentrione in meridiem porrectus.

2. Mensuretur in illo spatio linea, aliquot milliaria capiens, et a septentrione in meridiem sub eodem meridiano directæ. (§. 46. sphaer.)

3. In utroque illius lineae extremo inueniatur altitudo poli, uel distantia eiusdem a uertice; (§. 92. 94. sph.) differentia utriusque altitudinis poli, indicat portionem peripheriae magni circuli terrae, gradibus uel scrupulis graduum definita, qua cognita, ope regulae aureae, tum intervalum uni gradui peripheriae respondens, tum etiam ambitus totius circuli magni terrestris, mensura geometrica determinatus, indagatur.

Hoc artificio solertet praeter ceteris usus fuit PICARD a 1669. et 1670. mensus distantiam, Surdonii in Picardia, et Malouicini (malvoisine) in Pastinsensi agro, qui uterque locus eidem meridiano subest, 68430 $\frac{1}{2}$ sexpedarum; eleuatio autem poli Surdonii est 49 gr. 42'. 40". Malouicini 48° 30'. 48". differentia utriusque 1° 11'. 52". si ergo 1° 11'. 52". dant 68430 $\frac{1}{2}$ sexpedas, pro uno gradu reperiantur 58920 sexpedae Sed idem Picardus, continuata mensione usque ad Ambianum, cuius eleuatio poli est 49° 53'. 46". distantiam Malouicini et Ambiani deprehendit 78907 sexped. quae pro uno gradu 57060 sexpedas computandas esse, docet v. HAMEL. Hist. Soc. R. p. 106.

SCHOLION.

XI. Idem problema, quod ad totius geographiae fundamentum stabiliendum spectat, tentarunt ante
Picard

B.1.) Picardum plures tam veteres quam recentiores geometrae. Eratosthenes circa ann. ante C. N. 270. notavit Syenae Aegypti in S. tempore solstitii aestivi erectum gnomonem SI, in meridie umbra carere, quia sol illi ad perpendicularium imminet, eodem uero tempore, Alexandriae gnomon AN umbram in meridie AM proicit; ex umbræ igitur longitudine AM, et altitudine gnomonis AN, inuenit angulum MNA, (§. 31. Tr. pl.) $7\frac{1}{2}$ grad. eumque parem iudicauit alterno NCI, ob radios solis parallelos. (§. 74. geom.) Praeterea existimauit, Alexandriam et Syenen sub eodem meridiano esse, ideoque distantiam utriusque loci 5000 stadiorum, AI $7\frac{1}{2}$ gr. aequalem, et hac posita, toti peripheriae terrae competere 250000. stadia affirmavit. v. STRABO L. 2. p. 78. 90. edit. Casaub. PLIN. II. 108. CLEOMEDES cyclic. theor. I. 10. Sed iam pridem ueteres ab Eratosthene differant. uid. STRABO p. 43. POSIDONIUS philosophus Rhodius, Ciceroni coaevus, postquam interval- lum inter Rhodum et Alexandriam, (incertum quo modo) definiuerat, observationibus altitudinis stellae canobi, utroque in loco factis, adiutus, ambitum terrae 180000 stadiis terminari asseruit. CLEOMED. l. c. STRABO p. 65. ARABES Sec. IX. aspiciunt Almamonis, Chalifae Babyl. pro uno gradu terrae $\frac{1}{2} 6\frac{2}{3}$ milliaria, quae singula 4000 cubitos complectuntur, deprehenderunt. ALFRAGAN. rudim. astron. differ. 8. p. 8. Cum autem omnes hae ueterum terrae dimensiones multifariam inter se discreparent, et, ob mensuraram incertitudinem, obscurae essent, recentiores geographi eiusdem problematis solutionem debita diligentia sibi repetendam suscipiendamque esse rati sunt. I. FERNELIUS Sec. XVI, profectus Part- his sub eodem meridiano uersus septentrionem, unum gradui 56746 $\frac{2}{3}$ sexpedas assignauit, v. eiusd. Cosmo- zheoria. Eodem seculo WILLEBR. SNELLIUS, intervallo inter Alcmariam et Bergam ad Somum mensurato, reperit, pro gradu uno terrestri per- ipheriae, 55021 sexpedas, siue 28500 perticas rhenolan- ticas. uid. ei. Eratosthenes Batavus. circa quam tæ-
men

men mensuram varia mouerunt dubia RICCIOL. G. R. IV. 7. 8. V. 11. et CASSINI fil. comment. A. R. 1702. p. 79. Seculo proxime elapso RICCIOLVS prope Bononiam Ital. unum gradum circuli maximae terrae 62650 sexpedis terminari statuit. G. R. V. 28. NORWOODVS Anglus eidem tribuit 57300 sexpedas. NEWTON. p. 378. Tandem uero omnium antecessorum industriam in soluendo hoc problemate uicerunt CASSINII PATER ET FILIUS, cum doctis sodalibus nonnullis, qui lineam meridianam per totam Galliam, a parallelo Dinquerquae, per obseruatorium Regium, usque ad parallelum Colliurae, agri Ruscinonensis, continuauerunt, et geometrice, solertia nunquam satis laudanda, dimensi sunt, quorum obseruationibus compertum est, gradum unum peripheriae terrae supra Lutetiam 56960, infra Lutetiam, uersus meridiem, 57097 sexpedas, adeoque medium inter utrumque, 57028 continere. quemadmodum laus explicat DN. CASSINI F. in Comment. A. R. 1718. p. 310. et peculiari appendice commentarior. anni eiusdem, qua singula pragmatiae illius utilissimae capita ex instructo describuntur, additisque neceppis geographicis illustrantur. Ceterum ex eo, quod gradus meridiani terrestres inaequales, nempe supra Lutetiam minores, infra Lutetiam maiores reperiuntur, collegerunt doctissimi uiri, figuram terrae ellipticam esse, quae prope aequatorem contrahitur, et uersus polos ampliat, ita ut axis maior, qui per polos ducitur, sit 6579368, diameter aequatoris 6510796 sexpedarum, quorum numerorum discrimen 68572 sexpedis aequipollet. Comment. A. R. 1718. p. 323. et antea iam EISENSCHMIDTUS in diatribe de figura telluris elliptica, Argent. 1691. 4. ex differentia magnitudinis graduum, in diuersis ab aequatore distantis mensuratorum, similem, sed alia utriusque diametri proportionem, globo terrae figuram asserere conatus fuerat. NEWTONI (qui terram sub aequatore plus quam sub meridiano tumescere arbitratur, §. 6.) iudicium de hac Gallorum astronomorum sententia, legitur in princip. p. 387.

CONSECTARIVM I.

XII. Si terram tantisper pro sphaera habeamus, et gradui maximi circuli 57028 sexpedas tribuamus, prodit tota terrae peripheria 57028. 860 = 20530080 sexpedis, diameter uero 6538242, semidiameter 3269121 sexpedis. par est. (§. 130. geom.)

CONSECTARIVM II.

XIII. SNELLIVS Tiph. Bat. p. 6, et METIVS prim. mob. L. 3. c. 1. uni gradui peripheriae terrae XV miliaria germanica assignant, quo ipso, milliare hoc caperet 3802 sexpedas circiter, uel 4562 passus, qui singuli habent quinque pedes parisinos. quare, cum haec mensura propius accedat ad miliaris germanici magnitudinem vulgarem, (§. 4.) eam quoque seruare fas est. Vel si in posterum milliari germanico rorunde 4000 passus, ob calculi compendium, et quia ita fert geographorum nostratum communis consuetudo, tribuamus, intelligendi sunt passus maiores, qui parum a sexpedis gallicis differunt. Leucaae autem gallicae, quales 25 uni gradui terrestri tribuuntur, magnitudo erit 2281 uel 2282 sexpedarum, qualem supra ex Bione laudavi. §. 4.

PROBLEMA II.

XIV. *Assumpto gradu peripheriae terrae XV miliaribus germanicis aequali, totam illius peripheriam, item diametrum et semidiametrum, superficiem et soliditatem invenire.*

Re-

Resolutio. Non alia hic re opus est, quam ut praecepta geometriae ad globi terrae dimensionem rite transferamus. quo facto, deprehenditur terrae peripheria 5400, diameter $1719\frac{117}{137}$ siue 1720 (§. 130. geom.) semidiameter 860 milliaria germanicorum. superficies 9,288.000 milliaria quadrata, (§. 270. 271. geom.) moles uero corporis, 2,662,560,000 milliaria cubica complectitur. (§. 273. geom.)

SCHOLION.

XV. Sed cum nobis constet, superficiem terrae al-
 sis passim montibus obfitam esse, uideamus iam, qua-
 lem altitudo montium proportionem ad diametrum
 telluris habeat.

PROBLEMA III.

XVI. Dato interuallo AB , ex quo (F. 2.
 uertex montis ultimum apparet, eius altitu-
 dinem BD inuenire.

Resolutio. In $\triangle ABC$ rectangulo in A ,
 quia ultimus a uertice montis B effluens radius
 ibi sphaeram tangit, (§. 8. Trig. pl.) notum
 assumitur latus AB , unacum semidiametro ter-
 rae AC , (§. 14) et quaeritur ex his hypote-
 nusa, per theor. pythag. (§. 195. geom.) Vel,
 si notus sit arcus AD , mensura anguli C , da-
 tis angulis et latere AC , hypotenusa indaga-
 tur, (§. 42. Tr. pl.) Dein ab hypotenusa AC
 demitur semidiameter DC , residuum est BD al-
 titudo montis.

VARENIVS p. 101. narrat, uerticem montis
Pici, in insula *Teneriffa* *Canaria*, a nautis ad-
 buc

buc cerni, cum ab eodem distant quatuor circuli magni gradibus, qua observatione assumpta, altitudo eiusdem foret duorum milliar. germ. sed Varenius detrahendum censet unum gradum ob refractionem, (iter in Picum ab Anglo quodam factum describit MOTTE Epit. trans. angl. P. IV. p. 147) KIRCHER in insula Malta aliquando vidit sacumen montis Aetnae, qui inde 3 grad. abest, quod intervallum paullo minorem 2. mill. germ. altitudinem designat. opiniones veterum recenset PLIN. II. 65. add. RICCIOL. G. R. VI. 16. Almag. P. II. p. 593. de monte S. Marthae prope Carthagenam Americae, cuius fastigium intra distantiam 150 vel 120 leucarum aicitur esse conspicuum, legatur DAMPIER voyage T. I. p. 48.

CONSECTARIVM I.

XVII. Vicissim nota altitudine montis, intervallum AB, ex quo adhuc uideri possit, reperitur. (§. 44. Tr. pl.)

CONSECTARIVM II.

XVIII. Sed quia montes, qui toto orbe terrarum altissimi putantur, non ultra duorum milliarium germanicorum perpendiculum habent, sequitur, quod prominentia montium non prohibeat, quo minus terram ad sensum rotundam dicamus; quemadmodum etiam luna plena rotunda putatur, csi praesentis montibus illius superficies distinguatur. (§. 51. theor.)

PRO-

PROBLEMA IV.

XIX. *Inuenire semidiametrum horizon-
tis sensibilis, pro data oculi altitudine.* (F. 3.

Resolutio. In \triangle rectangulo OCH , datur
semidiameter terrae CH , una cum hypotenu-
sa OC , nempe semid. terrae; aucta altitudine
oculi SO , quibus cognitis crus OH per th.
pyth. (§. 196. geom.) inuestigatur.

*Assumta nempe altitudine oculi OS sex pedum,
radius horizon-
tis sensibilis OH parum superat
interitatum dimidii miliaris german. si nempe ocu-
lus tali loco, ueluti supra mare uentis non agita-
tum, sit collocatus, ubi superficies figuram terrae
sphaericam perfectius imitatur.*

CONSECTARIVM.

XX. Ceterum illud ex allatis duabus pro-
positionibus relinquitur, quod nec montium
sublimiorum altitudo, nec porrectiones plani-
tierum impediunt, quo minus terram pro
sphaera habeamus. siquidem neutra ad crassi-
tatem uel superficiem globi terrae talem propor-
tionem habet, quae rotunditati terrae officiat.
accedit, quod tum experientia, tum geodaeica
tentamina, cum iis, quae ope solutionis geo-
graphicae, assumta figura terrae rotunda, re-
perta sunt, satis bene consentire deprehendan-
tur. VAREN. p. 98. sq.

THEOREMA II.

XXI. *Terra in medio sphaerae coelestis
posita,*

posita, absque notabili in geographia errore, existimari potest.

Demonstratio. Cum enim astronomia doceat, diametrum orbis magpi, in quo terra circa solem reuoluitur, notabilem proportionem ad distantiam fixarum non habere, quia, quocunque orbis sui puncto terra fuerit, parallaxis fixarum certa et determinata deprehendi nequit, (§. 122. theor.) sequitur, quod absque errore, qui in sensus incurrat, terra in medio sphaerae fixarum locata existimari possit.

CONSECTARIVM.

XXII. Itaque diuisio globi terrae sic omnium aptissime fiet, si puncta et lineas, tam rectas quam circulares, quas pro diuisione sphaerae coelestis suo loco laudauimus, (§. 18. sq. sphaer.) in terram quoque intra sphaeram coelestem in medio positam transferamus. quo facto, omnes illi limites globi terraeque, terminis sphaerae coelestis subiecti, et lineae utrimque parallelae (F. 4.) assumuntur. Sunt ergo intelluris sphaera poli, zenith et nadir, linea axis et directionis, aequator, meridianus, tropici et circuli polares. quorum omnium positio in astronomia sphaerica explicata est. Additur etiam in globo et mappis ecliptica, de cuius usu infra dicetur.

DEFINITIO II.

XXIII. His terminis accensendi sunt adhuc *circuli paralleli*, qui in quacunque ab aequatore terrestri distantia, huic paralleli ducun-

euntur. In globo materiali et mappis geographicis interuallo singulorum decadum graduum describi solent.

DEFINITIO III.

XXIV. Praeterea is *meridianus primus dicitur*, a quo fit initium numerationis graduum aequatoris terrestris.

SCHOLION.

XXV. *Et si autem electio primi meridiani arbitrio geographorum relicta sit, tamen optandum esset, ut omnes circa eundem amice consentirent. quod cum factum non sit, indicandum hoc loco est, quantum inter se distent meridiani primi, qui a celebrioribus cosmographis adhibentur. PTOLEMAEVS L. I. c. II. elegit vicinum insulis Canariis, siue fortunatis, ultimis illius aeuo terris, uersus occasum cognitis, sed quia nec numeri nec situs earum accuratam notitiam habuit, siquidem eidem omnes meridiano subiectas putauit, non potuit meridiani sui limitem rite constituere. ideoque recentiores, libertate sua usi, alios sibi meridianos primos fecerunt. HONDIO insula hesperidum Iacobi, prope caput uiride, MERCATORI insula Flandrica del Coruo, placuit. GALLI inde ab a. 1634, ex mandato regio, applicans meridianum primum occidentali litori insulae canariae Ferro; BELGAE montem Picum Teneriffae canariae praetulerunt, RICCIOLVS denique occidentale extremum insulae canariae Palmae occupauit. Sed Teneriffa fere media inter Canarias est, et ductus per Picum meridianus primus, ceteris meridianis, saltem iis, quos hodierni cosmographi probarunt, propius Europae finibus admoetur, ideoque illum quoque hic seruare, et tabulas longitudinum deinceps proferendas, eidem accommodare, libet. differentia autem a reliquis ex subiecta tabella perspicue cognoscitur.*

Termini meridi- anor. primor.	Differentia subtrahenda		Longitudines a Pi- co Teneriffae.	
	G.	M.	Gr.	M.
Picus Teneriffae	0	0	360 sine	0
Palma	2	7	357	53
Ferro	2	51	357	9
S. Jacobi Hesper.	5	20	354	40
Corua. azorid.	13	27	346	33

Vsus tabellae in promptu est. nam data distantia loci cuiusdam a meridiano primo, qui differt ab eo, qui per Picum Teneriffae dirigitur, numerus secundo laterculo inscriptus illi longitudini detrahatur, et superest longitudo ad Picum Teneriffae relata. contrario modo additione fit reductio, si longitudo a Pico numerata, ad alium meridianum primum sit reuocanda. e. g. Ricciolus a Palma numerat pro Vitemberga longitudinem 36 gr. 31 m. demtis 2°. 7'. superest longitudo a Pico Teneriffae 34.° 24'. ex sententia nempe Riccioli. Sed positis tam in sphaera terrae terminis, restat, ut quomodo loca telluris ad illos referantur, doceamus.

DEFINITIO IV.

XXVI. *Latitudo loci* uocatur distantia F.5.) eiusdem ab aequatore, gradibus meridiani, inter aequatorem et loci parallelum interceptis, definita. est uel borealis GL, uel australis GN, prouti locus ab aequatore uersus polum septentrionalem uel meridionalem remouetur.

DEFINITIO V.

XXVII. *Longitudo* est distantia meridiani alicuius loci a meridiano primo, A G, gradibus aequatoris, inter utrumque meridianum

dianum mediis, determinata. numerantur gradus longitudinis ab occasu in ortum, per totam aequatoris peripheriam.

CONSECTARIUM.

XXVIII. Nota loci latitudine et longitudine, punctum sphaerae terrestris, quod illi competit, inuenitur.

THEOREMA III.

XXIX. *Latitudo loci aequalis est elevationi poli eiusdem.*

Demonstratio. Nam cum distantia ze. (F. 6. nith ab aequatore ZQ prorsus eadem sit cum loci latitudine, (§. 26.) et HZ et $PQ = 90$ gr. (§. 21. 23. sphaer.) demta utrimque portione PZ , siue distantia zenith a polo, relinquatur $HP = ZQ$. (§. 26. arith.) ergo elevatio poli HP aequalis est latitudini loci ZQ .

CONSECTARIUM.

XXX. Eodemque modo, quo secundum praecepta astronomiae elevatio poli inuenitur, (§. 92. sphaer.) etiam loci latitudo deprehenditur.

PROBLEMA V.

XXXI. *Longitudinem alicuius loci inuenire.*

Resolutio. Cum constet, differentiam temporis solaris, quo duorum locorum meridia distant, conuersam in gradus aequatoris, (§. 125. sphaer.) meridianorum, qui per illa loca ducuntur, distantiam significare; (§. 33. sphaer.)

obseruatur eo in loco, cuius longitudo quaeritur, immersio uel emersio primi satellitis iouis, (§. 105. theor.) quippe quae tabularum Cassini beneficio, pro meridiano obseruatorii regii, ad unum uel alterum scrupulum horarium certissime cognosci et computari potest, et iam passim in ephemeridibus astronomicis computata extat, et momentum temporis obseruatione inuentum, cum tempore meridiani Parisini comparetur, differentia in gradus et minuta aequatoris conuertatur, (d. §. 125.) et quia longitudo Lutetiae nota est, differentia meridianorum reperta, addatur ad longitudinem Parisinam, si locus a Lutetia in ortum distat, uel si immersio et emersio satellitis citius contigit, quam Lutetiae apparere debebat; subtrahatur uero ab eadem, in casu contrario, et utrobique loci longitudo quaesita innotescet.

SCHOLION.

XXXII. *Atque hic quidem unicus modus ex iis, quibusque reperti sunt, et facilior, et ad emendandos aliquando, qui in longitudinibus locorum committi solent, errores, utilior est. Ceterae phaenomenorum coeli, ueluti eclipsium solis et lunae, item coniunctionum planetarum cum fixis, obseruationes, antea hic usum non habent, nisi factae in diuersis locis conferantur, et sic demum differentia temporis indagetur. praeterea, longitudo unius ex illis locis, ubi obseruationes fuerunt institutae, nota et explorata esse debet. Spes tamen superest, fore, ut aliquando correctis lunae moribus, eius appulsus ad fixas, item ad meridianos quoslibet, certo praedici, et deinceps obseruatione differentia meridianorum temporaria deprehendi possit. Praeterea hanc alias, quae nostra aetate, eundem in finem pro-*
posita

positae sunt, solutiones, de quibus quippe constat, ea uel admodum difficulter, nec tuto satis, uel, quod a plerisque ualet, prorsus non in praxin deduci possunt. Commodior erit de his dicendi locus in praelectionibus academicis. Interim praemium ab Anglis, Gallis, et Batavis, inuentori longitudinis maritimae destinatum 50000 florenorum adhuc in medio positum est.

CONSECTARIUM.

XXXIII. Quod si duorum locorum O (Fig. 1. et L, distantia O L, cum latitudinibus E O, G L et insuper alterutrius longitudo A E innotuerint, resolutio Δ sphaerico P O L, ex lateribus angulus P inuenitur, (S. 43. Tr. sp.) cui mensura E. G, quae differentiam longitudinum indicat, respondet. Iam uero breuem longitudinis et latitudinis locorum quorundam indicem e Ricciolo contractum consignabo. longitudinem scilicet accommodaui meridiano primo Batavorum qui per Picum Teneriffae deducitur.

Nomina locorum.	Latitudo.		Longitudo a Pico Teneriffae.	
	G.	M.	G.	M.
Alexandria	30	58	55	33
Altorf. Noric.	49	22	32	15
Amstelodam.	52	21	25	48
Argentina	48	31	27	55
Basilica	47	52	28	13
Bononia	44	30	32	23
Cracouia	50	10	40	49
Dantiscum	54	22	40	23
Dresda	51	5	35	7
Erfurt	51	6	32	30
Francof. ad M.	50	4	29	12

Nomina locorum.	Latitudo.		Longitudo a Pico Teneriffae	
	G.	M.	G.	M.
Francof. ad Od.	52	20	35	53
Frauenburg Pruss.	54	29	41	28
Hafnia	55	43	33	46
Hala Sax.	51	32	33	35
Hamburg	53	42	30	51
Koenigsberg Pr.	54	43	41	53
Leyden	52	12	25	23
Lipsia	51	19	33	57
Lisbona	38	40	9	53
Madrid	40	26	16	13
Marpurg	50	41	29	17
Moguntium	50	2	28	53
Moscouia	55	18	62	23
Neapolis	41	5	36	15
Norimberga	49	26	31	43
Oxonium	51	46	19	1
Paris	48	50	22	23
Praga	50	40	35	16
Roma	41	54	34	11
Rostochium	54	10	33	35
Stockholm	59	20	39	3
Tubinga	48	34	28	45
Venetia	45	33	33	1
Vienna Austr.	48	22	37	53
Vitemberga	51	52	34	24
Upsalia	59	0	38	35
Uraniburg	55	55	33	47
Vratislauia	51	14	37	53

latitudines et longitudes urbium Saxoniae superioris collegit BEVTEL in cimelio geogr.
50.

DEFINITIO VI.

XXXIV. *Charta* uel *mappa geographica* uocatur delineatio totius orbis terrauei, uel partis eiusdem sic in plano facta, ut singula loca, quae in charta exhibentur, secundum proportionem latitudinum et longitudinum inscribantur. Primi generis charta geographica *uniuersalis*, altera *specialis* dicitur.

PROBLEMA VI.

XXXV. *Chartam geographicam uniuersalem, siue planiglobium terrestre* (F.7. *describere.*

Resolutio. Vulgaris methodus ita se habet.

1. Describantur duo circuli aequales sese tangentes, in quibus utrumque terrae hemisphaerium proiciendum est.

2. Vtriusque circuli peripheria in 360 gradus diuidatur.

3. Ducantur diametri PO et AQ , quarum posterior aequatorem, altera colurum solsticiorum refert.

4. Applicetur regula ad polum P , et ad singulos gradus quadrantis oppositi AQ , et notentur intersectiones aequatoris, G, G , quae diuisionem eiusdem in gradus efficiunt.

5. Per singulos denos gradus aequatoris G, G et duos polos, describantur arcus P, G, O , qui meridianos designant, et translatis graduum aequatoris decadibus in colurum P, O , alii fiant arcus N, L, M , qui referunt sphaerae terrestri

parallelis. inter quos tropici et polares sigillatim duplici circulo indicantur. additur etiam ecliptica AEQ, quae alterutrum tropicum tangit.

6. Quod si ope tabularum latitudinum et longitudinum intra hos circulos loca terrae debitis punctis signentur, tota tandem globi terraeque projectio qualiscunque in plano obtinebitur. prouti planiglobiorum maiore forma aeri incisorum exemplo melius, quam exiguo schematico, potest illustrari.

CONSECTARIUM.

XXXVI. Dixi, hanc chartam uniuersalem qualemcunque planiglobii repraesentationem exhibere. nam cum in eadem, pro diuisionibus aequatoris, oculus in polo P, et pro simili partitione coluri, in puncto aequinoctiali A, positus assumatur, qui ueluti per diaphanum planum AQ uel PO semicirculi gradus aequales adspiciat, ut, secundum leges artis perspectivae, respondentes in aequatore et coluro partes inueniantur, (§.2. perspect.) sequitur, has inter se, pro diuersa ad oculum positione, inaequales reddi, cum in conuexa globi superficie aequales sint, ideoque proiecta in tali planiglobio terrae spatia minus accurate sistuntur. v. TACQVET opt. L. III. c. 4. add. L. C. STVRM compend. mathem. germ P. III. p. 193. CL. LIEBKNECHT elem. geogr. general. p. 442.

SCHOLION.

XXXVII. Nihil addo de compositione globorum terrestrium, partim quia ex iis, quae explicata sunt, per se quisque intelligit, quomodo in data sphaera, in qua aequator et meridianus in suos gradus diuisi sunt, beneficio longitudinis et latitudinis loca terrae signari possint, partim etiam, quia hodie globi, in quibus figurae portionum sphaerae terrestris artificiose aeri intisae, agglutinataeque sunt, ubique uenales prostant, ut illis laboriosius parandis tempus fallere minime sit necessarium. Progredior itaque ad monstrandam fabricam chartarum geographicarum specialium, ubi ante omnia de inuenienda proportione graduum, parallelorum et maiorum circulorum, dicendum aenit.

PROBLEMA VII.

XXXVIII. Inuenire proportionem graduum parallelorum circulorum, ad gradus aequatoris uel meridiani, milliariis germanicis definitam.

Resolutio. 1. Quaeritur radius EM (F. 8. circuli paralleli LM , resoluto $\triangle EMC$ rectangulo, in quo innouit CM semid. terrae, (§. 14) et praeter rectum, angulus ECM , cui opponitur mensura PM , complementum latitudinis loci, per quem parallelus ducitur. (§. 42. Tr. pl.) duplum illius EM est diameter paralleli LM .

2. Ex diametro inuestigatur peripheria. (§. 129. geom.)

3. Notis autem milliariis germanicis, quae competunt toti peripheriae, diuiso eorum numero per 360, prodeunt milliaria, quae unus eiusdem paralleli gradus capit. quod si fractio

remanet, reducatur illa ad partes unius milliaris sexagesimas. (§. 128. arith.)

4. Sed cum gradus aequatoris uel meridiani capiant XV milliaria germ. (§. 13) innotescit statim ratio graduum utriusque circuli magni et minoris paralleli.

Atque hoc artificio subsequens tabula condita est.

Lat. Gr.	Mill. Min.		Lat. Gr.	Mill. Min.		Lat. Gr.	Mill. Min.	
0	15	0	46	10	25	59	7	44
10	14	46	47	10	14	60	7	30
20	14	6	48	10	2	61	7	16
25	13	56	49	9	50	62	7	2
30	12	59	50	9	38	63	6	48
35	12	17	51	9	26	64	6	34
40	11	29	52	9	14	65	6	20
41	11	19	53	9	2	66	6	6
42	11	9	54	8	49	70	5	8
43	10	58	55	8	36	75	3	53
44	10	47	56	8	23	80	2	36
45	10	36	57	8	10	85	1	18
			58	7	57	90	0	0

CONSECTARIUM.

XXXIX. Eadem proportio graduum circuli magni, et minoris cuiuslibet paralleli, etiam lineis rectis potest definiri. nam, assumpta pro lubitu linea recta, quae gradum magni circuli referat, si in scalam geometricam transferatur, et notetur numerus partium aequalium, quas continet, (§. 104. geom.) regulae aureae ad-

adminiculo reperitur numerus partium aequalium eiusdem scalae, qui gradui circuli paralleli responder. Atque haec praxis necessaria est, quando chartae geographicae speciales, cuiuscunque amplitudinis delineandae sunt. Gradus enim latitudinis sunt partes meridiani semper inter se similes, sed gradus longitudinis, quippe in circulo parallelo numerandi, tanto sunt minores, quanto propior polo est circulus parallelus.

PROBLEMA VIII.

XL. Chartam geographicam specialem cuiusdam prouinciae, cognita locorum praecipuorum longitudine et latitudine, componere.

Resolutio. 1. Conferantur inter se longitudes et latitudes locorum, quae in limitibus illius prouinciae, uersus ortum et occasum, item meridiem et septentrionem, sita sunt. et dabit differentia earum numerum graduum longitudinis et latitudinis, intra quos regio describenda continetur. (F. 9.

2. Fiat ergo rectangulum uel quadratum A B C D, eiusque latus finistrum et dextrum A B, C D, diuidatur in tot partes aequales, quot gradus latitudinis prouinciae illius tractus requirit, ipsi uero hi gradus in singula dena, quindena, uel uicena scrupula dispescantur.

3. Quaeratur dein ope scalae geometricae magnitudo graduum utriusque paralleli, maioris et minoris, qui prouinciam illam infra et

supra claudit, (§. 39) eaque inuenta in lineas BC et AD, quae portiones parallelorum illorum sistunt, transferatur, et toties repetatur, quot gradus longitudinis provincia continet. Sed ut illius confinia possint etiam exhiberi, unus alterue gradus longitudinis et latitudinis utrimque est addendus.

4. Porro gradibus longitudinis et latitudinis numeri apponantur, et tituli quoque plagarum cardinalium adiiciantur.

5. Graduum longitudinis et latitudinis extrema, lineis transuersis, rectis quidem, si mediocri provincia magnitudinis, curuis uero, uel arcubus, si pars orbis terrarum amplior (ueluti Europa, Asia etc.) delineanda sit, connectantur.

6. Denique ex tabulis longitudinum et latitudinum, puncta locis potioribus debita assignentur; cetera autem, quorum distantia ab inscriptis, et situs ratione plagae mundanae cognitus est, illis addantur, ita descriptio chartae geographicae specialis absoluetur.

CONSECTARIUM I.

XL I. Si gradus latitudinis, sigillatim in charta exhibitus, in milliaria, quae complectitur, ueluti XV germanica, diuidatur, is loco scalae milliarium, pro distantis reperiendis, poterit adhiberi.

CONSECTARIUM II.

XL II. Ceterum, cum ex supra dictis manifestum sit, difficilem esse longitudinum et latitudinum

itudinum inuentionem, et constet, innumera loca, quorum situs geographorum more certo determinatus non est; mirum utique uideri non debet, quod practicum hoc geographiae caput, magnis defectibus et erroribus passim adhuc laboret.

PROBLEMA IX.

XLIII. *Nota longitudine et latitudine duorum locorum, eorum distantiam inuenire.*

Resolutio. Casus 1. *Quando loca L, (F. IO. V, habent eandem longitudinem sed diuersam latitudinem.*

Latitudo minor LG, subtrahatur a maiore VG, et differentia graduum LV, conuertatur in milliaria germanica, multiplicando per XV. (§. 13.) si minuta gradibus adhaerent, milliaria his respondentia ope aureae regulae inuestigantur.

Casus 2. *Quando loca N, V, habent eandem latitudinem, sed diuersam longitudinem.*

Longitudo minor AE subtrahatur a maiore AG, differentia graduum conuertatur in milliaria, multiplicando per numerum, qui gradui paralleli competit. (§. 38) uel ducatur in XV, si loca sint sita sub aequatore, qualia latitudine penitus carent.

Casus 3. *Quando utriusque loci O, L, diuersa est longitudo et latitudo.*

Resoluatur triangulum POL, in quo latera PO, PL, complementa latitudinum, et angulus

lus interceptus P, cuius mensura est differentia longitudinum E G, dantur, et inueniatur latus tertium O L, (§. 41. Tr. sph.) idemque, multiplicando per XV, in milliaria germanica conuertatur.

DEFINITIO VII.

XLIV. Positio tropicorum et polarium circulorum parit diuisionem globi terraquei in zonas. *zonae* enim sunt tractus sphaerae terrestris, qui intra tropicos et polares circulos continentur. *torrida* quidem, inter tropicos media est; *duae temperatae*, altera *septentrionalis*, altera *meridionalis*, a tropicis et polaribus clauduntur; *duae frigidae*, *septentrionalis* et *australis*, ambitu polarium circulorum comprehenduntur.

CONSECTARIVM I.

XLV. Zona igitur torrida, utrimque abaequatore, usque ad latitudinem $23\frac{1}{2}$ gr. porrigitur, (§. 61. Sphaer.) zona temperata, a gradu latitudinis $23\frac{1}{2}$ incipit, et in gradu $66\frac{1}{2}$ definit, et quaecunque loca habent latitudinem maiorem $66\frac{1}{2}$ gr. illa intra zonam frigidam sita sunt.

CONSECTARIVM II.

XLVI. Incolis zonae torridae, bis quolibet anno, sol uertici imminet, bis a uertice maxime discedit. et cum formula loquendi geographica, aestas dicatur tempus anni, quo sol uertici est maxime propinquus, hiems uero, quo sol a uertice maxime recessit, sequitur, quod
habi-

habitatores zonae torridae bis aestatem, bisque hiemem intra anni spatium experiantur. Iis vero, qui zonas temperatas et frigidas incolunt, semel tantum sol aestatem, accessu ad uerticem, semel hiemem, discessu ab eodem, affert.

CONSECTARIVM III.

XLVII. Sed aestas et hiems diuersis temporibus contingunt regionibus cis et trans aequatorem collocatis. Cis aequatorem aestas est, cum sol uersatur in tropico cancri, hiems est quando sol tenet tropicum capricorni; secus se res habet trans aequatorem.

PROBLEMA X.

XLVIII. *Explicare phaenomena praecipua, quae habitatoribus terrae, propter sphaerae rectae, parallelae, et obliquae, positionem eueniunt.*

Resolutio. De uarietate positus sphaerae terrae ad coelestem, et de nonnullis, qui inde sequuntur, effectibus, in astronomia explicatum est. (§. 96. sq. sph.) sed quia argumentum illud ad hunc locum pertinet, summam praecipuorum phaenomenorum nunc dabo.

2. *Sphaeram rectam* habent incolae sub aequatore, ubi axis terrae HP constituit diametrum horizonis. quapropter perpetuum ibi est aequinoctium, dies et nox semper est XII horarum, quia sol ubicunque sit in zodiaco, circuli eius diurni, utpote aequatori paralleli,

semper ab horizonte bifecantur: ibi omnia astra oriuntur et occidunt, factis angulis rectis ad horizontem; sol quotannis bis, dum in aequatore uoluitur, uerticem tenet; praeterea incolae sub aequatore, dum in hoc sol rotatur, umbras meridianas non proiiciunt, reliquo anni tempore, prouti sol uersus boreum uel austrinum polum ab aequatore submouetur, in alterutram plagam umbras spargunt, ideoque ἀσκηοι et ἀμφίσκηοι dicuntur.

2. *Sphaeram parallelam* deberent experiri habitatores terrae, subiecti polis, si qui essent. Nam cum diameter aequatoris incidit in diametrum horizontis; polus in puncto zenith locatur. (§. 21. 23. sphaer.) in tali sphaera parallela, semper idem hemisphaerium extat supra horizontem, alterum latet, et sidera neque oriuntur neque occidunt, et cuncta situ ad horizontem parallelo mouentur. sol assurgens supra aequatorem etiam supra horizontem attollitur, et per totos sex menses continuos, tum dies, tum nox perseverat. nox uero perpetuo crepusculo illustratur, ob exiguum solis profunditatem. (§. 163. sphaer.) BECKER in tr. de terris nocte carentibus. Incolae, quia ob solem circa eos ambulantem, uersus omnia horizontis puncta umbras proiiciunt, περίσκηοι nominantur.

3. *Sphaera obliqua* omnibus extra aequatorem et polos incolis competit, et a primo latitudinis gradu usque ad nonagesimum
uaria-

uariatur. Hic sidera orientur et occidunt oblique, quaedam semper supra horizontem exant, alia semper latent. (§. 129. theor.) et ob obliquam diurnorum circulorum solis ad horizontem positionem, dies et noctes inaequales euadunt, quo autem maior est poli eleuatio, eo quoque maior portio circuli diurni tempore solstitii supra horizontem, et uicissim eo minor infra horizontem est, quo fit, ut dies longissimus cum eleuatione poli crescat, donec his, qui latitudinem $66\frac{1}{2}$ gr. parem habent integris horis 24 duret. Quotquot infra illam latitudinem habitant, *ἠσπεόσσιοι* dicuntur, quia uel in boream, uel in austrum meridianae eorum umbrae cadunt.

DEFINITIO VIII.

XLIX. Denominantur porro incolae terrae a parallelis, quibus, diuersa tamen ratione, subditi sunt. Dicuntur nempe, *perioeci* L, M, qui sub eodem sunt parallelo, sed in oppositis meridiani semicirculis: *antoeci*, L, O, qui habitant sub parallelis cis et ultra aequatorem aequae distantis: *antipodes* uel *antichibones* M, O, qui subsunt parallelis, aequae utrimque ab aequatore distantibus, sed ad partes meridiani oppositas sitis, siue, qui e diametro opposita in globo terrae uestigia habent.

DEFINITIO IX.

L. Denique etiam zonae maiores, in minores subdistinguuntur, quas geographi *climata*,

climata, quasi deflexiones a sphaerae rectae situ, uocarunt. *Clima* enim est tractus sphaerae terrae, conclusus duobus circulis parallelis, qui per ea loca ducuntur, ubi dies longissimus semisse hōrae crescit.

CONSECTARIVM.

LI. Quapropter clima primum terminatur, ubi dies longissimus est $12\frac{1}{2}$ hor. secundum, ubi idem 13 horis absoluitur, et sic porro. et XXIV climata ab alterutra aequatoris parte, usque ad polarem numerantur. Veterum sententias collegit RICCIOL. G. R. VII. 9. sq.

PROBLEMA XI.

LII. *Data quantitate diei longissimi, elevationem poli inuenire.*

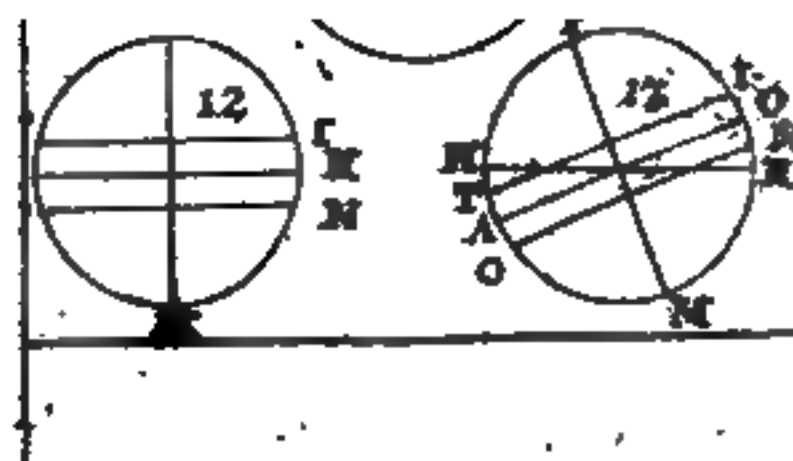
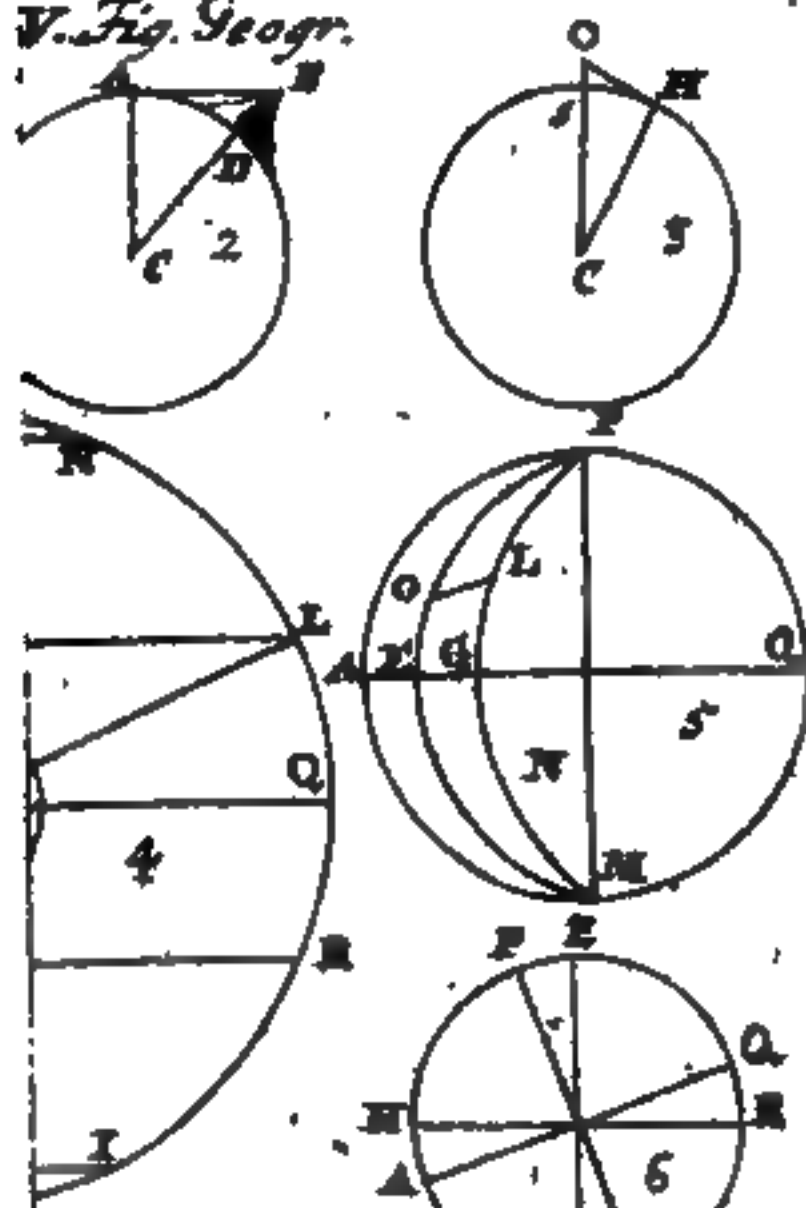
Resolutio. 1. A data dimidia diei (F. 14. longissimi quantitate, cui arcus aequatoris AL responder, detrahatur arcus sex horarum AO, et residuum OL in partes aequatoris conuertatur (§. 125. sph.) ut habeatur solis in tropico uersantis differentia ascensionalis. (§. 122. ib.)

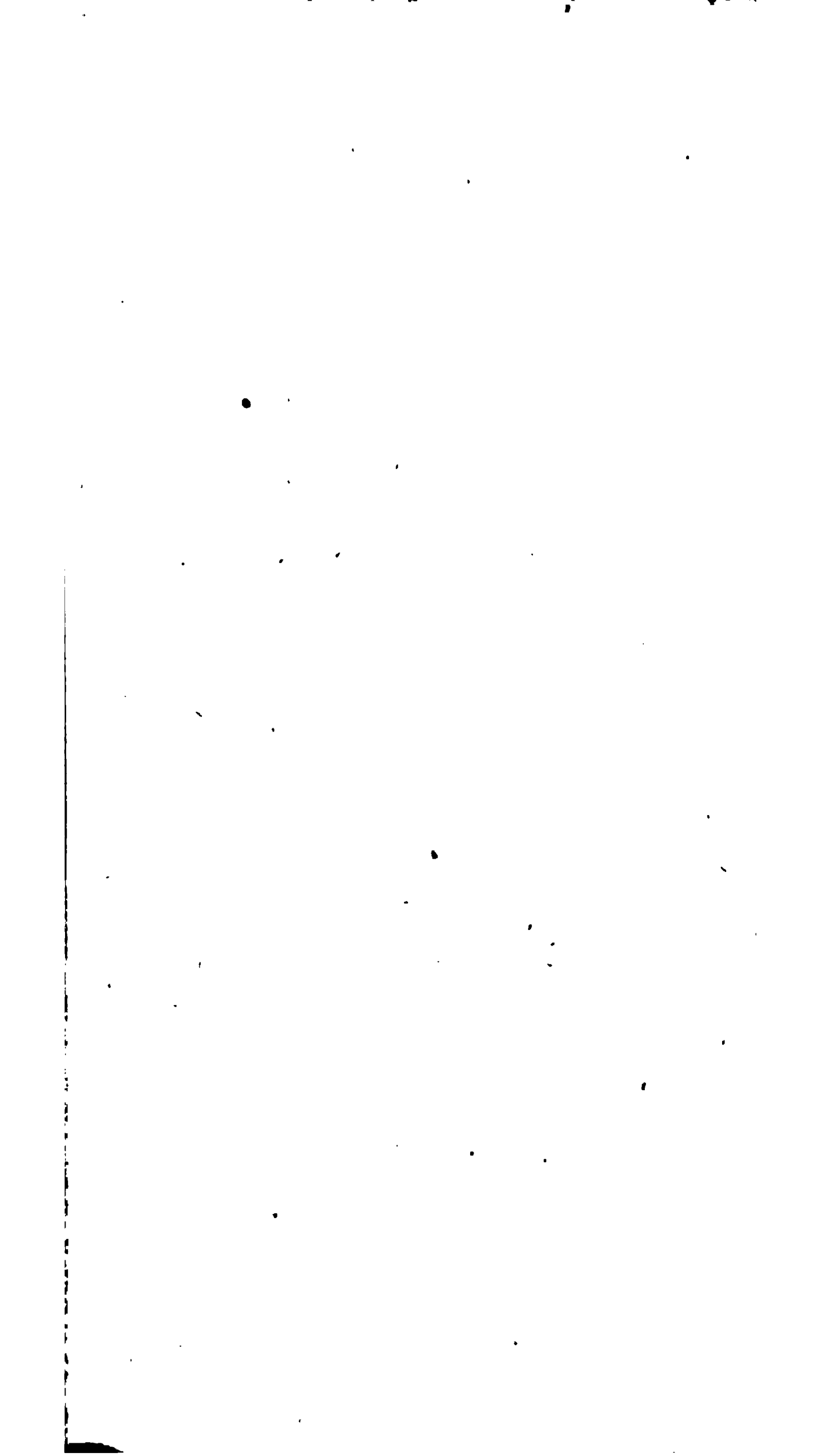
2. Deinde resoluatur $\triangle OSL$ rectangulum, in quo praeter OL, nota est declinatio solis SL, (§. 113. sph.) ut quaeritur angulus O, (§. 28. Tr. sp.) cui opponitur mensura RQ, profunditas aequatoris, illiusque complementum est PR, latitudo loci uel eleuatio aequatoris quaesita. (§. 94. sph.)

Atque hoc artificio sequentes climatum singulorum limites reperi sunt.

Clima

V. Fig. Geogr.





Clima	D. longiss.		Latitudo		Clima	D. longiss.		Latitudo	
	H.	M.	G.	M.		H.	M.	G.	M.
I	12	0	0	0	XIII	18	0	58	29
II	12	30	8	25	XIV	18	30	59	58
III	13	0	15	25	XV	19	0	61	18
IV	13	30	23	50	XVI	19	30	62	25
V	14	0	30	20	XVII	20	0	63	22
VI	14	30	36	28	XVIII	20	30	64	6
VII	15	0	41	22	XIX	21	0	64	49
VIII	15	30	45	29	XX	21	30	65	21
IX	16	0	49	1	XXI	22	0	65	47
X	16	30	51	58	XXII	22	30	66	6
XI	17	0	54	27	XXIII	23	0	66	20
XII	17	30	56	37	XXIV	23	30	66	28
					Finis	24	0	66	30

ultra polarem, sub latitudine 67 gr. dies longissimus integro mense, ad latit. 69. mensibus duobus, sub latit. 73 gr. mens. 3. pro 78 gr. mens. 4. 84 gr. mens. 5. et ultra hos sex mensibus perdurat.

SCHOLION.

LIII. Nihil addo de usu globorum terrestrium, pro soluendis geographiae generalis quaestionibus, siquidem ex praecceptis antea traditis eum satis intelligi posse arbitror. insuperque in lectionibus modus tractandi globum luculentius potest monstrari. conf. VARENIUS p. 652. BLEAU d. globis. L. II.

CHRONOLOGIA.

CAPVT I.

DE

PRAECIPVIS TEMPORVM MENSVRIS.

DEFINITIO I.

I. *Chronologia* est scientia de tempore rite dimetiendo.

DEFINITIO II.

II. *Tempus* dicitur quantum, quod momenti durationis quarumvis rerum collectis componitur.

CONSECTARIVM.

III. Ut autem momenta durationis commodius et certius repraesententur, spectandae sunt res eiusmodi, quarum duratio constantior, et ad metiendum tempus aptior est. Tales sine controuersia sunt stellae, quarum tum natura sui semper similis perdurat, tum motus, orbitis, in quibus fit, perspicue definitur. atque ea propter chronologia merito pro astronomiae appendicula reputatur, et una cum hac intermixtae matheseos disciplinas refertur.

SCHOLION.

IV. De hac doctrina recentiore aeuo prae ceteris bene meriti sunt, IOSEPHVS SCALIGER, cuius extat opus de emendatione temporum, et DIONYS. PETAVIVS, Tomis II. de doctrina temporum.

Plut.

Plurima etiam, ad illustrandam totam chronologiam proficua, collegit RICCIOLVS, in chronologia reformatata. inter compendia AEG. STRAVCHII breniarium delectus argumentorum et perspicuitas commendant. alios, qui eodem pertinent; scriptores lectu dignos, passim in progressu tractationis huius laudo.

DEFINITIO III.

V. *Mensura temporis* est quaevis illius portio accurate definita. (§. 4. proleg.) ueluti duratio motui communi uel proprio alicuius sideris respondens.

DEFINITIO IV.

VI. *Dies* ergo nominatur spatium temporis, quod sol motu communi circa terram metitur. Hic dies, qui (*νύξ ἡμέρα*) noctem atque diem complectitur, *naturalis* dicitur, et ab *artificiali*, quem mora solis supra horizontem terminat, distinguitur. de cuius principio, fine, et quantitate, quomodo quocunque in loco, et quouis anni tempore reperiantur, in astronomia (§. 126. sq. Sph.) actum fuit.

DEFINITIO V.

VII. *Hora* est pars uigesima quarta diei, quae iterum in 60 scrupula horaria diuiditur.

SCHOLION.

VIII. Olim quoque horae inaequales, quae temporariae et planetariae uocabantur, apud varias gentes in usu fuerunt. nempe XII partes diei, XII nocti tribuebantur, quae in sphaera obliqua, extra aequinoctium, semper inaequales erant. Etsi autem incommoda

moda illa diei partitio iampridem obsoleuerit, tamen memorabilis est uel propterea, quia astrologi aegyptii, postquam cuilibet horae diei et noctis planetam praefecerant, a primae horae rectore planeta, diei ipsius denominationem, seruatō hoc errorum ordine, ♄ 4 ♂ ☉ ♀ ♀ ♃; duxerunt, unde septem dierum hebdomadis, uulgatissima, et adhuc in uniuersa fere Europa recepta nomina dierum, saturni, solis, lunae etc. originem accepisse creduntur. DIO CASS. L. 37. p. 42. Sane, si initium capiatur a planeta supremo saturno, qui horae primae diei saturni praesit, indeque, secundum systema uetus, continuo sequentes planetae horis reliquis 24 assignentur, ordo regendi horarum primam diei secundi tanget solem, horam uero primam die tertio lunā, quarto mars, quinto mercurius, sexto iupiter, septimo uenus moderabitur. v. STRAVCH. I. 2-II. De aliis diei partitionibus apud romanos agunt PLIN. VII. 60. CENSORIN. de die natali c. 10.

DEFINITIO VI.

IX. Auspicia dierum uarie capiuntur. Babylonii ab ortu solis ad eundem horas numerabant. Plin. II. 77. Astronomi a meridie, Itali ab occasu, Europaei (ut olim Romani v. CENSORINVS c. 24. Macrobi. saturnal. I. 3.) a media nocte diem ordiuntur. unde horarum babylonicarum, astronomicarum, italicarum et europaearum diuisio ducta est.

PROBLEMA I.

X. Horas europaeas in astronomicas, et has in illas conuertere.

Resolutio. I. Horae europaeae pomeridianae conueniunt cum astronomicis, horis uero europaeis antemeridianis addendae sunt XII, quae

quae secundum astronomos a praecedente meridie, ad mediam usque noctem effluxerunt, summa dabit astronomicas, sed posteriore casu numerus dierum unitate est minuendus.

2. Astronomicae, quarum numerus non excedit XII, sunt pomeridianae eiusdem diei; sed si plures quam duodecim datae sint, demuntur XII, et numerus dierum unitate augetur, quo facto proueniunt europaeae antemeridianae diei sequentis.

PROBLEMA II.

XI. Horas babylonicas in astronomicas vel europaeas conuertere.

Resolutio. Data longitudine diei, et tempore ortus solis, a babylonicis, additis, si opus sit 24, detrahitur tempus semidiurnum, residuum indicat astronomicas. quae deinceps in europaeas per probl. praec. conuertuntur.

PROBLEMA III.

XII. Horas europaeas in italicas conuertere.

Resolutio. 1. Europaeis antemeridianis addatur tempus seminocturnum, a uespera ad mediam noctem elapsum, summa italicas ab occasu numeratas ostendet.

2. Pro europaeis pomeridianis tempus semidiurnum subducatur a 24, et relinquitur hora italica, cum meridie diei dati connexa, huic ergo addantur horae reliquae post meridiem, et producetur italica.

CONSECTARIUM.

XIII. Horarum diuersarum comparatio etiam globo coelesti uel terrestri potest fieri, si axi circuli horarii, more astronomico et europaeo diuisi, quatuor indices cum globo mobiles, iniitiis dierum uariis accommodati, applicentur.

DEFINITIO VII.

XIV. *Hebdomas* est systema septem dierum ab ipso Deo, memoriae huius uniuersi, intra sextiduum conditi, ad posteros transmittendae causa, consecratum. Gen. II. 3. Dies autem hebdomadis uel a planetis (§. 8) uel ab ordine feriarum, ita ut prima feria incidat in diem dominicum, denominari, satis inter omnes constat.

SCHOLION.

XV. Non ergo mirum est, quod observati huius septenarii dierum numeri uestigium apud antiquissimas gentes occurrat. Herodotus in euterpe, p. 63. ed. H. Steph. uocat dies deorum sine planetarum, nam gentiles, deprauata prisca traditione, ad exemplum septem planetarum hebdomadem conformatam fuisse, opinabantur. DIO l. c. TACITVS V. hist. 4. GELLIUS III. 10. conf. IOSEPHVS L. 2. contr. Apionem. CLEM. ALEX. Strom. L. V. p. 600. TERTULLIAN. apolog. I. 12. add. HVETII demonstrat. euangel. Prop. 4. p. 264. SELDEN d. I. N. et G. L. III. c. 15. sqq. IO. MARSHAMI Canon. Chron. Sec. IX. p. 194.

DEFINITIO VIII.

XVI. *Mensis* est spatium temporis, quod luna motu proprio circa terram, terminat. periodicus 27 d. 7 h. 43'. 7". synodicus, a coniunctione

etione. lunae cum sole ad eandem computatus, 29 d. 12 h. 44'. 3". 11". capit. (§. 68. 69. theor.) sed posterior, qui etiam *lunatio* dicitur, in chronologia potissimum spectatur.

CONSECTARIVM.

XVII. *Menses lunares ciuiles*, uel populares, qui integris diebus constant, alterni sunt *caui* 29, et *pleni* 30 dierum. appendicula 44'. 3". intra 33 menses, 24. h. 12'. 39". conficit, ideoque tricesimo tertio mense unus dies accrescit.

DEFINITIO IX.

XVIII. *Annus solaris* est spatium temporis, quod sol motu proprio circa terram finit. *astronomicus* 365. d. 5. h. 48'. 47". (§. 36. theor.) huius autem loco olim assumptus fuit *Julianus* 365. d. 6. h. (§. 27.) quo facto, *ciuilis communis* est 365, et quartus quilibet *intercalaris* 366. dierum.

DEFINITIO X.

XIX. Diuiditur annus solaris in quatuor cardines, siue quadrantes, *uer*, *aestatem*, *autumnum*, *hiemem*, qui ab ingressu solis in quatuor signa cardinalia inchoantur. Secundum RICCIOLVM Alm. P. I. p. 142. sol ab γ ad φ , 92 d. 23 h. 52'. 45". a φ ad π 93. 14. 56. o. a π ad ψ 89. 12. 30. o. a ψ ad γ 89. 2. 30 o. impendit. (§. 29. theor.) plures sententias idem collegit astron. reform. L. 1. c. 7.

DEFINITIO XI.

XX. *Annus lunaris* est spatium tempo-

ris XII lunationibus definitum. continet 354 d. 8 h. 48'. 36". *civilis* autem ordinarius 354, *abundans* 355 diebus terminatur. cuius menses alternatim sunt 29 et 30 dierum.

SCHOLION.

XXI. Tali bodie anno Turci et Arabes utuntur, qui per omnes et singulos anni solaris dies uagatur. nec reuertitur ad eundem diem, nisi post exactos annos lunares 30, in quibus undecim anni 2. 5. 7. 10. 13. 16. 18. 21. 24. 26. 29. sunt abundantes 355 dierum, reliqui 19 ordinarii 354 diebus constant. nam quantitas anni lunaris 354. 8. 48 multiplicata per 30, producit dies 106315 undecim uero abundantes 3905, et 19 ordinarii 6726 dies habent, qui numeri additi eandem dierum 106315 summam restituant.

CONSECTARIVM.

XXII. Aliter uero se res habet, quando lunaris annus cum solari componitur, nam ille hoc undecim fere diebus minor est, adeoque illa differentia ter collecta plus quam mensem integrum constituit: quo ad summam 354 d. adiecto, annus lunaris intercalaris 384 dies complectitur.

DEFINITIO XII.

XXIII. Atque haec anni solaris et lunaris differentia nomen gerit *epactarum*. (nemne ab *ἐπάγω* adduco uel intercalo.) Epactae autem *astronomicae* sunt 10 d. 21 h. 0 m. 10 s. et *civiles* 11 dierum, quae est distantia (365 — 354.) anni communis solaris et lunaris.

CONSECTARIVM I.

XXIV. Quando epactae anni lunaris, cum
solaris

solari copulati, datae sunt, innorescit aetas lunae, sub initium anni solaris, nempe si epacta sit III, indicatur, quod nouilunium ante Kal. Ianuar. triduo praecesserit. atque hoc modo ueteres additionem 30 dierum, pro utroque anno comparando necessariam, absorberi posse arbitrabantur.

CONSECTARIVM II.

XXV. Nimirum, si epactae annuae rotunde XI diebus finirentur, et semper hic numerus sibi addatur, a summa autem mensis plenus XXX dierum dematur, prodeunt XIX epactarum numeri tales: II. 22. 3. 14. 25. 6. 17. 28. 9. 20. 1. 12. 23. 4. 15. 26. 7. 18. 29. uel 30. et post nouemdecim annos prior epacta recurreret. quod, etsi erroneum sit, quemadmodum infra sumus ostensuri, tamen in arte computistica, ubi civilium tantum temporum ratio habetur, usum aliquem praestare potest epactarum cycclus, si secundum ueritatem astronomicam subinde emendetur.

SCHOLION.

XXVI. *Declaratis hactenus praecipuis temporum mensuris, restat, ut sigillatim anni, quo Christiani utuntur, formam accuratius exponam, sed quia illa ex romana primam originem accepit, de hac sequenti capite nonnihil dicendum est.*

CAPVT II.

DE

ANNO ROMANORVM ET
CHRISTIANORVM.

PROBLEMA IV.

XXVII. *Anni romanorum historiam explicare.*

Resolutio. I. Romulo imperante, Romani 304 diebus annum circumscribebant, quos in decem menses sic distribuiebant, ut sex menses tricenum dierum essent, quatuor reliqui tricenis et singulis constarent: horum mensium ordo sequens fuit:

Martius	31	Sextilis	30
Aprilis	30	September	30
Maius	31	October	31
Iunius	30	November	30
Quintilis	31	December	30

Cum uero iste dierum 304 numerus, nec solis cursui, nec lunae rationibus, conueniret, nonnunquam usu ueniebat, ut frigus aestiuis mensibus, et contra calor hiemalibus sentiretur; quod ubi contigisset, Romulus tantum dierum, sine ullo mensis nomine, patiebatur assumi, quantum ad id anni tempus adduceret, quo coeli habitus, instanti mensi aptus inueniretur: teste *Macrobio* Saturn. I. 12. add. *Solini* polyhist. c. 3. *Censorini* c. 20. sed *Plutarchus* in Numa.

Numa. c. 21, auctor est, aliquando etiam dies 360 anno romuleo fuisse assignatos.

2. Successor Romuli, Numa, quantum seculo adhuc impolito, solo ingenio magistro comprehendere poruit, uel etiam graecorum obseruatione instructus, quinquaginta dies addidit, ut annus 354 dierum, cursui lunae accommodaretur. nouos praeterea duos menses, Ianuarium et Februarium, romuleis decem praeposuit, dies autem mensium sic distinxit, ut impari numero, (quem solum faustum esse credebatur) 29 uel 31 dierum, singuli, praeter Februarium, in quem, tanquam infaustum, festos inferis dies, omnemque intercalationem reiecit, absoluerentur.

Ianuarius	29	Quintilis	31
Februarius	28	Sexilis	29
Martius	31	September	29
Aprilis	29	October	31
Maius	31	Nouember	29
Iunius	29	December	29

Cum uero quatuor mensibus 31 dies, quibus a Romulo totidem tributi fuerant, seruasset, et Februarium parem fecisset, ut numerum dierum totius anni imparem et felicem 355 d. haberet, adeoque diebus 354 anni lunaris unum diem superfluum adiecisset, noua praeter rationem difficultate anni sui formam implicuit. nam cupiebat annum lunarem talem adhibere, qui intercalationis beneficio cum solari posset componi, instituebat ergo intercalationem cum

græcis, et secundo quouis anno 22, quarto 23 dierum mensem embolimaicum, merkedonium uocabat, post diem 23 Februarii, inter terminalia et regifugium, inferebat. et ut diem superfluum quotannis additum tolleret, sanxit, ut post annos 20, merkedonius omitteretur, et loco 23 dierum tantum tres iniicerentur. Intercalandi autem potestatem sacerdotibus dedit, qui plerumque gratificaturi rationibus publicanorum pro libidine sua subtrahebant tempora uel augebant. **MAGROB. c. 13. CENSORIN. et SOLIN. l. c.**

3. Progressu temporis, cum sacerdotes, intercalatione sæpius perperam facta, formam anni numanam prorsus peruerissent et turbassent, ut confusio, quas indies crescebat, ipsi populo romano molesta esset, *Julius Cæsar*, tum pontifex maximus et consul, misso anno lunari, solarem in posterum recipiendum esse statuit, cuius magnitudinem 365 d. 6 hor. dum Alexandriae uersareretur, addidicerat. **DIO L. 43. p. 257.** Ut ergo annum priscis limitibus circumscriberet, eiusque principium ad nouilunium brumæ proximum reuocaret, ultimo anno, qui a confusione nomen accepit, non solum merkedonium in Februarium, sed etiam alios duos menses intercalarios 67 dierum, in mensem nouembrem et decembrem interposuit, quo facto, annus confusionis 445 diebus terminabatur. **CENSORIN. l. c.** cuius initium incidit in d. XIV octobris, anni 47 ante æram

ram christianam. Deinde horas sex, supra 365 dies, colligi, et quouis anno quarto, post XXIII Februarii intercalari iussit. Iste dies adiectitius idem cum XXIV Februarii nomen tulit, et *bissexthus ante calendas martias* uocatus est, unde *annus intercalaris* 366 dierum *bissextilis* dicitur. Curam autem intercalationis itidem sacerdotibus permisit. Propter hanc emendationem anni Romani, auctori Iulio is honos fuit habitus, ut in perpetuam rei memoriam *Quintilis* mensis, cuius IV Id. Caesar natus erat, *Iulius* uocaretur, legem ferente Antonio, Marci filio, consule. *Macrob. c. 12.* Ordo et magnitudo mensium anni Iuliani sequentem in modum sese habet:

Januarius	31	Iunius	30
Februarius		Iulius	31
Commun.	28	Sextilis	31
Bissex.	29	September	30
Martius	31	October	31
Aprilis	30	November	30
Maius	31	December	31

4. Interfecto ante primam intercalationem Caesare, nouum ex ipsa emendatione errorem sibi fecerunt sacerdotes, dum anno reuera tertio, nempe incipiente quarto non desinente, intercalarunt, cumque errorem XXXVI annis commiserant. Quod deprehensum Augustus reformauit, iussitque annos XII sine intercalatione decurrere, ut tres dies, qui ultra nouenarios temere fuerant intercalati, hoc modo

possent reperiari. in illius quoque honorem sextilis, SCTO *Augustus* fuit appellatus. MACROB. l. c. SOLIN. l. c.

SCHOLIÖN.

XXVIII. Praetermitto ea, quae afferri poterant, de nominibus dierum mensium romanorum, quae in uerso illis ordine, a proxime sequentibus calendis, idibus uel nonis, minus couenienter data fuerunt, siquidem in uulgus iam nota sunt.

PROBLEMA V.

XXIX. Inuenire utrum annus aliquis aerae christianae sit bissextilis uel quotus sit a bissextili.

Resolutio. Anni dati numerus diuidatur per 4, si nihil remanet, idem annus est bissextilis, si uero residuus numerus supersit, is indicabit, quotus annus Christi sit a bissextili.

SCHOLIÖN.

XXX. Quoniam autem, uti mox dicitur, annus Christianorum est laetae solcris, ideo, pro computo illius facilitando, inde ab aliquot seculis, orbes quidam, intra quos temporum ratio ad pristinos limites restitui credebatur, fuerunt adhibiti, quapropter, ut de illis accuratius possit deinceps ferri iudicium, historiam eorum et examen nunc praemittam.

DEFINITIO XII.

XXXI. *Cyclus*, uel *circulus*, uocatur quodlibet temporis interuallum, quod in orbem redit. sigillatim *cyclus lunaris*, uel *lunae*, *solaris* dicitur illud temporis spatium, quo aliquot lunationes integrae, certo numero annorum solarium aequiparantur, ita ut, hoc tem-

tempore elapso, omnes lunationum phases in pristina loca restituantur.

CONSECTARIV M.

XXXII. Tale igitur temporis interuallum, si esset cognitum, inseruiret egregie, pro comparando solis et lunae motu. nam si pro orbe illo annorum solarium calculo reperirentur novilunia et plenilunia, finito cyclo, eadem comparatio iterum ualeret, nec nouus labor illius causa esset suscipiendus.

PROBLEMA VI.

XXXIII. *Cyclorum lunarium historiam explicare.*

Resolutio. 1. Graeci, cum anno ante C. N. 776 ludorum olympicorum festiuitatem quolibet quadriennio agere instituissent, et tempus illius, ad plenilunium, quod proxime solstitium aestiuum sequitur, alligatum cuperent, inde astronomiae cultoribus nata est occasio, utriusque luminaris motum diligentius peruestigandi. In principio quidem, obseruationibus nondum emendatis, erant, qui assererent, intra biennium uel quadriennium, lunationes in pristina solaris anni loca reuertere, quorum tamen errores breui experientia manifestabat.

CENSORIN. c. 18.

2. Postea *Eudoxus Cnidius* et *Cleostratus Tenedius* octaeteridem, siue orbem octo annorum solarium, quibus 99 lunationes aequipolleant, commendabant. et cum hic quoque orbis, aliquot diebus a ueris motibus aberraret,

repe-

reperiebantur alii, qui XII uel XVI annorum circulum laudare non uerebantur, quemadmodum copiose exponit H. DODWELLVS de ueteribus graecor. romanorumque cyclis. Oxon. 1701. 4. uid. p. III.

3. Tandem probabiliorem sententiam, anno a C. N. 432, *Meton Atheniensis* defendit, *ἐννεα-δωκαετηρίδα* siue cyclum nouemdecim annorum solarium, qui 235 lunationes, et dies 6940 complectantur, qui cyclus, quod error facile tum deprehendi demonstrarique non posset, diu non apud graecos (fuit enim iste orbis olim in graecia tam celebris, ut in foro cuiuscunque uis insignioris praefigeretur. v. HAMMEL astron. phys. p. 102.) solum, sed deinceps etiam apud christianos in usu fuit. v. *Marsham* sec. XVIII. p. 662.

4. Nam tamen si *Calippus Cyzicenus* orbem metonicum quadruplicaret, et 76 annis solaribus 940 lunationes, et 27759 dies, tribueret, *Hipparchus* autem denuo quadruplum cyclum 304 annorum, 3760 lunationum, uel 111035 dierum, laudaret, neuter tamen auctoritatem prae metonico est consecutus.

5. Recentiore aetate, cum omnium cyclorum ueterum uitia palam sese proderent, *Franc. Vietus* alium quidem orbem lunarem 3400 annorum, 42053 lunationum, et 1241850 dierum excogitauit; sed istum, etsi optimus et numeris omnibus absolutus esset, uel propter prolixitatem nullam in chronologia afferre utilitatem posse,

posse, per se quisque intelligit. v. PETAV. L. II.
D. T. Ricciolus C. R. p. 9.

PROBLEMA VII.

XXXIV. *Cyclum quemcunque propositum examinare.*

Resolutio. Cum hodie quantitas lunationis 29 d. 12 h. 44'. 3". et anni solares 365 d. 48. 40. paulo certius sit cognita, (§. 16. 18.) quando datur numerus annorum solarium et lunationum, qui ad componendum cyclum requiritur, assumantur per multiplicationum, tot anni, et tot lunationes, quot circulus complecti debet; si utrimque eadem summa dierum, horarum et scrupulorum prodeat, bene se habet forma cycli propositi, sin minus, per subtractionem differentia utriusque temporis, siue error in orbe dato commissus, innotescet. *Exempli loco sit cyclus ceteris omnibus celebrior et utilior metonis. lunatio 29 d. 12 h. 44'. 3". 11". (§. 16) per 235 multiplicata profert 6939 dies, 16 h. 32'. 28". sed anni solares 19 continent 6939 d. 14 h. 24'. 40". inter quos numeros discrimen est 2 h. 7'. 48". quod denotat excessum lunationum 235 supra annos 19 solares; ideoque nullum amplius est dubium, metonicum circulum, qui intra 19 annos lunae phases binis horis retrahit uersus principium anni solaris, erroneum esse, et, aliquot orbibus exactis, eo usque posse illud discrimen crescere, donec uno pluribusque diebus lunae uicissitudines, a limitibus in anno solari assignatis, retrocedant. Quod si loco anni solaris ueri adhibeatur Iulianus, capient 19 Iuliani*

anni, 6939 dies et 18 horas. quo casu bilunationes 235 sesqui hora propemodum, sine 1 b. 27', 32". superabunt. Facilitavit huius et aliorum cyclo-
rum examen STRAVGHIVS, tabulis, in quibus
anni solares et menses collecti exhibentur, com-
positis. L. III. c. 1. q. 5. p. 174. sq.

DEFINITIO XIV.

XXXV. *Calendarium*, siue *hemerologium Christianum*, est index dierum unius anni, distributorum in menses et hebdomades, in quo feriae solennes christianorum, inter quas praecipua est paschalis, suis locis inscriptae sunt. Formae illius tres in christiano orbe in usu sunt. *Vetus* siue *Iuliana*, altera *Gregoriana*, tertia *emendata* Statuum Germaniae Protestantium.

PROBLEMA VIII.

XXXVI. *Fundamenta celebrationis paschatis Christiani explicare.*

Resolutio. 1. Verus pascha iudaeorum, ex praescripto legis divinae Levit. XXIII. 5. Deut. XVI. 1. agendum erat luna decima quarta mensis primi Nisan. erat autem mensis iste lunaris, adeoque pascha in diem plenilunii civilis incidebat. (§. 17)

2. Sed iudaei unanimi consensu perhibent, tekupham mensis nisan, siue aequinoctium verum civile, cum hoc mense perpetuo copulandum, non potuisse cadere post lunam XIV, et ante eam semper debuisse collocari, ops in-
ter.

tercalationis. IOSEPH. Antiqu. III. 10. PHILO. L. III. de V. Mosis. p. 656. MAIMON. hilcoth kiddusch hachodesch. c. 3.

3. In ecclesia christiana, cum nec a Christo servatore, nec ab apostolis eius, alia paschatis celebrandi ratio instituta esset, primi christiani asiaticae pascha agebant cum iudaeis luna XIV mensis primi, atque ideo a nonnullis τεσσαρακαιδεκαίταρ siue *quartadecimani* appellabantur, EVSEB. H. E. V. 22. Verum plerique christiani occidentales pascha transferebant in diem dominicum, qui pascha iudaicum proxime sequitur, huiusque consuetudinis suae auctores Petrum et Paulum apostolos laudabant.

4. Circa finem seculi secundi *Victor*, episcopus romanus, omnem mouebat lapidem, ut dissentientibus a se orientalium ecclesiarum episcopis, morem celebrandi pascha, qui in occidente inualuerat, persuaderet, sed cum nihilominus plurimi refragarentur, tandem formulam excommunicationis aduersus illos promulgabat. conf. GVIL. CAVE de primo christianismo I. 7. add. dist. III. de consecr. c. 21. 22.

5. Durabat haec lis integro seculo tertio, donec a. 325. Constantinus M. congregatos Nicaeae ex oriente episcopos auctoritate sua permoueret, ut, cum occidentalibus ecclesiis in posterum eodem die se paschalem feriam obseruuros, pollicerentur. SOCRATIS H. E. I. 6. itaque a synodo illa oecumenica decretum est:

est: pascha, per uniuersum orbem christianum, nunquam cum iudaeis, sed die dominico, qui sequitur proxime pascha iudaeorum, quotannis celebrandum esse.

6, Praeterea constat, patribus Nicaenis placuisse, ut episcopus Alexandriae, quae urbs tum adhuc, propter cultum disciplinarum mathematicarum, et inprimis astronomiae, celebrabatur, curam indicendi quolibet anno paschatis in se susciperet. affert testimonium, quod huc pertinet, ex epistola Leonis, AEGID. BVCHERIVS, in comment. in Victorii canonem paschalem, p. 97. sed cum publicatio diei paschalis, progressu temporis, crescente indies ecclesiarum christianarum numero, et gliscentibus passim inter episcopos occidentales dissidiis, difficilior impeditiorque redderetur, et accederet intempestiua quorundam diligentia, qui Alexandriae et alibi redeuntes in orbem cyclos, uel saltem indices terminorum paschalium in plures annos extensos, componebant et euulgabant, euenit haud diu post concilium Nicaenum, ut praesul Alexandriae iure promulgandi pascha prorsus excideret.

7. Ceterum etsi decretum concilii de paschate amplius non extat, tamen tum ex historiae sacrae scriptoribus, tum ex consuetudine sequiorum temporum non obscure colligitur, fuisse hanc illius sententiam: 1) *pascha nunquam cum iudaeis, sed 2) die dominico, proximo post pascha iudaicum, uel qui sequitur plenilunium ab aequinoctio uerno proximum, agendum,*

idum, et, 3) si plenilunium illud cadat in diem dominicum, pascha in dominicum subsequens traducendum esse EPIPHAN. haeres. 70. add. B. G. A. HAMBERGERI diss. de basi computi ecclesiastici.

CONSECTARIVM I.

XXXVII. Itaque, pro computo paschali rite faciendo, opus erat notitia aequinoctii vernalis; et diei plenilunii, quod proxime post illud aequinoctium contingit.

CONSECTARIVM II.

XXXVIII. Et quia observatio ingressus solis in signum arietis a Ptolemaeo a. C. 140 habita, docuit, cum die XXII Martii contigisse, vid. PETAV. D.T. IV. 27. sequitur, quod aequinoctium vernum, intra 185 annos iulianos, qui usque ad Concilium Nicaenum effluerunt, (adhibito discrimine anni solaris veri et iuliani II. 13". §. 36. theor.) uno die et decem horis retractum fuerit, et ann. 325 in die XXI Martii substituerit. et cum verae anni tropici quantitatis ignari existimauerint, idem semper circa diem XXI Martii anni iuliani etiam in posterum futurum esse, hoc quoque nicaeni concilii decreto consentaneum deinceps putabatur; illud tantum plenilunium paschale esse passum, quod vel incidit in diem XXI Martii vel illum proxime sequitur. CLAVII apolog. contra Maestlin. p. II. 32. quapropter terminus paschalis citimus cum illo die XXI Martii concurrere, et terminus paschalis ultimus, qui a citimo inter-

gra. lunationis 29 dierum. (est enim mensis paschalis causus) distat, nunquam diem XIX Aprilis (exclusivae quidem, ut iam veteres computatae censuerunt. v. CLAV. p. 9. PETAV. V. 12) superare potest. et pascha primum non praenervit d. XXII Martii, ultimum non transgreditur diem XXV Aprilis

DEFINITIO XV.

XXXIX. *Cyclus Lunae Dionysianus, est spatium novemdecim annorum iulianorum, intra quod Dionysius Exiguus, natione Scythae, Abbas romanus, seculo VI clarus, motus lunares in anno solari restitui existimavit. Cuius principium incidit in annum primum ante aera christianam. BEDA d. tempor. rat. c. 45. conf. WILH. LANGIVS d. annis Christi p. 3. sq.*

SCHOLION.

XL. *Dixi antea, (§. 36. n. 6.) repertos fuisse, haud diu post concilium Nicaenum, nonnullos, qui indictionem paschatis anninterfariam, vel cyclis, vel indice terminorum paschalium ad plures annos extenso, facilitare studebant. Inter quos praeter ceteros Eusebius, Theophilus, Cyrillus, Prosper, Victorius, Anatolius inclaruerunt, de quorum inventis plenius explicat Bæcherius conf. Petau. II. 66. sq. Tandem Dionysius, circa annum Cbr. 527. cum iustaurando Victorii cycli annorum 532 operam daret, accommodatissimum christianae ecclesiae usibus iudicavit circulum XIX annorum metonicum, cui deinceps Beda vel alius quispiam, faciliorem, quam sequens tabula exhibet, formam conciliavit. Primus autem huius cycli annus convenit cum anno 532. p. C. N.*

Cyclus D pro Calendario Iuliano:

Num. aur.	Term. Paschal.	Lit. ch.	Num. aur.	T. P.	Lit. ch.
1	5 April.	D	11	15 April.	G
2	25 Mart.	G	12	4 April.	C
3	13 April.	E	13	24 Mart.	F
4	2 April.	A	14	12 April.	D
5	22 Mart.	D	15	1 April.	G
6	10 April.	B	16	21 Mart.	C
7	30 Mart.	E	17	9 April.	A
8	18 April.	C	18	29 Mart.	D
9	7 April.	F	19	17 April.	B
10	27 Mart.	R			

DEFINITIO XVI.

XLI. In hac tabella, prima columna continet *numeros aureos*, qui indicat, quotus annus aliquis fit in cyclo lunae. altera habet *terminum paschalem* siue diem plenilunii, quod pascha proxime praecedat. in tertia *ferie literae characteristicae* inscriptae sunt, quae designant, quodnam sit nomen dies hebdomadis, in quem plenilunium paschale cadit.

HYPOTHESIS.

XLII. Nimirum, recepto a ueteribus computistis more, dies VII hebdomadis, totidem literis A. B. C. D. E. F. G. solent denominari, ita quidem, 1) ut prima dies ianuarii semper A uocetur, et ideo litera, quae dominico diei competat, quotannis

mutetur. quín, 2) uti romani diem intercalarem eodem nomine denotabant, quod XXIV Februarii, in cuius locum succedebat, gesserat (§. 27) sic etiam Christiani computi auctores uoluerunt, ut in anno bissextili dies XXIV et XXV Februarii eadem litera distinguerentur.

CONSECTARIVM.

XLIII. Si annus solaris diebus 364 absolueretur, et rotunde 52 hebdomades caperet, literae eadem in eosdem semper hebdomadis dies quotannis recurrerent, sed quia annus communis capit 365 dies, ideo quotannis quaevis litera in sequentem diem promoueri debet, ut si aliquando prima ianuarii dominica fuisset, et nomen A habuisset, sequente anno litera A concurreret cum die lunae, et hoc modo post annos septem literae dominicales in priores dies reuerterentur. Cum autem quilibet quartus annus sit bissextilis 366 dierum, qui continet 52 hebdomades et duos dies, hinc fit, ut quouis anno quarto iterum literarum dominicalium ordo perturbetur, qui non nisi post $7 \cdot 4 = 28$ annos restituitur.

DEFINITIO XVII.

XLIV. Nimirum *Litera dominicalis* dicitur, quae aliquo anno dominicis diebus nominandis inseruit.

CONSECTARIVM.

XLV. In anno communi 365 d. una eademque

que litera dominicalis per integrum annum valet. sed in anno bissextili, quia diei XXIV et XXV Februarii eadem tum litera assignatur, duae literae dominicales requiruntur, quarum altera dominicas ante XXIV Februarii, altera dominicas post illum diem indicat.

DEFINITIO XVIII.

XLVI. *Cyclus literarum Dominicalium*, siue *solis*, (h. e. dierum solis) est intervallum XXIIIX annorum, intra quod literae dominicales in priores dies restituuntur. Cuius circuli retroacti initium in nonum ante aeram Christianam annum incidit.

Cyclus solis pro Calendario Iuliano.

Cycl.	Lit. Domin.	Cycl.	Lit. Domin.
1	G. F	15	C
2	E	16	B
3	D	17	A. G
4	C	18	F
5	B. A	19	E
6	G	20	D
7	F	21	C. B
8	E	22	A
9	D. C	23	G
10	B	24	F
11	A	25	E. D
12	G	26	C
13	F. E	27	B
14	D	28	A

PROBLEMA IX.

XLVII. *Inuenire numerum aureum proposito anno Christi respondentem.*

Resolutio. Ad annum Christi datum addatur unitas, (§. 39.) summa diuidatur per XIX; residuum ostendet numerum aureum quæsitum. si nihil post diuisionem superest, fuit annus cycli ultimus.

PROBLEMA X.

XLVIII. *Inuenire numerum cycli solis anno Christi proposito respondentem.*

Resolutio. Ad annum Christi datum addantur IX, (§. 46) summa diuidatur per XXIX, residuus numerus indicabit, quotus annis Christi datus sit in cyclo solis. si nihil restat, fuit annus cycli ultimus.

DEFINITIO XIX.

XLIX. *Festa mobilia* vocantur, quae una cum die paschatis porro et retro mouentur. *immobilia*, quae in eisdem mensium dies semper cadunt.

Resta mobilia, siue dies dominici post pascha, hebdomadis intervallo hoc ordine sese excipiunt. Quasimodogeniti. Misericordias domini. Iubilare. Cantate. Rogate. Exaudi, cum festo ascensionis Chr. in proxime praeced. die Iouis. Pentecoste. Festum Trinitatis. Prima secunda, tertia et sic porro dominicae post F. Trinitatis numerantur usque ad festum dñi Auentus domini, quem sequuntur tres do-
mini.

minicae post F. Aduentus, quas proxime ante d. XXV Decembris, in quem cadit F. Natiuitatis, ordinantur. dies dominici ante pascha sunt Palmarum. Iudica. Lactare. Oculi. Remniscere. Inuocauit, s. Quadragesima. Estomihi, s. Quinquagesima. Sexagesima. Septuagesima. dominicae usque ad principium anni reliquae, a F. Epiphaniae, siue d. 6. Ianuar. denominantur.

Festa immobilia cadunt in sequentes mensium dies.

Ianuar. d. 1. Circumcis. 6. Epiphania. 29. conuersio Pauli.

Februar. 2. Purific. Mar. 6. Dorothea. 14. Valentinus. 24, uel 25 in biss. xtili, Matthias.

Martii 12. Gregor. 25. Annunc. Mar.

Aprilis 23. Georgius. 25. Marcus Euang.

Maii 1. Phil. Jac. 3. Crucis inuentio.

Iunii 15. Vitus. 24. Ioh. Bapt 29. Petr. Paul.

Iulii 2. Visit. Mar. 8. Kilian. 13. Margareth. 15. diuis. apostol. 22. Mar. Magdal. 25. Iacob. Ap. 26. Anna.

Augusti 1. Vincula Petri. 10. Laurent. 15. Ascens. Mar. 24. Bartsbol. 19. Decoll. Iob.

Septemb. 1. Aegidius. 8. Natiu. Mar. 14. Exaltat. Cruc. 21. Matthaeus Euang. 29. Michael.

Octob. 4. Francisc. 18. Lucas Eu. 21. Vrsula. 28. Simon Iud. 31. F. Reform.

Novemb. 1. OQ. SS. 11. Martin. ep. 19. Elisabeth. 21. Oblat. Mar. 25. Catharin. 30. Andreas ap.

Decemb. 4. Barbara. 6. Nicol. 8. concept. Mar. 12. Lucia. 21. Thom. ap. 25. Natiuitas

Christi. 26. Stephanus. 27. Io. Euang. 28. Innoc. puer.

Praeterea sunt alii quidam dies celebres a calendario non mittendi. F. cinerum. p. D. Quinquages. die ♀. F. Viridium et passionis Christi. d. 4. et ♀ ante pascha. F. corporis Chr. d. 4. p. F. Trin. 17. Ian. Anton. 20. ei. Fabian. Sebast. 22. ei. Vincent. Febr. 22. Cathedr. Petri. Mart. 17. Gertraud. 19. Ioseph. Mai. 25. Kathan. Jun. 8. Medard. Iul. 20. Elias. Sept. 24. Concept. Iob. Octob. 9. Dionys. 16. Gallus. Quatuor tempora (Quateinber) quorum dua priora dieb. ♀ post D. Inuocauit et Pentecosten. duo posteriora dieb. ♀ post exaltat. crucis et F. Lucia assignantur.

Reliqui dies apud Protestantes calendario-graphi arbitrio permittuntur.

PROBLEMA XI.

L. Calendarium uetus iulianum pro anno Christi dato componere.

Resolutio. 1. Inquiratur, utrum annus Christi propositus sit bissextilis. (§. 29)

2. Dies anni distribuantur in menses. (§. 27. n. 3.)

3. Quaeratur numerus cycli solis (§. 48) et ex tabella §. 46. excerpatur litera dominicalis illius anni, eiusque ope dies in hebdomades distribuantur.

4. Inuestigetur porro numerus aureus, (§. 47) et eidem respondens terminus paschalis, cum litera characteristica, ex tabula cycli Lunae (§. 40) annotetur.

5. Quo-

5. Quoniam litera characteristica monstrat nomen diei hebdomadis, in quem cadit plenilunium paschale, (§. 41) si reperta non sit dominicalis, proxime sequente post diem plenilunii dominica pascha constituatur. Si uero characteristica eadem est cum dominicali, in dominicam sequentem pascha transferatur. (§. 36. n. 7.)

6. A paschate porro et retro numerentur et ordinentur feriae mobiles. tum etiam immobiles in diebus competentibus locentur. (§. 49).

7. Ex ephemeridibus astronomicis excerpantur motus solis ex lunae, item aspectus planetarum, maxime eclipses luminarium, et meridiano loci dati accommodentur.

8. Denique longitudo diei et noctis, et ortus et occasus solis, uel diebus singulis, uel cuiuslibet saltem septimanae principio adscribantur. (§. 126. sq. sphaer.)

PROBLEMA XII.

LL. *Calendarii ueteris uitia demonstrare.*

Resolutio. 1. Primum uitium contraxit hoc calendarium, ab excessu anni iuliani supra solarem tropicum ueriores, quem alibi (§. 36. theor.) 11. 13". uel 14" parem esse, dictum fuit. Quod si rem ita se habere nunc ponamus, intra 16 annos aequinoctium uernum tribus horis uersus calendas martii a prisco suo limite d. XXI. ei. mensis, (§. 38) retrahitur, et inde ab aetuo Dionysii usque ad seculum XVII, diebus

circiter X debuit retrocedere. quod etiam observationes Tychonis confirmarunt, quippe qui a. 1584. idem Mart. d. 10. h. 9. contigit deprehendit. Cum igitur secundum canone in concilio nicaeni, pascha statuendum esset die dominico, qui plenilunium ab aequinoctio uerno proximum sequitur, (§. 36) contra hanc legem toties peccabatur, quoties, ante calendarii correctionem, luna XIV inter XI et XXI Martii cadebat, quae tamen si paschalis esset, per errorem tamen omittebatur, et pascha in mensem secundum promouebatur.

2. Deinde alium errorem inuenerat cyclus XIX annorum lunaris; si quidem constat 239 lunationes, XIX annis iulianis i h. 27'. 32". minores esse, (§. 34) adeoque, intra annos $312\frac{1}{2}$, integro die phases lunae recedebant a limitibus, qui ope cycli Dionysiani illis tribuebantur, et labente seculo XVI fere quadriduo citius cucuriebant.

PROBLEMA XIII.

LII. *Emendationis calendarii Gregorianae momenta praecipua explicare.*

Resolutio. Cum seculis recentioribus, ea, quae iam indicaui, ueteris calendarii uitia, tantum temporis progressu accreuissent, ut non solum ab astronomis, sed etiam ab imperitis, maxime quoad motum lunae, facile animaduertentur, et saepe de illis emendandis in conciliis Constantiensi, Basileensi, Lateranensi et Tridentino frustra deliberatum esset, tandem:

feli-

feliciore successu idem negotium aggressus est *Gregorius XIII.* P. M. opportunam de eodem cogitandi occasionem nactus, postquam *Aloysius Lilius*, Veronensis, Antonii, archiatri pontificii frater (consilio, ut fertur, Montalti Cardinalis, qui Gregorio nomine Sixti V. successit, suffultus. v. GREGOR. LETI in V. ci. L. V. ad a. 1582.) novum eidem calendarii correcti specimen obrulerat. Huius enim examen a peculiari Cardinalium, quibus viri astronomiae periti adiuncti fuerant, congregatione, praeside Montalto, fieri pontifex mandauerat, eoque peracto, insecutoque summorum principum, religioni pontificiae addictorum, consensu, sequenti modo pontifex veterem calendarii formam corrigendam esse statuit.

1. Assumebatur anni solaris quantitas *Alphon-* sina 365 d. 5 h. 49'. 16". qua posita, excessus anni Iuliani erat 10'. 44". ob quem intra 134 annos uno die, intra triplum vero spatium annorum 402, tribus diebus, aequinoctium uernale a prisco termino XXI Martii versus principium mensis debet retrocedere, unde concludebatur, quod intra annos 1275, quibus a tempore Concilii Nicaeni a. 325, principium seculi XVII, siue a. C. 1600, differt, usus anni iuliani errorem produxerit 9 d. $\frac{225}{800}$, siue X fere dierum. quapropter decretum fuit, ut a. 1582 ex mense octobri dies X eiicerentur, et in locum quinti, dies decimus quintus succederet.

2. Sic reuocato ad d. XXI Martii aequinoctio

ctio uerno, ut circa eundem prope diem in posterum retineri posset, cautum est, ut in saeculum annorum 400, tres dies intercalares ommitterentur, ex illis nempe annis secularibus, quorum primi numeri non possunt diuidi per 4. ergo omittenda est intercalatio a. 1700. 1800. 1900. seruatur uero eadem anno 2000.

3. Correctio anni lunaris maioris res operae uidebatur. Quoniam autem cyclos perfectiores, sed emendatos, modumque iis utendi antiquum, retinere cupiebat pontifex, placuit epactas Lili ad calendarium nouum conformare. Ideoque decretum fuit, ut lunae phases, quae alioquin, ob rationes antea memoratae, a limitibus suis intra $312\frac{1}{2}$ annos uno die erant recessurae, in posterum mutatione cycli epactarum ad eosdem reuocentur. quod quidem quomodo efficiatur, copiose, compositisque pluribus tabulis, declarat CLAVIVS in apologia calendarii Gregor. contra Maestlinum Lib. II. et in opere maiore de Calendario Gregoriano. C.X. sq. Romae. 1603. f.

CONSECTARIUM I.

LIII. Exemptis ex mense octobri a. 1582 diebus X, turbabatur ordo literarum dominicalium, et nouus propterea cyclus solis erat componendus, qui ab a. 1600. ad a. 1700 ualeret. Nam a. 1582. qui respondet anno XXIII. in cyclo solis, litera dominicalis erat G, et primus octobris erat dies lunae. septimus uero erat dominicus. demum X diebus, succedebat dies decimus

cimus septimus, in locum septimi, una cum li-
tera dominicali C, quemadmodum ex serie die-
rum illius mensis inspecta apparet:

October a. 1582.

a	b	c	d	e	f	G	a	b	c	d	e
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
D	♂	♀	24	♀	h	⊙	D	♂	♀	24	♀
f	G	a	b	C	d	e	f	g			
13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.			
h	⊙	D	♂	♀	24	♀	h	⊙			

itaque pro seculo XVII concinnandus erat cyclus
solis, initium capiens a littera dominicali C.

CONSECTARIVM II.

LIV. Sed denuo eiecto die ex anno 1700,
novus iterum cyclus solis requirebatur, qui se-
culo XVIII inseruiret, cuius forma sequens est.

Cyclus Solis Gregor. ab A. 1700-1800.

Cycl.	Lit. Domin.	Cycl.	Lit. Domin.
1	D. C	15	G
2	B	16	F
3	A	17	E D
4	G	18	C
5	F. E	19	B
6	D	20	A
7	C	21	G. F
8	B	22	E
9	A. G	23	D
10	F	24	C
11	E	25	B. A
12	D	26	G
13	C. B	27	F
14	A	28	E

Cyclus Lunae Gregorianus ab A. 1700 — 1800.

Num. aur.	Epact.	Term. Pasch.	Lit. ch.
1	O	13 April.	E
2	XI	2 April.	A
3	XXII	22 Mart.	D
4	III	10 April.	B
5	XIV	30 Mart.	E
6	XXV	18 April.	C
7	VI	7 April.	F
8	XVII	27 Mart.	B
9	XXIX	15 April.	G
10	IX	4 April.	C
11	XX	24 Mart.	F
12	I	12 April.	D
13	XII	1 April.	G
14	XXIII	21 Mart.	C
15	IV	9 April.	A
16	XV	29 Mart.	D
17	XXVI	17 April.	B
18	VII	6 April.	E
19	XIIX	26 Mart.	A

CONSECTARIVM III.

L.V. Quia cycli hi prorsus accommodati sunt legibus, secundum quas, in ueteri calendario, numerus aureus cum termino paschali, et cyclus solis, cum litera dominicali adiecta, reperiuntur, (§. 47. 48) ideo, quae de his inueniendis, in ueteris calendarii explicatione, dicta sunt, huc reperenda ueniunt.

CONSECTARIVM IV.

L.VI. Sed cum terminis paschalibus, in cyclo

clo lunae Gregoriano, etiam epactae adscriptae sint, harum ope aetas lunae sub anni initium, (§. 24) non solum cognoscitur, sed etiam lunae phases per singulos menses earundem adiumento epactarum quodammodo constitui possunt. *e. g. a. 1735 epacta gregor. est 6. ergo circa d. 8. Ian. plenilunium. et additis 15, circa d. 23. Ian. novilunium continget.*

CONSECTARIUM V.

LVII. Ceterum facilis est veteris et novi calendarii comparatio, si constet, quot dies fuerint ex veteri calendario exempti. nostro seculo quia eliminati sunt dies XI, ideo ad numerum dierum styli veteris addantur XI, et prodeunt dies calend. gregoriani. vicissim a numero dierum styli novi deme XI, et remanent dies secundum stylum veterem computari.

PROBLEMA XIV.

LVIII. *Calendarium Gregorianum componere.*

Resolutio. 1. Inquiratur, utrum annus Christi datus sit bissextilis. (§. 29)

2. Dies anni distribuuntur in menses. (§. 27)

3. Quaeratur numerus cycli solis (§. 48) et ex tabula literar. domin. quae praesenti seculo competit, (§. 54) excerpatur litera dominicalis illius anni, et ope eiusdem dies in hebdomades distribuuntur.

4. Inuestigetur porro numerus aureus, (§. 47.) et huic competens epacta, cum termino

paschali et lit. characteristica, ex tabula cycli lunae, quae hoc seculo ualeat, (§. 54) excerpatur.

5. Beneficio termini paschalis constituatur pascha, ordinentur feriae mobiles, quae inde dependent, addantur etiam feriae immobiles, cum reliquis, quae ad calendarii compositionem necessariae esse supra (§. 50) dixi.

CONSECTARIVM.

LIX. Calendarium Gregorianum, quia cyclis nititur, et differentiam temporis ciuilis et astronomici ad integrum diem et amplius augeri patitur, non posse omnis uitii immune pronuntiari, ipsi eiusdem conditores lubentissime confitentur. v. CLAV. adu. Maestlin. p. 222. Interim tamen temporum rationi sic consultum est, ut, legibus eiusdem in posterum rite obseruatis, errores tam enormes, quales uetus calendarium contraxerat, nunquam sint metuendi.

SCHOLION:

LX. Contra emendationem Gregorianam scripserunt, MICH. MAESTLINS in exam. C. G. IOS SCALIGER in elencho anni Liliani. ed. cum Hippolyti Canone Paschali. SETH. CALVIS. d. error. C. G. F. VIETA in relat. Cal. uere Gregor. deferunt idem CLAVIUS in apol. c. Maestl. et in pocal. respons. contra Scalig. cui add. DION. PETAVIVS L. V. D. T. PAUL GULDINVS in refutat. elenchi Calvis. contra Vietam disputat Clavius in opere de Cal. Gregor. c. XXIV. p. 566.

PROBLEMA XV.

LXI. Calendarii emendati Protestantium leges explicare.

Re,

Resolutio. Status Germaniae Protestantes, ab a. 1582 usque ad a. 1700 calend. iulianum retinuerunt. Huius vero seculi sub initium, negotio diligentissime in comitiis Imperii expenso, ut incommotis, quae calendarii diuersitas in Germania passim creauerat, obuiam irent, d. 23. Sept. a. 1699. Ratisbonae unanimi consensu decreuerunt; 1. Vt dies superflui XI. a. 1700. post diem 18 Februarii eicerentur. 2. Vt calculus paschalis in posterum nec Dionysiano nec Gregoriano computo accommodetur, sed ut aequinoctium uernum, et plenilunium paschale calculo astronomico inuestigentur. 3. Vt nomen *calendarii emendati* (Verbesserter Calender) eidem tribueretur. 4. Vt mathematici uitent in posterum astrologiae iudiciariae abusum. v. VENER. KLAUSINGII Tr. d. optima temp. emend. Placuit idem decretum Regi Daniae, et Rebuspubl. Foederat. Belgii et Heluetiorum. Calendarium uero uetus Iulianum seruant adhuc Angli et Sueci.

CONSECTARIUM.

LXII. Sicuti autem ex his legibus, quomodo componi emendatum nostrum calendarium debeat, palam est, ita et illud inde manifesto elucet, quod talis forma temporum decreto concilii Nicaeni maxime consentanea sit, tum uel maxime deceat aetatem nostram studiis mathematicum, praesertim astronomiae, florentissimam; item quod illius beneficio consensus cum calendario Gregoriano tandem ob-

tinetur, quamdiu illud circa celebrationem
festiuitatis paschalis notabiliter non aberrat.
vide sis diss. m. de dissensu emendatae temp. form.
a Calend. Greg. a. 1724.

CAPVT III.

DE

ANNO IVDAICO, AEGY-
PTIACO, GRAECO, TVRCICO,
PERSICO.

DEFINITIO XX.

LXIII. *Annus iudaicus* hodiernus est
lunae solaris. constat ordinarie mensibus
XII lunaribus, alternatim plenis 30, et ca-
uis 29 dierum, quorum nomina sunt; *Tisri*
30, *Marchesuan* 29, *Casleu* 30, *Thebet* 29,
Schebat 30, *Adar* 29, *Nisan* 30, *Iiar* 29, *Si-*
uan 30, *Tammutz* 29, *Ab* 30, *Ebul* 29 dierum.
His accedit quandoque decimus tertius
Veadar 30 dierum, embolimaecus, post pri-
mum *Adar* inferendus. Incipiunt menses
a neomenia, quam olim a prima lunae phasi
duxisse perhibentur, (testimonia iudaeor.
collegit Langius de annis Chr. I. 9. p. III.) alii
uero censent, iudaeos ueteres, tantum cal-
culi sui examinandi causa obseruationem
primae falcis fecisse. STRAVCH. p. 51.
Differentiam anni solaris, quando integrum
meo.

mensē 30 d. producit, addunt, intercalationem autem instituunt secundum regulam Gamalielis: post annos *tres, tres, duos, tres, tres, tres, duos*, componunt calendarium adiumento cyclorum, quos pro neomeniis tisri, et tekuphis, siue quatuor anni quadrantibus, inueniendis sequiore aevo condiderunt. *Longius* p. 123. Anni principium duplex habent. *annus civilis* incipit cum neomenia Tisri, quae semper haeret circa aequinoctium auctumnale, quod modo praecedit, modo sequitur, prout cyclorum ratio exigit. *anni ecclesiastici* initium fit a neomenia nisan, quae modo praecedit, modo sequitur aequinoctium uernale. De calendario iudaeorum pluribus exponunt RICCIOL. C.R. c. 14. IVL. BARTOLOCCIVS Biblioth. Rabbin. T. II. p. 392. GVLDI-NVS contra Calvis. L. V. c. 11. sq. de anno civili ueterum Hebr. tr. pecul. ed. I. SELDEN. Lugd. B. 1683. 8.

SCHOLION.

LXIV. *Sinensium quoque annus ut iudaeorum lunae solaris est, XII. uel XIII mensibus absolutus, quotannis calendarium nouum uulgaratur solenni caerimonia, in quo motus et aspectus planetarum, et solis ac lunae eclipses annotantur. illi componendo plus quam centum docti niri insudant. hodie antiqui eius errores ab europaeis correcti sunt.* v. L. LE COMTE Nouv. mem. de la Chine. T. 2. p. 76. I. A. SCHALL *historia expedit. Christianae ap. Chineses. c. 2. sq.*

DEFINITIO XXI.

LXV. *Annus Aegyptiacus, siue Nabonassar.*
No 2

nassareus, uocatur systema 365 dierum, quo ante imperium Augusti Aegyptii multis retro seculis usi sunt, qui etsi uagus et minime commendabilis sit, tamen memorandus hic est, quia Ptolemaeus astronomus eodem utitur. menses XII sunt: *Tbot, Paophi, Atbyr, Choiax, Tybi, Mechir, Pharmoth, Pharmudi, Pachon, Pauni, Epiphi, Mesori*, singuli 30 dierum, quibus in fine quinque *ἡμεραι* adiciuntur.

CONSECTARIUM.

LXVI. Hic annus, quia quadrante diei anno Juliano minor est, singulis quadrienniis uno die deficit, et intra 365. 4 = 1460 annos illius principium per omnes anni Iuliani tempestates uagatur. Hanc periodum uocarunt *antiquum magnum canicularem*, quia ex ortu sirii siue caniculae (quam tanquam causam inundationis Nili Aegyptii in primis colebant) observabatur, esse quadriennium iusto minus uno die. **PLIN.** lib. 2. c. 47. et **HORVS APOLLO** Lib. 2. c. 89. Fuisse autem antiquitus annum quoque Iulianum in Aegypto frequentatum, testis est **HORVS APOLLO** L. I. c. 5. conf. **LANGIVS** I. 16. **CENSORINVS** Cap. 16. etiam lustrum siue quadriennium annum magnum Aegyptios nominasse perhibet. add. **VOSSIVS** de orig. idol. L. I. c. 28.

DEFINITIO. XXII.

LXVII. *Anni Graecorum* forma, post Olympiades receptas, lunae solaris fuit, *ordinarie*

dinarie XII mensibus lunaribus constabat, quibus decimus tertius intercalaris, ubi opus erat, adiciebatur. initium eius capiebatur a neomenia solstitio aestiuo proxima. *sed de ordine mensium uarie disceptatur, quia nemo ex antiquis Graeciae scriptoribus annum illum clarius descripsit. quin nec eadem olim calendarii forma in diuersis graeciae ciuitatibus in usu fuit: initia quoque anni et mensium nomina uarie discrepabant.* v. *VSSERII* diff. de Macedonum et Asianorum anno solari. conf. *LANGIVS* l. 14. *RICCIOLVS* l. 19. *MARSHAM* Sec. XII. p. 653.

DEFINITIO XXIII.

LXVIII. De anno *Turcico* iam supra notauimus, (§. 21) eum mere lunarem esse, qui alternis XII mensibus, plenis 30, et cauis 29 dierum, componitur. Mensium nomina sunt, *Mubarram* 30, *Safar* 29, *Rabia prior* 30, *Rabia posterior* 29, *Giumeda* uel *Zomada prior* 30, *Zomada posterior* 29, *Raiab* 30, *Saaban* 29, *Ramadan* 30, *Schawal* 29, *Dulkaadab* 30, *Dulbeggiab* comm. 29. embol. 30. v. *VLVGHEBELG* de epochis p. 10. edit. IO. GRAVII Lond. 1650. 4.

DEFINITIO XXIV.

LXIX. *Persae*, etsi cum *Turcis*, pro ritibus superstitionis suae ordinandis, annum lunarem adhibeant, tamen sub imperio *Sultanis Gelal*, uel *Iellal Eddin*, inde a seculo undecimo, nempe a d. 5. mensis *Saaban*, ann.

Hegirae 468, uel secundum alios, a d. 10. Ramadan Hegir. a. 471. receperunt una ~~an-~~
~~num civilem solarem~~, quem ~~naurus~~ uocant, et
quo aetates suas metiuntur. cuius descriptio,
quia elegantia singulari se commendat, hic
praetermitti non debet. Scilicet annum
uerum solarem definiunt 365 d. 5 h. 48 m.
53 s. cuius discrimen a iuliano est 11'. 7". quo
posito, intra 31 annos iulianos, totam appen-
dicem anni solaris ultra dies, nempe 5 h. 48'.
53", propter excessum anni iuliani supra ue-
rum solarem, intercalari deprehenderunt,
itaque annum quidem iulianum, ob interca-
lationis commoditatem seruant, et ordina-
rie septem vicibus, quolibet anno quarto,
et postea semel anno quinto intercalarem
diem addunt, ut commissum anno iuliano
errorem mox iterum tollant. annum auspi-
cantur a meridie illius diei, quo sol ingres-
sus est principium arieris, menses eorum
sunt 30 dierum, ut ingressus solis in signa
sequentia semper prope mensium initia ha-
reat. in fine dies 5 ultra 360 addunt. Nomina
mensium sunt. 1. *Fervardin*. 2. *Ardababest*.
3. *Chordad*. 4. *Tir*. 5. *Mordad*. 6. *Shabrivar*.
7. *Moher*. 8. *Aban*. 9. *Adar*. 10. *Di*. 11. *Beh-*
mann. 12. *Esfandarmod*, v. VLVGHBEIG.
c. 5. p. 38. AD. OLEARII Itinerar. pers. p.
440. 627. SANSON erat present de Perse.
p. 264.

CAPVT IV.

DE

EPOCHIS CELEBRIO-
RIBVS.

DEFINITIO XXV.

LXX. *Epocha* (ab ἐπέχων, inhibere, subsistere, nominata) siue *Aera*, in chronologia notat terminum aliquem solennem, unde, tanquam a principio, plures anni porro uel retro numerantur.

DEFINITIO XXVI.

LXXI. Harum epocharum demonstratio, ut ex clavis principijs petatur, utuntur chronologi *characteribus* siue *characterismis*, qui sunt indices temporum certi, quibus epochae alicuius constitutio uel definitio absoluitur. Adhibentur autem characteres trium generum: *historici*, quales testimonia auctorum fide dignorum subministrant. *astronomici*, quando cum tempore definiendo, coelestium moruum momenta, ueluti eclipses solis et lunae etc. concurrunt. *chronologici*, siue cycli uarii, qui ab artificibus, pro accurata temporum ratione ineunda, inuenti sunt. Inprimis cycli lunae, (§. 39) solis (§. 46) et indictionum, qui ad distinguendos annos aerae christianae potissimum adhibentur.

DEFINITIO · XXVII.

LXXII. Quia *cycli indictionum* iam feci mentionem, de eodem hic notandum est, quod sit spatium annorum quindecim iulianorum, perpetuo in se rediens, cuius initium, reductum ad aeram christianam, hanc tribus annis anteuertit.

CONSECTARIVM.

LXXIII. Itaque additis tribus, ad annos Christi datos, si summa diuidatur per 15, residuus numerus indicabit, quotus annus Christi sit in cyclo indictionum. Si nihil supersit, fuit annus cycli ultimus decimus quintus. *Origene huius cycli perobscura est, de qua pluribus agunt PETAV. XI. 40. STRAVCH II. 7. I. GOTHOFER. in prolegom. Cod. Theod. MABIL- LON. de re diplomatica. p. 278. 376.*

PROBLEMA XVI.

LXXIV. *Quibus characteribus epocha orbis conditi demonstretur, explicare.*

Resolutio. Colligantur ex codice sacrarum literarum V. T. hebraico interualla annorum, 1) qui in genealogia patriarcharum, inde a condito orbe usque ad diluvium, memorantur Gen. V. VII. tum 2) addantur anni, qui a diluvio ad Abrahami natiuitatem, Gen. IX. II. et 3) uocationem eiusdem, Gen. XII. 4. inde 4) ad exitum Israelitarum ex Aegypto, elapsi sunt; Exod. XII. 40. Gal. III. 17. Porro 5) sequatur spatium temporis, quod ad constructionem templi Salomonis, I. Reg. VI. I. et rursus 6)

6) hinc ad Iorobeamum, I. Reg. XI. 42, et
 7) a Iorobeamo ad excidium templi Salomonis,
 Ezech. IV. 5, computatur. His si adiciantur
 reliqui 8) anni captiuitatis Israelitarum, Ier.
 XXIX. 10. conf. Ezech. XXXIII. 21. et sequens
 spatium 9) usque ad annum secundum Darii
 Nothi (unde LXX hebdomades Danielis ex-
 ordium capiunt) ex scriptoribus profanis sup-
 pleatur, ipsaque 10) summa LXX hebdoma-
 dum annalium, Dan. IX. addatur, prodibit
 numerus annorum 4018, qui a condito orbe
 ad excidium templi posterioris praeterierunt
 et deductis annis 69, elapsis ab exordio aerae
 Christ. usque ad templi secundi finem, restant
 anni 3949 a mundo creato usque ad aerae
 Christianae principium numerandi.

Horum interuallorum decem numeri sunt se-
quentes

	Anni
1. a condito mundo ad diluu.	1656
2. ad natiuit. Abrabami	292
3. ad uocationem eiusdem	75
4. ad exitum ex Aegypto	430
5. ad exstruct. templi Salomon.	480
6. ad Iorobeam	36
7. ad excid. templi Salom.	399
8. ad solutionem captiuit. Babyl.	59
9. a Cyro ad a 2 Darii Nothi.	110
10. ad excid. templi posterioris.	490
	<hr/>
conf. STRAVCH. Lib. IV.	4018

CONSECTARIUM.

LXXV. Etsi autem hic annorum, a condi-

et mundo usque ad destructum templum post-
 rius elapsum, numerus recte ex testimoniis
 ante laudatis colligatur, tamen pro absoluto et
 perfecto uenditari non debet, quia 1) de men-
 se et die, quò mundus coepit, non constat;
 2) et qualis forma annorum ante diluuium in
 usu fuerit, non omnino certum est: (interim
 collatis locis Gen. VII. 11. VIII. 3. 4. probabi-
 le redditur, annos solares, uel saltem 360 dier,
 ante diluuium iam fuisse receptos.) tum etiam,
 quia in genealogia patriarcharum anni tantum
 rotunde numerantur, et mensis et dies omitti-
 tur. v. PETAV. IX. 6.

SCHOLION.

LXXVI. Verum, si loco codicis hebraei consulas
 graecus, magnum in his interuallis discrimen depre-
 benditur. Plerumque enim ab interprete graeco in ge-
 nealogia patriarcharum ante et post diluuium centum
 anni singulis generationibus adduntur, et post diluuium
 ab eodem noua inseritur generatio integra Cainanis,
 geniti ab Arphaxad, quae in Hebraico textu deest. Gen.
 XI. 12. ita ut a principio mundi usque ad natum A-
 braham 1486 anni accedant. Cui sententiae prop-
 modum suffragantur IOSEPHVS, antiqu. iud. I. 4.
 OROSIVS histor. I. 1. et ipsa ecclesiae graecae chrono-
 logia. ex recentioribus eandem defenderunt ISAACVS
 VOSSIVS in diss. de 70 interpretum chronologia. Ha-
 gae. 1661. 4. Briauns Walton in prolegom. Bibl. polygl.
 et nouissime Whistonus. Vossii autem argumenta, exi-
 gui sane ponderis, confutarunt ex instituto G. HOR-
 NIVS, CHR. SCHOTANVS, ANT. HVLSIVS.
 de qua lite in lectionibus uberius disserendi occasio da-
 bitur. AVGVSTINVS d. Ciu. D. XV. 13. pridem
 annotauit, similitudinem mendositatis in graeca uersio-
 ne non casum redolere sed industriam, eo uideri erro-

rem tribuendum esse scriptori, qui de bibliotheca Ptolemaei codicem graecum describendum prius accepit.

PROBLEMA XVII.

LXXVII. *Explicare characteres et definitionem epochae Christianae.*

Resolutio. 1. Testatur Lucas, III. 1. 23. baptizatum fuisse Iesum sospitatorem, cum esset *ὡς ἐστὶν τριάκοντα ἐτη*, siue cum ingressus esset annum aetatis tricesimum, (*) idque temporis momentum in annum XV Tiberii refert. Principium autem imperii Tiberii confirmatur characterismo eclipsis lunae quae anno iul. 59 d. 28. Sept. h. 3. mat. quadragesimo die post mortem Augusti, cui mox mense Augusto Tiberius successit, accidit. Tacit. I. Ann. 28.

2. Deinde vetus est in ecclesia christiana traditio, secundum quam Iesus Christus creditur natus d. XXV. Decembris, uid. AVGVSTIN. d. Trinit. IV. 5. CHRYSOSTOM. homil. de natiuit. Dni. p. 468. edit. Front. Ducae. et baptizatus d. VI. Ianuarii. et adhuc uterque dies recolendae nati et baptizati Seruatoris memoriae sacer est. v. VOSSII diff. d. natali anno Christi. Part. 2.

3. Qua-

(*) Iustinus, Origenes aliique tam antiqui quam recentiores interpretes uocabulum *ἐτη* non referunt ad aetatem, sed ad ministerium Christi. adeoque fere expleto anno XXX Seruatorem baptizatum esse contendunt. v. G. I. VOSSII Diff. de anno Christi natali Part. I. n. 38. sq.

3. Quapropter, si ad annum; Iul. 59, quo regnare coepit Tiberius, addantur anni 15, summa docet, baptismum Christi factum fuisse a. Iul. 74. d. VI. Ianuarii. quo tempore natus erat annos 29 et dies 12. et anno Iul. praecedente 73. a. d. XXV. Decembr. impleuerat idem annum aetatis 29. hoc numero a 73 detracto, restat annus Iulianus 44, quo d. XXV. Decembris, Christus natus fuit.

CONSECTARIUM.

LXXVIII. Secundum vulgarem aeram, natiuitas Christi incidit in d. 25 Dec. ann. Iul. 45. adeoque, si iam dicta probentur, deficit illa anno uno a uero epochae principio. Huc comparandi sunt libri II WILH. LANGII d. annis Christi.

SCHOLION.

LXXIX. Ceterum nullum est dubium, Dionysium Exig. circa a. 527, quo cyclum paschalem edidit, annos a nato Christo, primum coepisse numerare, cum antea partim ab V. C. partim a Coss. partim a Diocletiano, partim denique ab indictione, annos suos ueteres denominarint. Sed an illa, quam hodie seruamus, aera, a Dionysio fuerit proposita, non liquet. Multi Bedam, qui a. 720 floruit, illius auctorem laudare molunt. LANG. I. 1. Illud certum est, serius hanc aeram christianam in literis tam principum, quam priuatorum fuisse adhibitam. I. MABILLON. d. R. D. II. 28. monuit, eam in scriptis priuatorum in Italia et Gallia uix ante seculi IX medium occurrere, in diplomatibus pontificum non legitur ante medium sec. XI. In regum diplomatibus quando recepta fuerit, disputatur. in illis nempe, quae res ecclesiae spectant, a Carolo M. et eius successoribus quandoque adscribitur, in aliis uero, quae ciuilia negotia conti-

nent,

nent, serius obuia est: conf. CONRING censur. dipl. Lindau. c. 17. HAMBERGERI et IANI diss. d. epocha Christiana.

PROBLEMA XVIII.

LXXX. *Epochas alias celebriores cum annis aerae Christianae copulare.*

Resolutio. 1. *Epochae iudaicae vulgaris principium refertur ad d. VII. Octobris anni Iul. 3761 ante aerae Christianam. sed, quo auctore haec epocha iudaeis fuerit persuasa, non constat.*

2. *Epocha mundi Graecorum, siue illa, qua ecclesia graeca utitur, retro ab exordio aerae Christ. distat annis Iul. 5508, et 4 mensibus: prope accedit ad numeros codicis graeci, unde etiam desumpta primum uidetur.*

3. *Epocha olympiastica incipit a nouilunio, quod ante aestiuum solstitium proxime accidit, anno ante C. N. 776. circa d. VIII. Iulii. nam plenilunio post illud solstitium proxime sequente, d. XXII Iulii, celebratus fuit primus agon Iphiti. est postea quolibet quadriennio exacto ludi olympici in plenilunio, quod aestatis principium insequiebatur, repetebantur. atque inde ab illo primo certamine Iphiti graeci per olympiades et harum annos tempora numerarunt. RICCIOL. C. R. III. 2.*

4. *Vrbis Romae conditae epocha coepit anno ante C. N. 752. d. 21. April. secundum fastos capitolinos. sed secundum Varronem annus primus V. C. cadit in ann. a. C. N. 753. PETAV. III. 2.*

5. *Na.*

5. *Nabonassarea* incipit d. XXVI. Febr. anni ante C. N. 747. PETAV. III. 3.

6. *Juliana* incipit ann. ante C. N. 45. quo Julius Caesar calendarium Rom. emendavit. (§. 27) RICCOL. IV. 3.

7. *Diocletiana* siue *Martyrum*, qua hodie num Aethiopes utuntur, pertinet ad d. XXXI. Aug. anno Chr. 248.

8. *Turcica* S. *Hegirae* iniit ab a. Chr. 622. XVI. Iulii. quo Muhamed Mecha expulsus fuit. PETAV. IV. 15.

9. *Persica* s. *Iesdegerdica*, ab imprio Iesdegerdi, secundum Ulugbeighium refertur ad a. Chr. 635. XVI. Iunii. Hodie in Persia abiit in desuetudinem, teste OLEARIO itin. Pers. p. 628. et praeter Hegiram a Persis hodie adhibetur *Gelalea*, ob emendatum sub Gelale calendarium, (§. 69) haec coepit d. XIV. Martii A. C. 1079.

CONSECTARIUM.

LXXXI. Comparatio annorum epocharum modo laudatarum cum annis aerae Christianae facilis est, si in epocha aliqua anni iuliani numerentur. in reliquis ratio differentiae a forma iuliana haberi debet. extant etiam passim apud chronologos tabulae, quibus labor ille facilitatur. v. *Ricciol.* Lib. II. figillatim, pro turcica epocha copulanda cum nostrate, notandum, annos iulianos 521 producere 537 arabicos uel turcicos.

SCHOLION.

LXXXII. *Ceterum de iisdem, quas modo memoraui, epochis nulla inter chronologos notabilis dissensio est, Petau. rationar. P. II. p. 51. Sed de aliis constituendis inter illos non omnino convenit. Superaddam praecipuarum principia, prouti eadem diligentius examinavit RICCIOLVS, L. II. Troiae excidium refert ad ann. ante C. N. 1184. (nam cum Solino c. 2. numerat annos 408 ab excidio Ilii ad olympiadem primam, cum quo et CENSORINVS fere consentit. c. 21. MARSHAM Can. Sec. XII. p. 328. auctoritate war-mor Oxon. annum ante C. N. 1209 praefert. aliis placet annus ante C. N. 1400. NEWTON Troiam captam promouet ad ann. ante C. N. 900. comparatis solstitiorum et aequinoctiorum uetustis observationibus. v. VOLTAIRE lettres sur les anglois. ep. 17. p. 151.) captiuitatem Iud. Babyl. ad ann. a. C. N. 605. Darii Hystaspidis initium regni ad a. 522. ante C. N. Xerxis transitum in Graeciam ad ann. a. C. N. 480. mors Alexandri contigit ante C. N. a. 323. Punicum bellum primum gestum est ann. 264. ante C. N. Augusti aera Hispanica copulatur cum ann. 38. ante C. N. mitto aeras alias minus celebres. conf. PETAV. l. c.*

DEFINITIO XXVIII.

LXXXIII. *Periodus iuliana est interval-lum 7980 annorum iulianorum, ex cyclis, lunae 19, solis 28 et indictionum 15, in se multiplicatis, factum: quod IOSEPHVS SCALIGER d. emend. temp. L. V. p. 337. pro epochis diuersis inter se melius componendis usum habere posse putauit.*

CONSECTARIVM.

LXXXIV. *Fuit ergo annus primus P. I. is, cum quo tres cycli incipiebant. et nullus annus P. I. praeter primum, ante totius interval-*

li finem, eosdem trium cyclorum numeros habet. quod a posteriore exemplis potest declarari. quamobrem diuiso quolibet numero annorum P. I. dato, per cyclicos numeros 19. 28. 15. residuum monstrat, quales cycli lunae, solis et indictionum, eidem anno P. I. respondeant. si nihil remanet, ipse diuisor est numerus cycli quaesitus.

SCHOLION.

LXXXV. Sed quomodo uicissim ex datis cyclis indagari possit respondens annus Per. Iul., docent passim chronologi. facilissima regula est, quam demonstrant **WOLFIVS** Elem. Chronol. §. 181. et **KEILL** introd. ad astron. p. 467. datus nempe annus cycli lunae multiplicetur per 4200, solis per 4845, indictionum per 6916, facta addantur, et summa diuidatur per 7980, residuum indicabit annum Periodi Iulianae. ita deprehenditur, annum Christi primum, qui habet cyclum lunae 2, solis 10, indictionum 4, concurrere cum ann. 4714. P. I. et ante aerae Chr. elapsi sunt 4713 anni P. I. atque ope huius summae expedite reperiuntur anni P. I. qui respondent annis ante et p. C. N. numeratis. Ceterum haec periodus technica etiam **PETAVIO**, aduersario Scaligeri, perplacuit. D. T. Lib. IX. c. 1. Sed cum anni aerae Christianae ante et post C. N. similibus cyclis, tanquam characteribus, distinguantur, et nobis sint notiores, ut propterea copulatio annorum aliarum epocharum cum annis ante et p. C. N. clarior et distinctior euadat; doctissimi hodie uiri censent, chronologiam ficto illo annorum circulo facile carere posse. v. **RICCIOL.** L. 19. Alm. L. IV. p. 241.

GNOMONICA.

CAPVT I.

DE

HOROLOGIIS REGVLARIBVS.

DEFINITIO I.

I. *Horologium Sciatbericum* uocatur figura, in qua umbra styli uel indicis, (*γνώμων*) a sole uel luna illuminati, horas diei uel noctis designat. est uel *regulare*, quod recta in unam ex cardinalibus mundi plagis uertitur, uel *irregulare*, quod describitur in superficie, quae a cardinalibus plagis declinat.

DEFINITIO II.

II. *Gnomonica* est ars horologia eiusmodi solaria uel lunaria accurate delineandi.

SCHOLION.

III. *Veteres* huius artis initia modo ad *Anaximandrum*, *LAERT. L. II.* modo ad *Anaximenem*, eius discipulum, quorum uterque sexto ante C. N. seculo floruit, referunt. *PLIN. H. N. II. 78.* Verum sacrae literae nos docent, minimum ducentis annis *holographiam antiquiorem* esse, siquidem *II. Reg. XX. 11.* horologium *Achazi* discrete memoratur. inter recentiores, germani prae ceteris *gnomonica* excoluerunt, quod diffusa *CLAVII, KIRCHERI* et *WELPERI* opera abunde testantur. cum *Welpero* commentarius *I. C. STVRMII*, et supplementum *DOPPEL-*
OO
MAYE

MAYERI, de horologiis maioribus omnino conferr debet. Norimb. 1708. 1719 f. commendandum quoque est tironibus compendium horologiographiae, quod STURMIVS Tom. II. math. inuen. p. 657. inseruit.

DEFINITIO III.

IV. Horologia solaria in classes sequentes distribuuntur. *aequinotiale* est, cuius planum est circulo aequatoris parallelum, siue quod supra horizontem tantundem, quantum aequator eleuatur. *horizontale*, quod delineatur in plano horizontali. *uerticale*, quod in plano uerticali describitur. idque est uel *meridionale*, in plano uerticali meridionali, uel *septentrionale*, in plano uerticali septentrionali, delineandum, item uel *orientale* et *occidentale*, quando paries uerticis horologii ortum uel occasum spectat. *polare* est, cuius superficies uersus polum dirigitur, ideoque supra horizontem, secundum magnitudinem anguli eleuationis poli, attollitur.

CONSECTARIVM.

V. Illud generatim ex allatis definitionibus liquet, quod gnomonica tota pendeat a principiis astronomiae. siquidem horologium descripturus non solum solis et lunae motum nosse, sed etiam artificia callere debet, quibus situs plagarum cardinalium, tum etiam eleuatio poli et aequatoris reperiuntur. (S. 34. sq. et 92. 94. astr. sphaer.)

THEOREMA

VI. *Umbra styli, qui, situ aequidistante ad axem mundi, e centro circuli, paralleli ad aequatorem, perpendiculariter in terrae superficie erigitur, circuli circumscripti peripheriam ita partitur, quemadmodum sol motu communi diuidit suum circulum diurnum.*

Demonstratio. Si axis mundi, qui per centrum motus solis in utrumque polum dirigitur, (§. 18. sph.) solidus foret, et eum ambiret circulus, in horas XXIV diuisus, ad solem qui motu communi siue diurno uiam aequatori parallelam perambulat, (§. 22. ib.) axis mundi, illius luce collustratus, umbram in regionem directo oppositam (§. 34. opt.) proiecturus, simul et circulum circumductum sic partiturus erat, sicuti ipse sol motu suo, circulum suum diurnum distinguit. Potest autem loco axis mundi non solum axis terrae, sed etiam quilibet index uel stylus super terra situ ad axem terrae parallelo collocatus assumi, quia distantia centri terrae, uel cuiuslibet puncti in superficie terrae, a centro motus solis, ad ipsam distantiam solis longe maximam, proportionem perexiguam; et in horographia minime notabilem, ac prorsus contemnendam, habet. (§. 25. theor. §. 21. geogr.) Ergo umbra styli axi mundano paralleli praestat id, quod in theoremate fuit propositum. Q. E. D.

CONSECTARIVM.

VII. Si stylus totus non esset axi mundano parallelus, sed tamen extremum illius punctum concurreret cum extremo indicis axi mundi uel terrae paralleli, illud punctum umbra sua eadem puncta in plano horario designaret, quae extremum gnomonis totius monstraturum erat.

SCHOLION.

VIII. *Vnicum illud theorema modo explicatum continet praecipuum totius horographiae fundamentum, sed in applicatione eiusdem ad horologia diuersa, et in demonstratione rationis umbrarum, non eadem methodo scriptores utuntur. re diligenter expensa, mihi illa gnomonicae explicatio omnium maxime perspicua uidetur, si aequinoctiale planum circulare, in horaria interualla diuisum, styloque perpendiculari instructum, cum planis reliquorum horologiorum, polaris, horizontalis, uerticis, meridionalis, item orientalis et occidentalis, rite componatur, et, pro nexu inter horologia regularia monstrando, schemata eorum materialia, ex eodem fundamento delineata, adhibeantur. Hanc methodum seruare soleo in lectionibus, eidemque praesentes demonstrationes horographicas accommodare conabor.*

DEFINITIO IV.

F. I.) IX. *Triangulum fundamentale est trigonum rectangulare ABC, quod praeter situm planorum, in quibus horologia regularia describuntur, etiam angulos elevationis poli et aequatoris, nec non magnitudinem stylorum et radiorum, quibus arcus horarii designantur, ob oculos ponit,*

PRO-

PROBLEMA I.

X. *Triangulum fundamentale delineare.*

Resolutio. 1. Semidiametro arbitrariae longitudinis DH , erigatur super recta HR semicirculus.

2. Ad centrum D applicetur transportatorium, et fiat angulus HDP aequalis elevationi poli, ducaturque linea PD .

3. Ex D erigatur super PC perpendicularis DQ , eaque ultra D uersus B continuetur.

4. Ex quocunque libet lineae PD puncto A , demittatur recta ad HR normalis, usque ad lineam BQ .

5. Denique ex B ducatur linea BC , parallela ad HR , et componetur triangulum fundamentale ABC quaesitum.

Demonstratio. Cum enim angulus HDP aequalis elevationi poli, et alter ad G rectus sit, erit angulus GAD par elevationi aequatoris. (§. 94. sphaer.) et rursus, quia angulus $BCA = HDP$ (§. 72. geom.) et DBC rectus est, iterum angulus DBC referet elevationem aequatoris. Quamobrem si HR horizontem, et HZ portionem meridiani, exhibeat, PH elevationem poli, et QR elevationem aequatoris, Z uero zenith exhibet. ideoque linea AB uerticale, BC horizontale, BD aequinoctiale, AC polare planum refert simul et AC indicat situm styliorum sic erigendorum, ut uel sint axi mundano paralleli, uel saltem ut eorum punctum

extremum, pro parte talis gnomonis axi mundano paralleli haberi possit.

PROBLEMA II.

XI. Horologium aequinoctiale componere.

F. 2.) Resolutio. 1. Semidiametro DB describatur circulus, eiusque peripheria in 24 aequales partes diuidatur, et intra arcum ABC, qui sedecim interualla horaria continet, numeri horarum a 4 matutina ad 8 uespertinam, (pro nostro uel simili horizonte) eductis ex centro lineis adscribantur.

2. Haec figura in tabulam iustae magnitudinis, in utrumque eius latus, superius et inferius, ita tamen, ut contra sibi immineant, transferatur, in inferiore autem plano tantum spatia horaria XII, a sexta matutina ad sextam uespertinam annotentur.

3. Erigatur tabula supra horizontem, ut angulus cum horizonte interceptus, aequalis sit *aequatoris* elevationi poli, linea autem horae XII, in linea meridiana ponatur, et punctum horae XII in septentrionem uertatur.

4. Gnomon perpendicularis, arbitrariae longitudinis, (uel saltem aequalis semidiametro DB) super utroque plano e centro erigatur, et habebitur rite compositum horologium aequinoctiale.

Demonstratio. Nam planum huius horologii est aequatori parallelum, et stylus super eodem perpendicularis dirigitur uersus polum,

et potest axis mundani uices gerere, (§. 6) ideoque umbra eius ad solem proiecta, eodem modo distinguet Circulum circumscriptum in partes aequales, quemadmodum sol motu suo aequabili diurnum circulum in partes similes partiur, (§. 6) quod dum fit, horae diei indicantur. (§. 7. chronol.) interim, quia sol altero semestri infra aequatorem uersatur, quo tempore tantum inferius planum colustrat, ea propter etiam super hoc, eadem diuisio semicirculi in XII horas aequales necessaria est.

CONSECTARIUM.

XII. Si super tabula aequinoctiali, in inferiore et superiore latere, horologium aequinoctiale mobile fiat, indice iuxta hor. XII instructum, eidemque circumscribatur circulus immobilis, in partes aequas $29\frac{1}{2}$, §. 16. Chronol. (initio ab hora XII. facta, et partitione secundum seriem horarum p. m. 1. 2. 3. sq. continuata) diuisus, et stylus perpendicularis e centro erigatur, ipsum uero planum eodem modo, uti aequinoctiale solare, supra horizontale planum collocetur, producitur horologium lunare. siquidem, nota aetate lunae ex ephemeridibus, promotoque dextrorsum orbe mobili, cui aequinoctiale inscriptum est, donec index numerum dierum a nouilunio elapsorum attingat, umbra ad solem a gnomone proiecta, designabit horas noctis. quia quantum luna motu proprio discessit sinistrorsum a sole, tantum etiam hora XII, cui index imminet, dextror-

sum a linea meridiana dimouetur, ut lumen lunae uices radiorum solarium possit explere, id quod euidentius, monstrato in praelectionibus tali horologio, declaratur. v. STVRM. l. c. c. 10.

PROBLEMA III.

F.3.) XIII. *Horologium polare componere.*

Resolutio. 1. Semidiametro aequinoctialis horologii BD, describatur semicirculus DEC, eiusdemque quadrans alteruter DE in aequales partes sex diuidatur;

2. Deinde super extremitatibus diametri DC ponantur duae perpendiculares inde finitae inter se parallelae, MN, OR; quae sunt duae tangentes semicirculi DEC.

3. Postea ex centro B ducantur per diuisiones quadrantis DE rectae lineae sex, usque ad tangentes, et interualla, quae in lineis DM et CR hoc modo designantur, transferantur in reliquas tangentium portiones DN, et CO.

4. Ex punctis intersectionum linearum MN, OR, sic inuentis, transversales rectae fiant, iisdemque adscribantur numeri horarii, uti figura docet.

5. Planum horologii erigatur secundum lineam elevationis poli, et linea horae XII in meridiana, stylus autem perpendicularis ex centro B, aequalis semidiametro BD, ponatur, ita obtinebitur horologium polare desideratum.

De

Demonstratio. Pater ex schemate, lineas MN, OR, esse tangentes horologii aequinoctialis, quarum intersectiones, continuatis illius horariis lineis, reperiuntur. quapropter, si tale planum polare AC, ad perpendi- (F. r. culum applicetur ad planum aequinoctiale BDQ, ut tangat circulum horologii aequinoctialis, et ut lineae horae XII concurrant, huius stylus BD, aequalis semidiametro polaris, accurate imminet centro horologii polaris. Sed dum sol collustrat horologium aequinoctiale, cui polare accommodatum est, umbra extremi puncti styli illius in horarias lineas huius continuata cadit, si ergo stylus semidiametro BD par, (§. 7.) in centro polaris B erigatur, is idem in horologio polari est praestiturus. quemadmodum rursus, adhibito schemate materiali, luculentius ostenditur.

CONSECTARIUM I.

XIV. Talis est compositio polaris meridionalis, sed septentrionale quoque requiritur, pro horis matutinis ante sextam, et uespertinis post sextam, indicandis, quia sol, dum per aestatem, supra aequatorem mouetur, (§. 49. sph.) mane et uespere planum septentrionale adspicit. Verum pro illo delineando non alia re opus est; quam ut horariae MO, IK, et NR, LP, in planum polare oppositum septentrionale, seruata eadem a centro distantia, transferantur, et stylus similis illi plano in centro applicetur.

CONSECTARIVM II.

XV. Si loco styli solitarii, duplex, si (F. 4.) milis cum BD altitudinis, in punctis D et C erigatur, et transversaria linea DD copuletur, haec umbra sua, in transversarias polaris projecta, horas signabit.

PROBLEMA IV.

XVI. *Horologium orientale componere.*

F. 5.) *Resolutio.* 1. In plano uerticali, in orientem conuerso, ducatur linea horizontalis H H; et super eadem alia H O uersus meridiem dirigatur, quae cum horizontali angulum H elevationi aequatoris aequalem intercipit.

2. Erigatur HS, perpendicularis ad H O, et aequalis diametro horologii aequinoctialis, uel polaris, fiatque SR, parallela lineae H O.

3. In has parallelas, ex polari transferantur septem spatia horaria ex M uersus Q, (F. 3.) cum octo lineis horariis transversis.

4. His adscribantur horae matutinae IV - XI. et super linea horae sextae erigatur stylus solitarius, uel duplex, qui eandem, cum gnomone polaris, longitudinem et positionem habet, et erit facta horologii orientalis regularis compositio.

Demonstratio. Applicata enim linea horologii orientalis O H, normali ad latus occidentale horol. aequinoctialis, ita ut concurrant lineae horae sextae, quia utriusque horologii stylus aequalem habet altitudinem, concurret

utrum-

utrumque illius extremum. quare cum latus OH sit tangens aequinoctialis, (§. 13) umbra extremi puncti styli perpendicularis (§. 7.) continuata ex X , attingit non modo lineam OH , sed etiam reflectitur in lineam mediam YZ , et horas in hac designat. Id quod denuo schemate materiali, solaribus radiis rite exposito, amplius declaratur.

PROBLEMA V.

XVII. Horologium occidentale componere.

Resolutio. In muro uerticali, qui oc- (F. 6. cidentem spectat, fiant ea omnia, quae, pro horologio orientali fabricando, necessaria esse dixi, et mediae lineae horae pomeridianae I-VIII adscribantur, ita satisfiet quaestioni. solutionis autem ratio ex praecedente demonstratione liquet.

PROBLEMA VI.

XVIII. Horologium horizontale componere.

Resolutio. 1. Ex triangulo fundamenti (F. 3. tali assumatur linea BC , eaque in continuatam horariam XII aequinoctialis horologii transferatur in HC .

2. Tum a punctis intersectionum lineae OR uersus H rectae ducantur, et duae utrimque maxime a media remotae, ex O, K, P, R , eductae, ultra H continuentur, praeterea per H ducatur tangenti OR parallela $VI. VI$, et adscribantur horae, uti figura docet. 3. Hoc

3. Hoc schema transferatur in planum horizontale, ut linea HC in meridianam incidat, et punctum C in septentrionem, H in meridi-
um uertatur.

4. Denique ex H oblique collocetur stylus, secundum eleuationem poli, (sive secundum angulum BCD , Δ fund.) et erit facta compositio horologii horizontalis,

Demonstratio. Si enim horologium horizontale cum aequinoctiali sic componatur, ut utrimque concurrant lineae horae VI , stylus utriusque horologii erit parallelus et aequalis. Quapropter, cum umbra puncti extremi, gnomonis aequinoctialis D , proiecta, feriat tangentem eius OR , necessum est, ut idem praestet punctum extremum styli horologii horizontalis, et incidat in lineas ex H uersus eandem tangentem eductas, quo facto, horae in plano horizontali monstrantur.

CONSECTARIUM.

XIX. Si loco styli obliqui DC , in ho- (F. 1, izontali normalis ID ; sed qui tantum, quantum IC requirit, a centro horologii distat, ponatur, idem in indicandis horis officium obicit umbra puncti extremi D .

PROBLEMA VII.

XX. *Horologium uerticale componere.*

Resolutio. 1. E triangulo fundamen- (F. 3, ali assumatur circino cathetus AB , et in diametrum aequinoctialis continuatam in DV transferatur.

2. De

2. Deinde a tangente MN ducantur uersus V rectae, et tangenti MN fiat per V parallela 6, 6, hisque lineis horae adscribantur.

3. Ex V oblique, super linea horae XII, erigatur stylus secundum elevationem aequatoris, (siue secundum angulum $BAD \triangle$ fundam.) eorumque hoc schema, in pariete, qui accurate respicit meridiem, describatur, et compositum erit *horologium uerticale meridionale*.

4. Sed, quia sol per aetatem, mane et uesper, planum septentrionale illuminat, ideo interualia horaria ante sextam matutinam, et post sextam uespertinam, quae obscuris in figura lineis signata sunt, in planum uerticale septentrionale transferantur, stylus autem per V protrusus recta continuetur; ita *horologium uerticale septentrionale* componitur.

Demonstratio. Nam si basis horologii uerticalls fiat tangens horologii aequinoctialis extremum D styli aequinoctialis BD , incidit in lineam styli uerticalls AC , (F. I.) ideoque nullum est dubium, umbram illius, similiter, uti in aequinoctiali, horas monstraturam esse.

CONSECTARIUM.

XXI. Si loco styli obliqui, perpendicularis GD , qui a centro uerticalls habet distan (F. I.) tiam aequalem lineae AG , super horaria XII ponatur, quia eius punctum ultimum incidit in punctum D , eius umbra similiter horas rite distinguet.

CAPUT II.

DE

INSTRUMENTO DECLINATORIO ET HOROLOGIIIS IRREGVLARIBVS.

DEFINITIO V.

XXII. *Instrumentum declinatorium* est, cuius ope declinatio planorum a mundi cardinibus, item reclinatio et inclinatio ad horizontem, mensuratur.

PROBLEMA VIII.

XXIII. *Instrumentum declinatorium componere.*

F. 7.) *Resolutio.* 1. Super asserere quadrilatero rectangulo A E, describatur semicirculus A G B, isque in singulos gradus diuidatur. (S. 21. geom.) numeri uero graduum quadrantis, facto initio a puncto G, uersus A et B adscribantur.

2. In centro semicirculi C firmetur regula, circa clauum mobilis, longitudinem semidiametri habens, et huic imponatur compassus, siue arcula, gestans acum magneticam H, cuius declinatio a cardine septentrionis nota est. (S. 46. sphaer.) sic autem centro aptanda est regula, ut rursus auferri, et in eius locum filum cui pendulum pondus annexum est, clauo centrali alligari queat.

PRO.

PROBLEMA IX.

XXIV. *Declinationem planorum a plagis cardinalibus, item inclinationem et reclinacionem ad horizontem ope instrumenti declinatorii inuenire.*

Resolutio. Casus 1. *Pro declinatione* (F. 7. *muri, in meridiem spectantis, huic applicetur instrumenti diameter AB, et regula cum compasso imponatur semidiametro CG. si acus magnetica super linea meridiana quiescat, murus AB accurate siue declinatione in meridionalem plagam conuertitur. Si uero imposita regula semidiametro CG acus non quiescat super linea meridiana, mouetur regula dextrorsum uersus B, uel sinistrorsum uersus A, donec acus super linea sua quiescat, priore casu, paries AB in occasum, posteriore casu in ortum declinat, et regula in quadrante gradum declinationis resecat et definit.*

Demonstratio. Posita regula in CF meridiana, linea XY occasum et ortum respicit, (§. 43. sphaer.) ergo AB declinat ab ortu Y in occasum X. contrarium uero contingit, regula intra quadrantem AG collocata.

Casus 2. *Pro inuenienda declinatione muri in ortum uel occasum spectantis.* applicato latere instrumenti AD ad planum orientale, si, regula super semidiametro CG posita, acus lineae meridinae immineat, planum AD directo respicit ortum, si uero regula dextrorsum uersus F mouenda sit, donec acus super linea CF quiescat, murus ab ortu in meridiem declinat;

nat; quando autem regula sinistrorsum mouenda est, planum ab ortu in septentr. declinat. similiter, applicato latere B E ad murum occidentalem eiusdem situs in cardinem occasus, uel declinatio ab eodem reperitur. (§. 43. sph.)

Casus 3. *Pro inuenienda inclinatione uel re-
clinatione plani ad horizontem.* loco regulae C
F applicatur in C filum cum pondere pendu-
lo, et eius discessus in linea C G, dum latus in-
strumenti D E plano incumbit, uersus A uel B
inclinationem uel reclinationem, et anguli in-
clinationis uel reclinationis mensuram prodet.

PROBLEMA X.

XXV. *Horologium uerticale in plano
meridionali quod a meridie in occasum de-
clinat, componere.*

Resolutio. 1. Delineetur obscuris ductis
(F. 8.) bus horologium horizontale regulare
HMN.

2. Ex puncto C super linea CN determi-
netur transportatorio angulus declinationis
e. g. 10 gr. et ducatur linea RS, tanquam basis
uel linea contingentiae horologii uerticis de-
clinans.

3. Continuentur a sinistris lineae horariae
8, 9 etc. usque ad lineam RS.

4. Ex C erigatur perpendiculum C G, ae-
quale lineae AB ex Δ fundamentali. et ad
puncta intersectionis lineae declinantis RS du-
cantur concurrentes in G horariae; iisdem-
que horae ante et pomeridianae adscribantur.

5. Ex

5. Ex Had lineam declinantem RS ducatur normalis obscura HK, et ex K alia sursum uersus G. haec linea GK uocatur substylaris.

6. Transferatur hoc schema in parietem, cuius declinatio 10 gr. reperta est, sed linea RS ducatur horizonti parallela.

7. Ex lineis HK et KG componatur Δ rectangulum HKG, et secundum angu (F. 9. lum G super lineam substylari stylus, per hypotenusae GH, erigatur et firmetur. ita hoc horologium declinans haud aliter ac regulare horas ostendet.

Demonstratio. Constat ex supra dictis (F. 3. §. 18. 20. et liquet etiam ex schemate III. quod horizontale et uerticale meridionale regulare, habeant eandem lineam contingentiae uel basin, OR uel MN, et quod, composito utroque horologio unus idemque stylus AC, ex Δ fund. utrique inseruiat. et solent fieri ex hoc fundamento compassus plicatiles, in quibus utrumque horologium coniungitur, et filum, quod centra copulat, loco styli adhibetur. Si ergo puncto extremo lineae horae XII. horol. horizontalis, imponatur horologium uerticale meridionale, sed declinans aliquot gradibus in occasum, palam est, quod, mutato situ lineae contingentiae, etiam in alia puncta eiusdem incidat umbra styli horizontalis secundum suas lineas continuandas, ideoque eo, ut dixi, modo, noua puncta horaria uerticis horologii determinantur. Enim uero, quantum linea CS re-

Pp

cedit

cedit a linea CN , tantum quoque punctum G deflectit a puncto V , manente interim situ horizontali lineae RS . quapropter, una cum plano declinante uerticali, a meridiana quoque recedit substylaris linea, et mutatur angulus eiusdem in puncto G . Cum tamen nihilominus planum RGS uerticale adhuc sit, patet, ad exemplum regularis, ope noui Δ fundamentalis HGK , styli positionem inueniri. id quod quilibet, si huius rei experimentum capere uelit, clarius in re praesenti intelliget.

CONSECTARIUM.

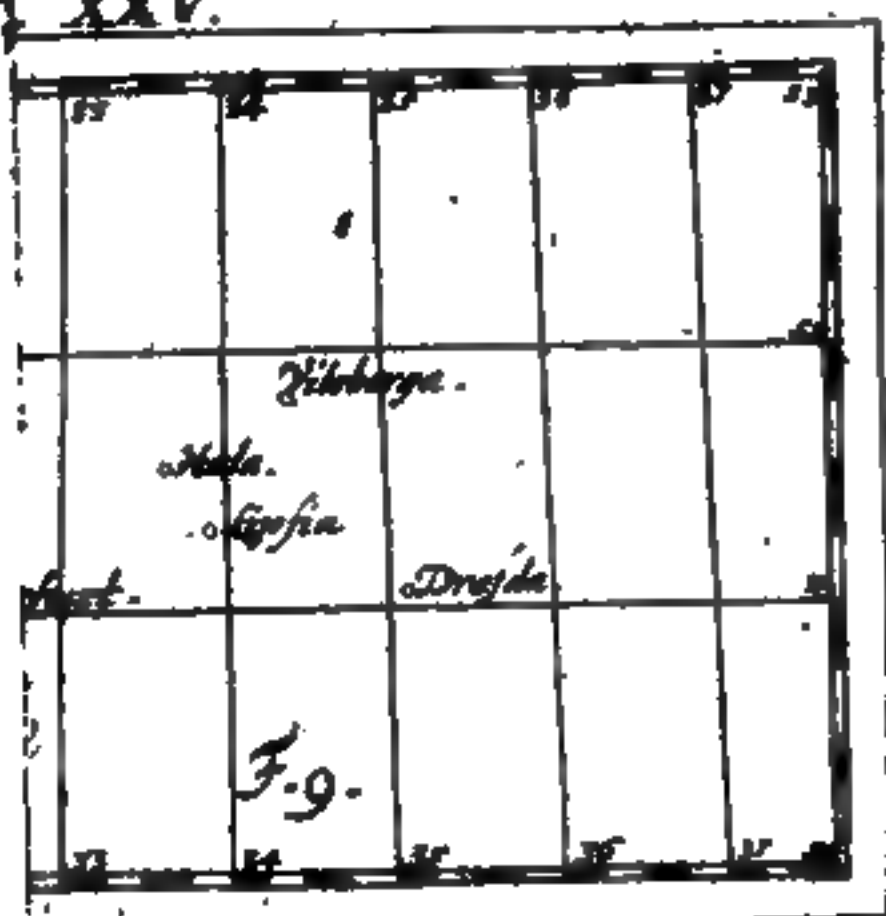
XXVI. Simili modo describuntur etiam horologia uerticalia in planis, quae a meridie in ortum declinant. Sed tum angulus declinationis supra lineam CN assumitur.

PROBLEMA XI.

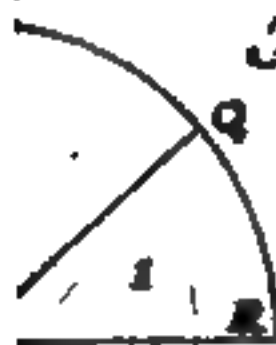
XXVII. *Horologia in planis uerticalibus inclinatis uel reclinatis ad horizontem describere.*

F. 10.) *Resolutio.* i. Si planum uerticale inclinans BI , cadat inter planum uerticale AB , et aequinoctiale BD , (id quod inuentus angulus inclinationis proder §. 24.) delineetur horologium horizontale regulare, eiusdemque horae XII imponatur loco AB , linea inclinans BI , et ad eius extremum, ex horariis punctis lineae contingentiae MN . rectae ducantur, stylus uero super horaria XII secundum angulum BIC erigatur.

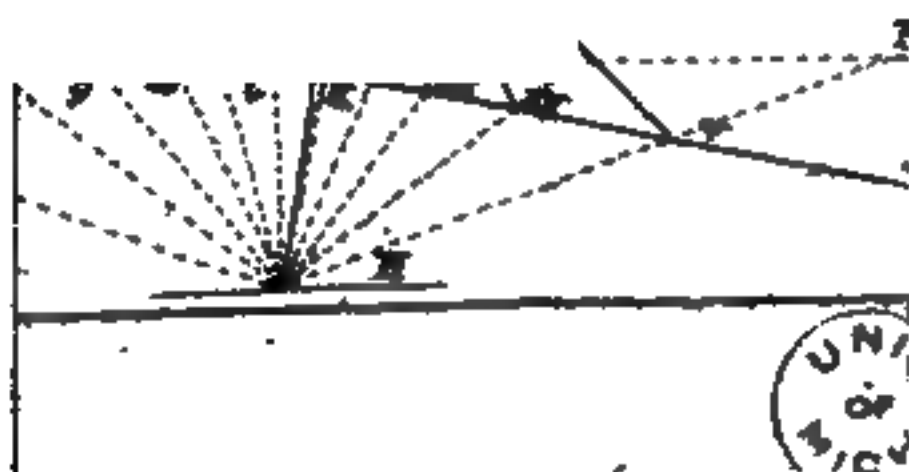
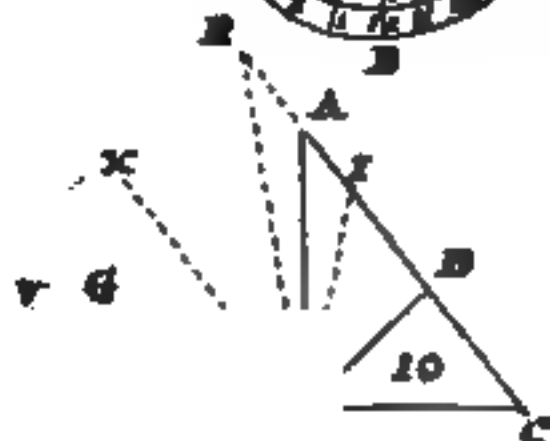
XXV.



Figur. Gnomon.



△C



UNIVERSITY OF CHICAGO

— 12 —

— 12 —

— 12 —

— 12 —

2. Si planum uerticale reclinans BR , cadat inter uerticale AB et polare BX , denuo fiat regulare horizontale, et loco lineae uerticalis AB , assumatur reclinata BR , ad eiusdemque extremum horariae ex linea contingentiae dirigantur, stylus uero secundum angulum BR A firmetur. Quod si hoc utroque casu expediat in plano meridionali non declinante, horologium crite rit paratum.

Demonstratio. Euidens est huius compositionis ratio ex nexu horologiorum regularium, uerticalis et horizontalis, cuius antea meminimus. (§.25) manet enim utroque casu stylus RIC axi mundano parallelus, et quia horariae lineae, in inclinato et reclinato plano ad eadem puncta lineae tangentis horizontalis deductae sunt, ideo umbra similiter in inclinante et reclinante horologio, atque in regulari horizontali, horas distinguet.

SCHOLION.

XXVIII. *Alios casus data opera explicant scriptores gnomonici, sed illos, quia exiguum utilitatem habent, libens nunc amitto.*

MECHANICA.

DEFINITIO I.

I. *Mechanica* est disciplina mixtae mathematicae, in qua modus, corpora ponderosa

sa, minore uirtute uel sustentandi uel mouendi, explicatur.

SCHOLION.

II Alii hoc titulo totam de motu grauium doctrinam designant, de qua praeter ceteros accurate agunt **NEWTON** princip. L. I. et **HERMANNVS** in phoronomia siue Libris II, de uiribus et moribus corporum solidorum et fluidorum. utile etiam fuerit cum his coniungere, quae **WOLFIVS** in elem. mechan. **GRAVESANDE** in instit. philos. Newton. et elem. phys. mathem. L. I. item **MVSSCHENBROEKIVS** in elem. phys. c. 5. sq. perspicue et succincte de eodem argumento tradiderunt. ipsam uero mechanicam illustrant **CASATI**, **PARDIESII** et **VARIGNONII** opera. ad praxin et usum huius doctrinae uiam monstrant, **BESSONVS**, **RAMELLVS**, **BOEKLERVS**, **FVRTENBACHIVS** et **LEVPOLDVS**, quorum theatra machinarum prostant.

DEFINITIO II.

III. *Linea horizontalis* est, cuius puncta singula aequae distant a centro terrae.

CONSECTARIUM.

IV. Reuera ergo linea horizontalis est portio circuli magni sphaerae terrae, (§. 5. geogr.) interim, quia recta exigua *AB*, quae globum terrae in *H* tangit, parum ab arcu ingentis illius sphaerae *DE*, secantibus *CA*, *CB* definito, differt, ideo linea recta *AB*, quae est ad terrae semidiametrum perpendicularis, pro horizontali merito habetur.

EXPERIMENTVM.

V. *Docet autem experientia, quod omnia ponderosa corpora, nulla ui cohibita, uersus*

Jus terram ruant. et sigillatim ea, quae libere pendent, quando hinc inde agitantur, non ante quiescunt, quam donec haereant in linea ad horizontem perpendiculari, secundum quam uersus terrae centrum diriguntur.

DEFINITIO III.

VI. Vis illa, qua corpora uersus centrum terrae trahuntur, *grauitas* dicitur, et centrum terrae, quo omnia graua tendunt, *centrum grauium* uocatur.

CONSECTARIUM I.

VII. Cum causa grauitatis sit massa materiae, qua corpus constat, sequitur, tanto maiorem esse uim grauitatis, quanto maior est massa corporis, et non mutata materiae quantitate, etiam grauitas manet eadem.

CONSECTARIUM II.

VIII. Corporum autem grauitates sunt in ratione directa massarum. et in corporibus homogeneis grauitates sunt magnitudinibus proportionales.

DEFINITIO IV.

IX. *Graua* dicuntur in *aequilibrio* esse, quando duo corpora simul mobilia sic iunguntur, ut alterum alterius grauitatem uincere nequeat, ueluti si ex librae iugo, in aequas partes diuiso, utrimque in extremis dequalia pendeant pondera, neutrum potest

prævalere, quia utrumque æquali gravitatis suæ niſu deorſum tendit.

DEFINITIO V.

X. *Centrum gravitatis* est punctum in corpore, circa quod utrimque litæ uel ſuſpenſæ partes eiſdem in æquilíbrio ſunt.

DEFINITIO VI.

XI. *Linea directionis* eſt recta ducta in eam partem, in quam tendit corpus mobile.

CONSECTARIUM I.

XII. Fulcrum, cui corporis centrum gravitatis imminet, totum illius pondus ſuſtinet, ideoque in centro gravitatis, tanquam in puncto geometrico, totum corporis pondus collectum ſpectare licet. ea quando centrum gravitatis non ſuſtinetur, corpus quieſcere non poteſt, ſed gravitate ſua movetur.

CONSECTARIUM II.

XIII. Si corpus ſola gravitate trudatur, linea directionis tendit verſus centrum terræ, et fit portio ſemidiameteri terreſtris continuatæ. ipſum uero gravitatis centrum ſemper eſt in linea illa directionis (§. 5.)

CONSECTARIUM III.

XIV. Quando igitur linea directionis alicuius corporis cadit intra baſin, cui idem inniſitur, corpus ſtat firmum immotumque, quia totius molis pondus in baſin dirigitur. ſed ſi
linea

linea directionis extra basin cadat, corpus necessario deorsum ruere debet,

CONSECTARIVM IV.

XV. Firmitus quoque erectum corpus consistit, si axis per mediam eius molem, adeoque per centrum gravitatis ductus, sit ad basin perpendicularis, item si basis fuerit paulo latior.

CONSECTARIVM V.

XVI. Attamen exigua corporis declinatio a perpendiculari non impedit firmitatem, quia adhuc linea directionis intra basin cadit, in qua totius corporis moles recumbit, quemadmodum ob hanc causam per plura secula steterunt turre obliquae ad horizontem, Pisana et Bononiensis, quae de industria sic aedificatae dicuntur. vid. CASATI mechan. I. 9. MOTU II epit. T. A. P. IV. p. 157. LABAT voyage d'Italie T. 2. p. 109. Ceterum, quomodo horum axiomatum, simul et veritatum, quae postea de uecte in medium proferentur, adminiculo, plura phaenomena, circa motum animalium obuia, declaranda sint, docet ex instituto I. ALPH. BORELLVS de motu animal. P. I. c. 18. sq.

DEFINITIO VII.

XVII. *Potentiae mechanicae* vocantur instrumenta eiusmodi, quibus corpora ponderosa minore uirtute uel sustentantur uel mouentur.

SCHOLION.

XVIII. *Circa numerum potenciarum non convenit*
 P p 4 *inter*

inter mechanicae magistros. alii quatuor primarias laudant, uectem, axem cum peritrochio, trochleam et planum inclinatum, quibus nonnulli rotas dentatas et cochleam addunt. Dissident etiam circa modum uires machinarum, explicandi. **ARISTOTELES** quæst. mech. c. 1 æquilibrium et uectem pro potentialium principio habet. add. Monantholii commentar. p. 110. eodem pertinent demonstrationes **ARCHIMEDIS**, de planis acquiponderantibus, quorum uestigia posteri plerique legunt recentiore ætate egregius geometra **VARIGNONIVS**, in tentamine mechanica nouae, et opere mechanices posthumo, incrementa uirium per potentias, ope theoriae motus compositi, declarat. In tractatione praesenti, ut captui tironum demonstrationes accommodentur, ab æquilibrium et uecte machinarum causas deducere conabor, quae quidem methodus omnium maxime plana est.

DEFINITIO VIII.

XIX. Vectis dicitur quilibet baculus, qui **F. 2.)** ad pondus aliquod facilius uel sustentandum uel mouendum adhibetur. in eodem notanda sunt tria puncta, nimirum 1) *hypomochlium* siue punctum fulcri **H**, cui uectis innititur, 2) punctum ponderis **P**, quod pondere oneratur, et 3) punctum uirium **V**, ubi uis graue corpus sustentans uel mouens adhibetur.

CONSECTARIUM.

XX. Et in quacunque linea, quae situm mobilis corpora copulat, tria illa puncta deprehenduntur, ibi uectem conceipere licet.

POSTVLATVM.

XXI. In propositionibus, quae sequuntur,

zur, uectem, et quamlibet machinam, liceat absque pondere et affricu, et absque ullo obstaculo, quod a renisu mediae cuiusdam materiae oriri possit, considerare.

DEFINITIO IX.

XXII. *Vectis* duobus potissimum modis potest uariari. aut enim fulcrum, (F. 2, H est inter pondus P et uim V, qui uectis uocatur *primi generis* et *beterodromus*, quia pondus et uis mouentur in partes contrarias, aut pondus est inter fulcrum et uim, isque uectis est *secundi generis* et *homodromus*, ubi pondus et uis simul mouentur in eadem plagas.

SCHOLION.

XXIII. *Quando autem uis inter pondus et fulcrum applicatur, tertii quidem generis uectis oriri uidetur, sed quia, uti mox constabit, ita uis non iuuatur, uerum impeditur, ideo ipsis linea uectis uamen proprie ferre nequit. (S. 19) habet tamen usum in contemplatione motus ossium artuum, quia musculis efficitur.*

THEOREMA I.

XXIV. *Pondera P et V e librili (F. 5, brachiorum inaequalium HCB sic suspensa, ut habeant reciprocam rationem brachiorum, manent in aequilibrio.*

Demonstratio. Sit librile AB diuisum in brachia inaequalia CH, CB, quorum subtripla 1 : 3 est ratio, et suspendantur ex his pondera P et V, quae habent similem rationem

reciprocam; nempe maius a brachio minore, minus a maiore suspendatur, dico ea in aequilibrio fore. Nam, neglecta gravitate brachiorum, (§. 21) si utrumque pondus P et V , in F. 6.) baculum aequalis crassitie EG extendatur, manente eadem materiae quantitate, pondus non mutatur, (§. 7) ipsa uero pondera in materia homogenea habent rationem magnitudinum, (§. 8) quapropter portio EF pondus maius, altera FG pondus minus repraesentat; quorum est ratio subtripla, qualis reciproce etiam est brachiorum $HC : CB$, ducta autem per centrum librile C linea directionis CD , illa transit per mediam materiam, et $ED = DG$, quare duo illa pondera inaequalia P et V sunt in aequilibrio. (§. 10)

Hoc theorema, quod in tota mechanica precipuum est, in lectionibus experimento amplius declarari et confirmari debet.

CONSECTARIUM I.

XXV. Si loco ponderis maioris P , quodlibet onus, uel alicuius corporis resistentia habeatur, et pro pondere minore assumatur pressio tractusue hominis uel animalis, elaterium, aut similis quaecumque uirtus, facile intelligitur, uectem PHV referre librile, quod brachii in F. 2.) aequalibus gaudet, atque adeo inter pondus P et uim V , reciproca est ratio distantiarum ab hypomochlio. $VH : PH$. siue $PH : VH = V : P$. h. e. in uecte primi generis, uis ad pondus sustentandum habet se, ut distantia

pon-

ponderis ab hypomochlio, ad distantiam vis sustinentis ab eodem: et vicissim, pondus ad vim sustententem habet se, ut distantia virium ab hypomochlio, ad distantiam ponderis ab eodem. Datis ergo tribus proportionalibus quarum reperitur ope regulæ proportionum. notandum hic obiter est, in sequentibus positionibus litteras V et P sæpe ad vim et pondus denotandum adhiberi.

CONSECTARIVM II.

XXVI. Si paulo plus valeat vis, quam ratio modo commemorata exigit, vis non solum sustentare pondus P, sed etiam vincere et movere potest.

CONSECTARIVM III.

XXVII. Sed quia rectae distantiae virium et ponderum ab hypomochlio assumuntur, si obliquae CL et CEB datae essent, his æquivalent rectae CD et CB. nempe linea directionis ponderis et virium debet ad vectem adhibitum normalis esse.

CONSECTARIVM IV.

XXVIII. Ceterum neminem later, librile brachiorum inaequalium esse *stateram*, ubi parvo pondere aliquot librarum, e. g. 50 lb. ingentia onera totidem centenariorum, veluti currus foeno onusti, librantur. solet tamen illius compositio empirice fieri, quia crassities brachii maioris paulatim a trutina versus alterum extremum imminuitur.

CON-

CONSECTARIUM V.

XXIX. In libra uero, ubi pondera oneribus sunt aequalia, ad perfectionem instrumenti absoluta aequalitas brachiorum eiusdem spissitudinis, siue aequalis oneris et ponderis, distantia a centro librilis, requiritur, si igitur iugi brachia sint inaequalia, potest quidem aequilibrium obtineri, lancibus diuersae grauitatis appensis, ita ut lanx grauior breuiori, leuior longiori scapo applicetur, sed libra talis uertitur in stateram, et dolosa redditur, et utroque fraudatur, cui merces e brachio breuiore appenditur. Fraus tamen facile bilancium permutatione manifestatur. add. STVRMIi mech. math. iuu. c. 2.

CONSECTARIUM VI.

XXX. Solus quoque uectis crassior et ponderosior, pondus haud leue brachio minore suspensum uel illi impositum sustentare potest, quia materia uectis tanto plus grauitat, quanto est a puncto quietis remotior. CASAT. p. 245.

CONSECTARIUM VII.

XXXI. Virtus uectis innumetis et ubique obuijs exemplis spectatur. Hac enim usus plurimum instrumentorum, ueluti forficum, forcipum, cultrorum incisiorum, manubriorum, quae terebris et clauibus adiunguntur, et quae alia sunt huius generis, longe expeditior et commodior redditur. inde etiam effectus uarii in motibus animalium pendent. BORELL. l. c. PARDIES static. §. 35. sq.

CON-

CONSECTARIVM VIII.

XXXII. Si librile brachiorum inaequa (F. 8. lium $P CV$, in quo pondera, extremitis eiusdem applicata, sunt in aequilibrio, circa punctum quietis C moueatur, pondus minus V , quod uim refert, magnum arcum Vu , pondus maius P , breuem arcum Pp peragrat, adeoque uis celerius, pondus tardius mouetur, arcus uero Vu , Pp similium angulorum (uerticallium ad C §. 48. geom.) habent rationem semidiametrorum CV , CP , (§. 130. geom.) ergo pondera, quae, suspensa ex inaequalibus ingi brachiis, manent in aequilibrio, seruant rationem reciprocam spatiorum Vu , Pp , per quae mouentur. et quia perpendiculara Mu et Lp eandem habent rationem, quam lineae Cu , Cp , uel CV , CP , (§. 92. geom.) sequitur, quod pondera aequilibria, inaequalis ingi brachiis annexa, seruent quoque rationem reciprocam perpendicularorum, per quae mouentur.

CONSECTARIVM IX.

XXXIII. Cumque arcus Vu et Pp sint mensurae celeritatis motus uirium et ponderis, ualeat etiam haec regula, quod, quotiescunque pondus P tardius, uis, cum illo simul mobilis, V celerius mouetur, imperus oneris languescat, et ex aduerso potentia sustentans uel mouens iuuetur uel augeatur.

CONSECTARIVM X.

XXXIV. Quae hucusque de incremento uirium per uectem heterodromum tradita (F. 9. sunt;

sunt, accommodari quoque possunt ad *uectem bomodromum*, siquidem, si ponamus, uim V sustinere in aequilibrio pondus P , quando utriusque motus deorsum conceditur, spatium, in quo mouetur uis, est Vu , alterum in quo mouetur pondus, est Pp , ratio horum spatiorum Vu , Pp , similis est illius, quam habent lineae HV , HP , (S. 130. geom.) ergo $HP : HV = V : P$, siue uti se habet distantia ponderis ab *typomochlio*, ad distantiam uirium mouentium ab eodem, ita reciproce sese habet uis ad pondus.

CONSECTARIVM. XI.

XXV. Haec regula si transferatur ad uectem improprie dictum tertii generis HVP , erit $PM : VN = HP : HV = V : P$, ideoque hic uis amplior, quam ualet pondus, ad idem sustentandum, uel mouendum, necessarius est.

DEFINITIO X.

XXXVI. *Axis cum peritrochio* (F. II. uocatur rota FG , cum axe suo uolubilis, ubi uis in peripheria rotae F applicatur; pondus secundum peripheriam axis DE , circa quam funiculus uoluitur, mouetur.

THEOREMA II.

XXXVII. *In axe cum peritrochio, uis ad pondus sustentandum habet eandem rationem, quam semidiameter axis ad semidiametrum rotae.*

Demonstratio. Positis enim pondere in D

et

et vi in F, centrum axis C est punctum quietis, et D et F sunt puncta ponderis et uirtutis, refert ergo linea DCF uectem primi generis, ubi $DC:FC = V:P$, (§. 25) siue uti se habet semidiameter axis, ad semidiametrum rotæ, ita se quoque habet vis ad pondus.

CONSECTARIVM I.

XXXVIII. Siue uti sese habet peripheria axis ad peripheriam rotæ, ita vis rotæ applicata, ad pondus ab axe pendens retinendum. (§. 32) si uero vi sustentante paulo maior uirtus in F sese exerat, motus tum uirium tum ponderis P sequitur, idemque circumuoluto circa axem funiculo adducitur et eleuatur.

CONSECTARIVM II.

XXXIX. Quando linea directionis uirtutis ad semidiametrum rotæ CF non ad perpendiculum, sed oblique, ueluti in M, adhibetur, tum ratio vis ad pondus minuitur, habet enim sese ut $DC:CN$. (§. 27)

CONSECTARIVM III.

XL. Quomodo autem ad axem cum peritrochio mouendum, uires hominum et animalium, lapsus et impetus aquarum fluentium, item uentorum, nec non elaterium, et pondera alia maiora applicentur, exempla uaria in molerrinis, metallifodinis, horologiis automatis, et alibi obuia luculenter docent. conf. LEV-POLDI th. machinar. generale, c. 17. 18.

CON.

CONSECTARIVM IV.

F. 12.) XLI. Similiter vis augmenta capit, si rotarum dentatarum unius uel plurium adminiculo iuuetur. nam si sic pareatur rotæ et tympana, ut interuallis dentium rotæ respondeant dentes uerticilli uel tympani 1. 2, ratio numeri dentium rotæ et uerticilli manifestat simul proportionem peripheriarum uel magnitudinis. quare dum vis adhibetur in F, habet illa ad pondus P rationem semidiametri axis ad semidiametrum rotæ. 3, sit illa. sit sextupla, sexta pars uirium sufficit ad retinendum pondus P. Verum dum uirtus admouetur secundæ rotæ in E, ut circumagat rotam F ope uerticilli 2, quia peripheria uerticilli 2 et rotæ E est subquintupla, iam opus est quinta parte uirium, quæ in F erant necessariae, addita rota tertia D, eiusdem proportionis ad uerticillum 1, erit denuo quinta pars uirium adhibenda, quæ necessaria erat in rota secunda E, ergo multiplicatis fractionibus $\frac{1}{8} \frac{1}{5} \frac{1}{5}$, prodit $\frac{1}{125}$, portio nempe uirium, quæ ponderi P sustentando par esse possit. Vnde elucet, *rationem potentiae, quæ rotis dentatis utitur, esse compositam, ex rationibus uerticillorum et rotarum.* Quare harum rationum multipulum dat quantitatem uirium, quæ ad pondus sustinendum requiruntur.

CONSECTARIVM V.

XLII. Vicissim si detur vis et pondus, potest inueniri tam numerus rotarum, quam ratio uerti-

verticillorum et rotarum, quae sustentandi dati ponderis causa componi debent. Diuiditur nempe quantitas ponderis per quantitatem uis, et quotus dispergitur in factores aliquot, horum numerus multitudinem rotarum significat, ipsi uero factores exhibent proportionem verticillorum et rotarum. e. g. sit P 3000 libr. uis D 20. priore numero per posteriorem diuiso, quotus dabit 150. assumantur tres eius factores 6. 5. 5. appareat, tres rotas sufficere, quarum axes uel verticilla ad rotas ipsas habeant rationem $\frac{1}{6} \frac{1}{5} \frac{1}{5}$.

CONSECTARIVM VI.

XLIII. Denique, si non integra rota axi alieni mobili circumponatur, sed solum uectis unus uel plures eidem inferantur; horumque extremis uis admoueat, quemadmodum in *ergata*, *succula*, aliisque huiusmodi (F. 13. 14. organis fieri solet, proportio uirtutis ad pondus, comparata semidiametro axis cum longitudine uectis, facile reperitur.

DEFINITIO XI.

XLIV. *Trochlea* est orbiculus circa axem mobilis, in cuius peripheria funis ductarius, pondus secum adducens, uersatur.

THEOREMA III.

XLV. *Trochlea superior AB immobilis nihil confert ad uirium augmentum.* (F. 15.

Qq

De-

Demonstratio. Huic enim si circumuoluatur funiculus $PABM$, a quo pondus P pendet, punctum quietis est in centro trochleae C , in A urget pondus, in B uis applicatur, et tum pondus tum uis a puncto quietis aequa remota est, ergo diameter BA imitatur iugum librae, et tantum debet uelere uis in M , quantum trahit pondus in A , adeoque uis ope trochleae immobilis nullum incrementum lucratur.

THEOREMA IV.

F. 16.) XLVI. *Trochlea autem unica inferior mobilis efficit, ut dimidia uirtute pondus G sustentetur.*

Demonstratio. Nam, alligato ad clauum C funiculo, eodemque trochleae mobilis inferiori peripheriae circumposito, ita ut funis ductarii portiones CH , MV sint parallelae, patet pondus urgere centrum trochleae in P , ductaque diametro VPH , haec uectem secundi generis refert, quia in puncto H uectis quiescit et in V uis adhibetur, (§. 20) adeoque pondus est inter hypomochlium et uim, et $P H : V H = V : P$. cumque $P H = \frac{1}{2} V H$, uis dimidia in M duplum pondus potest sustinere.

CONSECTARIVM.

XLVII. Si duae uel plures trochleae iungantur, (qualis machina, *dispastum*, *trispastum*, uel *polyspastum*, a numero trochlearum inferiorum, denominari solet.) uis multiplicatur

atur in ratione dupla trochlearum inferiorum mobilium, uel etiam pro ratione numeri funium, in quos pondus distribuitur. si duae adsint trochleae inferiores mobiles, pars quarta, si tres, pars sexta uirtutis oneri retinendo sufficit.

SCHOLION.

XLVIII. Quando funiculi AD , BE non sunt paralleli, minuitur nonnihil proportio uirtutis et ponderis, ostendisque *VARIGNON* tentam. nou. mech. p. 25. uires cum augeri secundum rationem sinus anguli CFE , ad sinum anguli dupli DFE , quae paulo minor est subdupla. idem inde occasionem nactus est, totam mechanicam, in opere maiore, ope principii motus compositi, illustrandi. Conf. *CARTES*. epist. 24. P. 2. p. 93. usum trochlearum elegantibus exemplis, illustrat *LEV-POLD*. T. M. spec. c. 8. sq. add. *SCHÖTT*. mag. nat. P. III. p. 279. ubi Fontanae artificia, quibus obeliscum Vaticanum a. 1586. crexit, describuntur.

DEFINITIO XII.

XLIX. Planum inclinatum dicitur, quod cum linea horizontali concurrente angulum obliquum intercipit.

THEOREMA V.

L. Si pondus G super plano inclinato secundum lineam FG , lateri AC parallelam, adducatur, uis sustentans E ad pondus G , habet rationem $AB: AC$, altitudinis plani inclinati, ad latus obliquum eiusdem, in quo pondus quiescit.

Demonstratio. Dueta enim linea CF 19. directionis GLD perpendiculari ad horizontem BC , secundum illam truderetur a grauitate.

te sua corpus G. si planum inclinatum abesset. (§. 5. 13.) uerum quia innititur plano inclinato in puncto contactus H, erit H punctum adhibitae uis, et in I, in breuissima a puncto quietis distantia, in linea directionis G L D, potest collecta grauitas ponderis, quae tota eo inclinatur, spectari (§. 12) quomobrem occurrunt hic nobis tria puncta, quae ad uectem primi generis componendum sunt necessaria, (§. 20) et linea GHI tanquam uectis heterodromus consideranda est, ubi $HI: HG = \text{Vis}: \text{Pondus}$. (§. 25.) sed $\triangle GHI \sim \triangle HIK$, (§. 121. geom.) et $HIK \sim KDC \sim ABC$ (§. 92. geom.) ergo $HI: HG = KD: KC = AB: AC = V: P$.

CONSECTARIUM.

LI. Si uero pondus E trahatur secundum lineam AE horisonti parallelam, quod contingit, quando planum inclinatum sub pondere secundum horizontalem BC protruditur, uis assumenda est in linea directionis suae G, pondus est in I, et punctum quietis rursus concurrit cum puncto contactus H. ideoque ob similitudinem triangulorum rectangulorum, quae sic efformantur, et quia $GE = HI$, et $GH = EI$, recte se habet proportio $GE: GH = AB: BC = V: P$. nempe tum uis ad pondus habet rationem altitudinis plani inclinati ad basin eiusdem.

DEFINITIO XIII.

LII. *Cocblea* est planum inclinatum axi cylin-

cylindrica circumuolutum. siue est cylindrus ad formam helices sulcatus. et haec uocatur *cochlea interior*, cui responderet *exterior* siue cylindrus cauus, in qua foueae spirales prominenti plano inclinato clauus cochleati respondentes exactae sunt.

CONSECTARIVM I.

LIII. Iuuatur ergo uis cochleis applicita, secundum plani inclinati leges. nempe uti sese habet altitudo cochleae, siue distantia inter duas prominentias, ad peripheriam integrae helices, ita quoque uis sese habet ad resistentiam superandam uel pondus extollendum.

CONSECTARIVM II.

LIV. Quanto ergo tenuiores cochleae aliquis prominentiae, et ampliores earum peripheriae sunt, tanto quidem facilius illa contorquetur, sed tamen ut eminentiae sustinere possint pressionem uiolentam rei comprimendae uel eleuandae, ideo eas crassiores facere oportet.

CONSECTARIVM III.

LV. Amplius uis augeri, si longior uectis DEF clauo cochleato intrudatur, ex supra dictis palam est. (§. 43.)

CONSECTARIVM IV.

LVI. Perquam insignem quoque uiri (F. 22. bus accessionem largitur *cochlea infinita FG*, cuius helices tantum duae integrae, et duae dimidiae, supra clauus cylindrici superficiem

prominentes, dentibus rotæ E oblique positis, uel inclinatis, sic accommodatae sunt, ut ope manubrii recurui HM, cochlea dextrorsum et sinistrorsum torqueri, et una rotam dentatam circumagere possit. Si enim ab axe rotæ D penderet pondus ingens attollendum, primò uis applicata in E augetur, pro ratione periphæriæ axis ad peripheriam rotæ, (§. 38) deinde crescit pro ratione distantiae helicum ad earum peripheriam (§. 53.) tandem accedit aliud augmentum manubrio curuato, secundum proportionem semidiametri axis H ad longitudinem manubrii HM, quo fit, ut beneficio machinæ huius compositæ, exigua uirtute, stupendæ moles promoueri attollue queant. fit $D : E = 1 : 10$. distantia helicum ad circulum cochleæ seruet rationem 1 : 6 denique $H : HM = 1 : 5$. ita pondus P sustentabitur parte sui trecentesima. homo ergo, qui absque incommòdo gestat centenarium, tali machina trecentos seruat in æquilibrio. (§. 42.) FVRTENBACH specul. artis. f. 146. LEVPOLD T. M. special. §. 244.

DEFINITIO XIV.

F. 23. 24.) LVII. Cuneus est prisma triangulare, ABD, cuius bases sunt triangula æquicrura. siue est planum inclinatum duplex in aciem D concurrens.

CONSECTARIUM I.

LVIII. Cum usus cunei sit is, ut acies eiusdem applicetur ligno uel alii corpori findendo, et ipse cuneus iuncturae mallei intrudatur et urgea-

gea.

geatur, uis agens ictus mallei, resistentia uero materiae separandae refert obstaculum uincendum quando iam totus cuneus intrusus est, quisque uidet, potentiam percurrisse altitudinem cunei CD, materiam uero fissam uel separatam discessisse secundum longitudinem basis cunei AB, ad ductum planorum inclinatorum AD, BD. quamobrem potentia ad resistentiam corporis separandi, si huic superandae par sit, habet rationem quam basis cunei AB ad illius altitudinem. (§. 51)

CONSECTARIVM II.

LIX. Vnde liquet, quod etiam experientia compertum habemus, tanto facilius intrudi cuneum, quanto basis eius est contractior, quamuis, ut separatio fiat materiae findendae, oportet basin illam maiorem assumere, ne, dum materia cuneo intruso cedit, integritas corporis adhuc perduret.

CONSECTARIVM III.

LX. Hinc petenda est explicatio usus effectusque uariorum instrumentorum cuneiformium, cultrorum, furcarum, dolabrarum, securium, terebrarum, et similium.

CONSECTARIVM IV.

LXI. Verum circa applicationem cunei aliae praeterea causae, quae motum illius uel promouent, uel impediunt, considerandae sunt. Iuuatur cuneus ictibus mallei percutientis, qui tanto sunt fortiores, quanto celerius a malleo

gravidre infliguntur. accedit tremor materiae, qui poros aperit, et clavo intrudendo viam facit, et quo (ceteris paribus) aptior est materia ad tremorem illum suscipiendum conservandumque, siue quo elaterem maiorem habet, eo citius et facilius illa a cuneo dirumpitur. Vicissim remorantur euncum, affricus, materia ductilis, quae cuneo prementi facile cedit, sed elatere exiguo praedita est; implicatio fibrarum materiae et alia. DECHALES mechan. L. 7. frustra quoque adeo nonnulli uirtutem eunei percussu cum pondere comparare nituntur. SCHOTT mag. nat. P. III. p. 315.

CONSECTARIUM V.

LXII. Ceterum in tota praxi mechanica, ubi materia uariis imperfectionibus, et inprimis multiplici affricu laborans, ad componendas potentias adhibetur, diligenter curandum est, ut horum obstaculorum ratio et aestimatio experimentis quodammodo deprehendatur. conf. comment. acad. reg. scient. a. 1699. p. 257.

HYDROSTATICA.

DEFINITIO I.

I. *Hydrostatica* est scientia de fluidis et aliis corporibus, quae fluido inmatant, uel in illud demersa sunt, ponderandis.

SCHO-

2

3

4

SCHOLION.

II. Principia huius doctrinae primis indagavit **ARCHIMEDES**, cuius extant libri de insidentibus humida. Postea incultum fere hoc caput iacuit, usque ad aetatem **GALILEI**, cui experimentum, de aqua in aniliis suctoriis ultra **XIIX** cubitos non assurgente, ab aquilege communicatum fuerat. sed non uiderur eius rationem affecutus u. Galil. mechan. p. 16 Recen-
tiore aetate elemeza hydrostatica composuit **SIMON STEVINVS**, phaenomena hydraulica et pneumatica illustravit **MAR. MERSENNVS** edidit quoque **ROBERTVS BOYLE** paradoxa hydrostatica, et medicinam hydrostaticam, libellos selectis experimentis refertos. laudem autem imprimis merentur, **MARIOT. TII**, **GVILIELMINI**, **NEWTONI**, **VARI. GNONII**, **HERMANNI** et aliorum opera, in quibus hydrostaticam et hydraulicam uarie locupletarunt.

DEFINITIO II.

III. *Fluidum* est corpus, cuius particulae non cohaerent, sed ob mobilitatem diffluent, nisi alicuius uasis parietibus contineantur. *Solidum* autem est, cuius partes inter se cohaerent, ut sponte sua non diffuant, siue cuius singulae partes moueri nequeunt, quin tota massa eundem motum participet.

CONSECTARIVM I.

IV. Demto ergo obstaculo, fluidum diffluit et ad centrum grauium, quousque licet, recta uel oblique appropinquat: quod dum fit, fluidum obuia corpora non solum deorsum, sed etiam ad latus trudit.

CONSECTARIVM II.

V. Partes autem fluidi stagnantes et quiescentes, quae superficiem eiusdem componunt

debent a centro grauium aequè abesse, alias plus remotae ad idem accederent. ex quo colligitur, superficiem fluidi stagnantis et tranquillae esse portionem superficiei sphaericae terrae. (§. 5. mech. et 5. geogr.)

DEFINITIO III.

VI. *Massa* corporis est quantitas materiae, quam capit, siue complexus et aggregatum omnium particularum, quibus corpus constat.

DEFINITIO IV.

VII. *Volumen* dicitur spatium quod materia alicuius corporis occupat.

DEFINITIO V.

VIII. *Densitas* est ratio, quam materiae quantitas in quolibet corpore habet ad corporis uolumen.

CONSECTARIUM.

IX. Resultat eadem ex collatione massae cum uolumine corporis, in massa consideratur materia sola, poris interpositis non distincta, sed hi mixti materiae constituunt uolumen. ueluti spuma magnum occupat uolumen, dum intermedii aeris bullae fluido immiscentur, ruptis dein bullulis, in paruum molem fluidi materia collabatur et fit densior. Cumque corpora omnia poros habeant, patet densitatem maiorem uel minorem sitam esse in maiore uel minore pororum amplitudine uel multitudine.

DE

DEFINITIO VI.

X. Contra uero ea *raritas* corporum est qualitas reciproca densitati, consistens in ratione uoluminis ad massam. Nempè corpus, quod magnum uolumen et exiguam materiae quantitatem habet, *rarum* dicitur v. HERMANNVS phoron. §. 14. sq.

DEFINITIO VII.

XI. *Corpus altero specie grauius* nominatur, quod sub eodem uolumine plus ponderis habet quam alterum: *specie leuius*, quod sub eodem uolumine minus pondus habet, quam alterum: *materia aequiponderans corpus* est, quod alteri parem tum magnitudinem tum grauitatem habet.

CONSECTARIVM I.

XII. Cum materia sit causa grauitatis corporis, (§. 7. mech.) corpus specificè grauius est etiam densius altero, et uicissim, specie leuius est altero rarius.

CONSECTARIVM II.

XIII. Porro comparatio solidi et fluidi docet, quod solidum immissum fluido toto suo pondere fluidum premat, idemque loco extrudere nitatur.

CONSECTARIVM III.

XIV. Quando ergo solidum specie grauius est fluido, praeualet illius pressio, idque, expulso fluido, demergitur.

CON.

CONSECTARIVM IV.

XV. Specie autem leuius solidum tantum ex fluido, cui incumbit, loco eiicit, quantum ponderi corporis solidi aequipollet, ideoque solidum demergi nequit, sed fluido solum innatat. Notaque massa et pondere fluidi, quod a solido innatante loco motum est, ipsum pondus solidi innatantis, v. g. navis cognoscitur.

CONSECTARIVM V.

XVI. Fluidi stagnantis pondus totum qui F. i.) escit, et sustentatur tum fundo, tum parietibus uasis continentis. Singulae autem portiones talis fluidi, e. g. F. a circumpositis et subiectis partibus. in quas gravitatem exercent gestantur.

CONSECTARIVM VI.

XVII. Quod si iam in locum portionis fluidae F succedat materia aequiponderans, etiam haec a fluido reliquo, quocunque intra fluidum loco ponatur, retinetur.

SCHOLION.

XVIII. Ex conspect. s. collegerunt nonnulli, elementa uel saltem fluida in proprio loco non gravicare. sed res ipsa loquitur, pondus fluidi F intra fluidum homogeneum, non amitti, sed tantum super partibus vicinis quiescere. et frustra obiicitur experientia urinatorum, qui profunde sub aquismersi non sentiunt pondus molis ingentis aquae imminens, siquidem illud omne, a reliqua aqua intra litora stagnante, retinetur, dum interim partes fluidi facile mobiles, motui corporis urinitoris promte cedunt. Boyle parad. hydr. p. 58. 64. de compositione campanae urinariae differunt pluri-
bus LANIS magister. nat. et. art. T. 2. p. 294.

STYRM.

STVRM. Coll. Curios. pr. emendavit hoc instrumentum ILL. HALLEIVS v. T. P. A. 1716. p. 492. il. 8 1721. p. 177,

THEOREMA I.

XIX. *Solidum fluido specie gravius, suspensum intra fluidum, tantum amittit de pondere suo, quantum valet pondus fluidi, a solido loco expulsi.*

Demonstratio. Nam portio fluidi, quae antea eo in loco erat, quem solidum demersum occupavit, sustinebatur a massa fluidi homogenei circumiecta, (§. 16.) quare si solidum in locum fluidi F succedat, reliqua fluidi materia tantundem ex solido sustentat, quantum prius gestare poterat, nempe pondus quod fluido F aequipollet, tantumque sic detrahatur ponderi portionis solidi corporis demersi.

CONSECTARIVM I.

XX. Si ex seta equina, quae putatur aquae aequiponderans, BOYLE p. 61. corporis solidi particula, e bilancis iugo, extra aquam aequilibri, intra aquam suspendatur, et definiatur, quantum illud pondere deficiat, innotescit pondus aquae loco a solido expulsaе, cuius volumen aequale est volumini corporis solidi.

CONSECTARIVM II.

XXI. Et quando duo corpora diversae specificae gravitatis, sed volumine aequalia, veluti globi aequales, plumbeus et stanneus, in fluido merguntur, decrementa ponderis sui paria pati debent. Vicissim, si duo corpora intra fluidi-

fluidum specificè leuius suspensa, aequaliter pondere minuantur, oportet uolumina eorundem aequalia esse.

CONSECTARIVM III.

XXII. Notis mole et pondere solidi corporis, intra aquas eleuandi, e. g. tormenti belli-
ci demersi, datoque aquae, uolumine aequalis,
pondere, hoc a pondere corporis mouendi de-
tracto, relinquatur pondus, quod, dum cor-
pus solidum intra fluidummersum est, supe-
rari debet, ut illud attollatur. machinas in hunc
finem idoneas describit Anon. *Tr. des moyens
de rendre les riuieres navigables p. 95.*

CONSECTARIVM IV.

XXIII. Maiora uero corpus solidum pon-
deris sui decrementa patitur, si mergatur in
fluidò grauiori, quam si demittatur in fluidum
leuius.

CONSECTARIVM V.

XXIV. Et solida specificè leuiora, quae flui-
do innatant, altius deprimuntur in fluido le-
uiori quam in grauiori. Veluti naues eadem
onustae sarcina profundius demittuntur in
quam pluuiam, quam in marinam. Item so-
lidum ponderosius plus descendit in fluidum,
quam aliud eiusdem molis, sed specificè leuius,
quorum utrumque super fluido natat. Glo-
bus aeneus in argento uiuo natans, plus de-
primitur, quam ferreus eiusdem magnitudinis,
quia aes est ferro specificè grauius.

CON-

CONSECTARIVM VI.

XXV. Idem corpus solidum modo innatat fluido, modo demergitur, si, dum est in fluido, potest reddi grauius. globulus vitreus (F. 2. cauus S, aperto sed angusto ostio gaudens, in quem (ore prius exsucto aere) tantum aquae admissum fuit, quantum requiritur, ut globus pondere contenti fluidi grauatius intra aquam ad summum usque demergatur, si uesica, qua lagenae orificium A B clauditur, sub qua non nihil aeris restat, digito fortius constringatur. aer subiectus uesicae aquam comprimit, haec, in bullulam vitream S ingressa, hanc reddit ponderosiores, efficitque, ut illa fundum petat. v. *Schott m. nat. P. III. p. 384. Sturm Coll. curios. P. 2. p. 64. sq.* solent etiam icunculae siue pupae vitreae, intus cauae (*uirunculos Helmontianos* uocant nonnulli) fieri, quae idem spectaculum exhibent.

CONSECTARIVM VII.

XXVI. Quando efficiendum est, ut leuius in hoc mergatur, oportet uim adhibere, quae extrudat ex loco fluidum, quod solido leuiori non cedit. tanta autem uis est necessaria, quantum est excessus ponderis fluidi, paris cum solido innatante uoluminis, supra ipsius solidi pondus. siquidem, tanti ponderis accessione facta, solidum intra fluidum demittitur. (§. 13. 14.) Cessante uis externae pressione, solidum a fluido eleuatur, quia fortior est conatus descendendi, quo gaudet fluidum grauius, quam est
 nius

nus gravitatis solidi; ideoque hoc isti cedit, et attollitur.

PROBLEMA I.

XXVII. *Fluidum ponderare.*

Resolutio. 1. Paretur cubus plumbeus vel aeneus, cuius latus pollicem capit; illiusque pondus lance, a qua crine equino suspenditur, libretur.

2. Mergatur talis cubus digitalis in fluidum, et notetur decrementum ponderis quod patitur, quod aequipollet ponderi fluidi, quod volumine cubo digitali aequale est. (§. 19)

3. Quod si iam moles totius fluidi, digitalis cubi mensura, definiatur, et haec per unius cubi pondus multiplicetur, pondus totius fluidi innotescet.

PROBLEMA II.

XXVIII. *Proportionem gravitatis specificae plurium fluidorum invenire.*

Resolutio. Cubus digitalis metallicus demittatur in singula fluida proposita, et ubique accurate ponderis decrements notentur, haec, quia monstrant pondera fluidorum mole metallico cubo aequalium, (§. 19) simul proportionem gravitatis specificae fluidorum datorum produnt.

DEFINITIO VIII.

XXIX. *Libella hydrostatica*, vel *hydrostatica*, est instrumentum, cuius auxilio discrimen gravitatis specificae fluidorum facilius innotescit.

PRO-

PROBLEMA · III.

XXX. *Libellam hydrostaticam componere.*

Resolutio. 1. Paretur sphaera vitrea (F. 3. A, cuius diameter digito aequalis est, eademque instruaturn collo cauo vitreo BC, longo tres quatuorue digitos, cuius diameter unam lineam capit.

2. Fistula colli BC diuidatur in aliquot partes aequales, quos *gradus* liceat nominare.

3. Iniiciantur in sphaeram A aliquot exigui globi plumbei, uel stannei (uel infundatur pauxillum argenti uini): donec immissa sphaera in aquam dulcem fontis uel fluminis, usque ad tertiam circiter colli partem BE mergatur, et erecta in aqua nater, eoque facto extremum orificium C hermetice, liquato ad candelam vitro, claudatur.

Demonstratio. Esse autem hoc instrumentum, ad diuersam specificam grauitatem liquorum explorandam, idoneum, sic ostenditur. nempe demissa libella in fluidum aqua dulci leuius, profundius, mergitur, quia pondere suo maiorem leuioris fluidi portionem ex loco expellit, sed in fluido grauiore minus descendit, (§. 24) quare gradus collo adscripti notati, dum libella in variis fluidis natat, indicabunt, quodnam ex illis leuius uel grauius sit. Leuius nempe est illud, in quo altius descendit, grauius, in quo non tantum demergitur.

SCHOLION.

XXXI. Quomodo colli diuisiones experimentis definiiri, et in tabulam referri queant, ut proportio specifi-
ci ponderis fluidorum uariorum accuratius inuestige-
tur, docet HERMANNVS pboron. p. 156. add.
STVRM. Coll. Cur. P. 2. p. 60. uocatur haec libella
die Wein- oder Bier-Probe, quia densitati uariae uini
nel cereuisiae indagandae seruit. simili libella, maiore
forma e cupro facta, nonnulli salis copiam, quam sa-
linae continent, definire auni sunt, DECHALES M.
M. T. II. p. 160. SCHOTT. Curs. M. p. 454. Verum
fallax est illud experimentum, et rectius examen sali-
narum euaporatione lenti ignis ope instituitur. conf.
LEYPOLD. theatr. machinar. hydrotechnicarum c. 3.

PROBLEMA IV.

XXXII. Inuenire proportionem gravita-
tis specificae fluidi et solidi, uolumine ae-
qualium.

Resolutio. 1. Datum solidum fluido specie
grauius suspendatur intra fluidum, et notetur
decrementum ponderis, quod patitur, quod est
pondus fluidi uolumine solido aequalis, (§. 20)
quare, si solidi pondus extra fluidum lance re-
periatur, proportio gravitatis specificae duo-
rum illorum corporum, solidi nempe et flui-
di, statim innotescit. e.g. globus aliquis plum-
beus extra aquam capit pondus 1150 granor.
(qualia 480 continet uncia) intra aquam pere-
unt 110 grana, ratio ergo ponderum specie
plumbi et aquae est 115: 11.

2. Quod si solidum fluido fuerit specie le-
uius, quod huic innatat, mensureretur uolu-
men tam fluidi e loco a solido puls, quam so-
lidi

lidi corporis innatantis. et quia portio fluidi, quae folido incumbenti ceflit, aequipollet ponderi totius folidi, (§. 15) et iam ante conftat, de ratione uoluminum fluidi e loco extrufi et folidi innatantis, inde pondus fluidi, quod folido uolumine par eft, et una proportio grauitatis specificae cognofcitur. e. g. cubus quidam ligneus, pendens libras duas, dimidia fui parte in aquam mergitur, dimidia pars ultra aquae fuperficiem eminet, quapropter aqua uoluminis eiusdem, habet pondus cubi lignei duplum nempe 4 libras, et ratio grauitatis specificae ligni illius et aquae eft 1: 2.

PROBLEMA V.

XXXIII. *Inuenire rationem uoluminum corporum folidorum eiusdem ponderis, fed fpecifice grauiorum fluido, in quod merguntur.*

Refolutio. Solida aliquot, de quorum proportionem uoluminum quaefitio eft, fufpendantur in fluidum fpecifice leuius, et notentur decrementa ponderis, quae fingula folida patiuntur, quae quidem indicant pondera fluidi eiusdem uoluminis cum folidis, ab his e loco extrufi; (§. 20) cum ergo uoluminum fluidi eiusdem ratio eadem fit quae ponderum, (§. 8. mechan.) patet, quod decrementa ponderis folidorum inuenta, manifeftent proportionem uoluminum folidorum quaefitam.

SCHOLION.

XXXIV. *Grauitates specificae plurimum corporum*
Rr a *loc.*

laudatis, modo artificii & curiosius reperiuntur huiusmodi sunt. aurum 100, mercurius $71\frac{1}{2}$, plumbum $60\frac{1}{2}$, argentum $54\frac{1}{2}$, aes $47\frac{1}{3}$, ferrum 42, stannum purum $38\frac{1}{2}$, magnes 26, marmor 21, lapis 14, crystallus $12\frac{1}{2}$, aqua $5\frac{1}{3}$, uinum $5\frac{1}{4}$, cera 5, oleum $4\frac{1}{4}$. v. Merfennii pbden. hydraul. p. 172. plures et accuratiores proportionēs affert **CELEBERE MASSCHENBROEK** elem. phys. §. 498.

PROBLEMA VI.

XXXV. Fluidum specie grauius in fluida specificē leuiore ponderare.

Resolutio. Sumamus exempli loco argentum uiuum, cuius pondus specificum in aerometria cognitū est necessarium.

1. Robderetur vitrum aliquod uacuum subere clausum extra aquam, (fuit pondus dum experimentum cepi 97 gran.)

2. Deinde idem impleatur aqua, et eius pondus extra aquam (257 gran.) et intra aquam (37 gr.) inuestigetur. Differentia a pondere priore ($97 - 37 = 60$) denotat pondus aquae, quod idem uolumen cum vitro habet. (60 gr) (§. 20.)

3. Idem vitrum impleatur mercurio, et notetur pondus illius extra aquam, (2310) et intra aquam, (2160) differentia (150) manifestat pondus aquae, quod par uolumen mercurio et vitro habet. detracta igitur portio aquae, quam ante vitro respondentem reperiimus, (60) supererit pondus aquae (90) aequalis cum argento uiuo uoluminis.

4. Quod

4. Quod si pondus mercurii vitro inclusi (2213) diuidatur per pondus aquae eodem vitro contentae, ($257 - 97 = 160$) quoruscumque $13\frac{13}{16}$ indicat, quod specificae grauitates mercurii et aquae habeant rationem 14:1, siue quod mercurius quaterdecies aqua sit ponderosior conf. BOYLE medicina hydrostat. p. 15. ed. Genev.

SCHOLION.

XXXVI. Solet etiam in hydrostatica explicari artificium, inueniendi portiones duorum metallorum, ex quibus corpus aliquod mixtum compositum est, quod iam olim calluit Archimedes. VITRVV. IX. 3. uerum illius rationes commodius calculi analytici adminiculo illustrari possunt. v. inf. c. 4. anal. §. 52.

THEOREMA II.

XXXVII. In canalibus uel fistulis continuis, siue communicantibus, siue eiusdem siue diuersae capacitatis, fluida homogenea, quae habent eandem altitudinem perpendicularem, sunt in aequilibrio.

Demonstratio. Cal. 1. Quando idem (F. 4. quae aequalis est capacitas fistularum AB, CD, per se clarum est, altitudines perpendiculares fluidorum AB et CD aequales esse debere, quia utrimque eadem est moles, et idem utriusque pondus. (§. 9. mech.)

Cal. 2. Quando autem fistularum capacitas diuersa est; nihilominus altitudines EF et HI erunt aequales. nam cum duo haec mobilia connexa sic aduersus se inuicem nistantur, ut, si in ampliore fistula, fluidum descenderet

ad G, (v. g. 1. digit.) fluidum in fistula angustiore HI, semper altius debeat attolli, in HK, pro ratione amplitudinis fistularum, (e. g. ad 3 dig. altitudinem, si fistula EF sit triplo amplior altera HI) ita ut spatia descensus uel ascensus, EG, HK, habeant rationem reciprocam ponderum simul mobilium, sequitur, quod neutrum alterum superare, sed quod æquilibrium seruare debeant. (§. 32. 33. mech.) id quod experimentis amplius illustrari potest.

F. 6.) Casus. 3. Denique quando fistulae non solum diuersam amplitudinem habent, sed etiam oblique ad horizontem inclinatae sunt, tamen altitudines perpendiculares fluidorum communicantium sunt aequales. siquidem ex geometria constat, (§. 241. sq. geom.) prismata et cylindros eiusdem baseos et altitudinis aequales esse, nempe cylindrus $PN = NO$, qua ratione casus hic ad præcedentem reuocatur.

CONSECTARIUM I.

XXXVIII. Inde sponte manat regula hydraulica, in siphonibus continuis uinci non copia aut pondere aquarum, sed perpendicularis.

CONSECTARIUM II.

F. 7.) XXXIX. Quod si autem in eiusmodi fistulis continuis stagnarent duo fluida diuersi ponderis, tum praeualeret utique nifus fortior grauioris, et tanto altius deberet assurgere leuius, quanto premens alterum est ponderosius. siue altitudines rectae salinum columnarum

R S,

RS, TV, habent reciprocam rationem gravitatis specificae liquorum, in siphonibus communicantibus stagnantium. Veluti in RS sit mercurius, in TV aqua, erit analogia $RS : TV = 1 : 14$, quae est ratio ponderis specifici aquae in TV haerentis, et mercurii, qui stagnat in fistula RS. (§. 35.)

AEROMETRIA.

DEFINITIO I.

I. Aerometria est scientia metiendi aerem.

SCHOLION.

II. Tota haec mixtae matheos disciplina nova est. Esi enim veteres non ignorarint, quod aer pouderosus et elasticus sit, et quod alias vicissitudines, caloris, frigoris, humiditatis et siccitatis, item motus et impetus, quae sub aestimationem cadunt, subire soleat, (ARISTOTEL. probl. sect. 25.) tamen instrumentis, mensurando corpori tam tenui idoneis, destituebantur, quam etiam ob causam nec NICOLAUS CVSANVS Cardinalis, tentatam aeris mensuram absolovere (v. ei. dial. d. staticis experimentis.) nec SIMON STEVINVS promissam aerostaticam componere potuit. (v. ei. hypomn. math. T. III. p. 158. et 205) Prima occasio, nobile hoc scientiae naturalis caput melius tractandi, superiore seculo casu nata est, ab experimento aquilegis Florentini, qui ultra 12 cubitos aquam suctu attolli non posse deprehenderat. (§. 2. hydrost.) illud enim cum TORRICELLIVS a. 1643 argento uiuo fuisset imitatus, ansam praeiuit disposandi, utrum

Spacium uacuum produci possit, et quinam inde effectus pendeant. Hos dum diligentius rimatur OTTO GVERIKE Consul Magdeburgensis, circa annum 1650 antliae pneumaticae organon reperit, eodemque a. 1654 varia experimenta Ratisbonae, Caesare et Principibus nonnullis applaudentibus, instituit. (v. ei. experim. Magdeb. it. SCHOTTI mecb. hydraul p. 441 et eiusd. techn. curios. L. I. c. 14) quae postea antlia sua aliter instructa auxit amplificavitque eximius naturalis scientiae promotor BOYLEVS (v. ei. experim. nou-phys. mecb.) Praeterea auspiciis Leopoldi Ducis Hetruriae, Academici Florentini uarias observationes, ad aeris mensuram utiles, laudabili solertia instituerunt, tum etiam instrumenta in hunc finem aliqua fabricare doquerunt. Horum tentaminum collectio primum a. 1667 italice prodit, nuper autem a. 1731 in latinum sermonem conuersa, luculentoque commentario ab excellentis doctrinae viro PETRO VAN MUSSCHENBRÖEK illustrata est. Totum tandem hoc de aere rite dimetiendo argumentum primus in scientiae formam reuocauit WOLFIVS, edixit a. 1709 aerometriae elementis. cuius laudatissimi antecessoris uestigia premens, ego quoque aerometriae principia mathematicis institutionibus inferenda duxi.

DEFINITIO II.

III. *Aer* est corpus fluidum, tenue, ualde pellucidum, quod undique globum terrae ambit, et, utut oculis non cernatur, tactu tamen euidenter percipitur.

DEFINITIO III.

IV. *Elater* est uis, qua corpus, quod pressum cedit, cessante pressione iterum sese expandit, et pristinum statum recuperare nititur. *Aristot. meteorol. IV. 9.*

EX.

EXPERIMENTA, QVAE AD FLAT-
REM AERIS COMPROBANDVM
FACIUNT.

V. 1. *Vesica inflatur nonnihil aere et tigitur, ne aer iterum exeat. hanc si quis premat digito, aer cedit, sed sublato digito aer sese restituit in priorem statum, et vesicae rotunditatem reddit.*

2. *In sclopeto pneumatico, si aer aliquoties embolo, intra angustum receptaculum comprimatur, et, quando amplius comprimi nequit, exitus illi in fistulam sclopeti, in quam globus plumbeus adfundum detrusus est, permittatur, aer arctissime constipatus, e receptaculo suo prosiliens, tanto impetu tantaque celeritate globum obuium pellit, ut intra distantiam 20 uel 30 pedum, asserem mediocris spissitudinis possit perforare. Neque uni saltem ictui sufficit, sed plures producit, etsi paulatim remissiores et debiliores.*

3. *In antlia quoque pneumatica, adductu embolo, factaque in cylindro antliae spatio, aere uacuo, et aperto dein epistomio fistulae, quae, tum in campanam, disco antliae impositam, aere plenam, tum in ipsum antliae cylindrum, continuatur, per hanc sese aer explicat, et diductior fit, quo, clauso prius epistomio in campanam*

patente, et aperto alio foris biente, per embolum extruso; si deinceps aliquoties haec praxis iteretur, semper aer sub campana residuus magis magisque diducitur, in quo memorabiles nonnulli effectus possunt monstrari.

4. Vel si sub campana antliae uesica nonnihil inflata adhuc tamen flaccida et ligata ponatur, educto aere crasso, uesica magis magisque, prouti aer circumpositus sensim plus attenuatur, intumescit.

F. I.) 5. Porro paretur cylindrus cupreus AB, per cuius medium ad fundum fere extenditur angusta fistula CD, infundatur in hunc cylindrum aqua EB, tertiam circiter partem illius occupans, et inuersum uasculum, siphoni antliae pneumaticae, cui cochlea extremo addita accommodata est, imponatur, et embolo semel et iterum aer intrudatur; hoc facto cylindrus, epistomio E prius clauso, ab antlia remoueatur, et inuertatur, ut aqua in fundum ED relabatur. tum, aperto epistomio E, iucundum aquae aëre profilientis spectaculum poterit exhiberi, dum aer inclusus ualdeque compressus, pristinum recuperare expansionis gradum nititur, et propterea aquam in altum celeriter attollit.

CONSECTARIVM I.

VI. His aliisque experimentis pluribus vis aeris elastica tam perspicue demonstratur, ut ob tot rerum testimonia, uerbis amplius opus non sit. Illud autem sigillatim hinc colligamus licet, quod vis elastice aerei amplificetur, postquam uiolenter fuit compressus, et quod eadem minuatur, quando minus urget vis externa, premens.

CONSECTARIVM II.

VII. Aerem quoque antliae, campana comprehensum, antequam aliunde comprimitur, iam ualde condensatum esse oportet, siquidem data ipsi facultate liberius sese expandendi, statim diducitur et rarescit, ut in aere rarefacto effectus singulares sese prodant, qui in eodem ante rarefactionem locum non habebant. Dixi aerem antliae adminiculo attenuari et rarescere, siquidem non omnis ita euocatur, sed restitit semper portio aeris, quae amplius in maius spatium sese expandere nequit.

EXPERIMENTA, QVAE AD PONDVS AERIS PERTINENT.

VIII. 1. *Ex globo uitreo aere pleno, antlia aer euocetur, et postquam id factum est, globus probe clausus diligenter libretur. postea aperiatur globi epistomium, et aer admittatur, ita statim globus redditur ponderosior.*

2. *Vel in globum cupreum syringe antliae aer aliquoties intrudatur, et, clauso eius*

eius epistomio, in illius pondus libra inquiratur, eoque inuento, aperiatur epistomium, ut aer compressus iterum sese dilatare possit, experientia comprobabit, globum aere compresso repletum grauiorem, sed, dimisso aere superfluo, leuiorem fieri. simile experimentum ope folliis inflati instituit Cusanus. add. SCHOTT mag. stat. p. 323. mag. nat. P. 3.

CONSECTARIVM I.

IX. Liquet igitur, aerem pondus habere, et instar aliorum corporum uersus centrum grauium dirigi. (§. 5. mech.)

CONSECTARIVM II.

X. Pondus quoque aeris superioris, inferiori incumbens, hunc reddit magis compressum et condensatum. (§. 7) et quo longius abest aeris regio a terra, eo minorem illa molem aeris superioris sustinet, eoque sic rarior efficitur. v. LANIS magister, nat. et artis T. 2. p. 209.

THEOREMA I.

XI. *Elater aeris ab alio incumbente pressus aequipollet toti ponderi aeris imminens.*

Demonstratio. Dum enim aer superior pondere suo nititur in inferiorem, hic quidem pressioni quodammodo cedit, sed renititur quoque ui sua elastica, (§. 6.) et hac pondus
incum-

incumbens sustinet, ideoque elater aeris ab incumbente pressi, aequipollet ponderi aeris prementis.

CONSECTARIVM I.

XII. Mutato pondere aeris imminentis et prementis, etiam elater aeris pressi variatur, crescente nempe uel decrescante pondere illius, huiusque uis elastica augetur uel minuitur. siue elateres aeris habent rationem ponderum eundem comprimentium.

CONSECTARIVM II.

XIII. Elater autem aeris aequè compressi, ubique idem est. et contentus uasculo aer, qui cum externo per poros uel foramina uasculi communionem habet, eodem gaudet elatere, quo contiguus externus.

CONSECTARIVM III.

XIV. Sed impedito aeris externi commercio, quod fit recipiente, quem uocant, siphonij antliae pneumaticae imposito, et embolo adducto, productoque spatio, unde aer recipiente conclusus non premitur, hic elatere suo explicat sese, et in cylindrum antliae ingreditur, quemadmodum paulo ante §. 5. dixi.

PROBLEMA I.

XV. *Inuenire pondus massae aeris, quae pedi cubico aequalis est.*

Resolutio. I. Globus uitreus aere ple (F. 2. quus A, instructus collo B, prius in aere libratus, applicetur antliae pneumaticae, et aer euocetur,

cetur, clausoque epistomio C, iterum idem globus libretur, et notetur decrementum ponderis, quod crassiori aeri, qui antea globum occupauerat, responderet. (§. 20. hydrost.)

2. Deinde inquiratur in globi soliditatem, (§. 267. geom.) quae dimensione infusae in globum aquae facilius cognoscitur, et innotescit uolumen aeris crassi, cui repertum pondus conuenit, ex quo etiam pondus pedis cubici regulae proportionum beneficio deprehenditur. v. OTTO DE GVERIKE experim. de uacuo. f. 101.

CONSECTARIUM.

XVI. Si pondus aquae, quam eadem sphaera uitrea capit, cum pondere aeris comparetur, utriusque corporis specificae grauitatis ratio prodit. e. g. *VOLDERVS* in qu. acad. de grauitate aeris. p. 50. tales inuenit numeros. pondus uasis aere pleni fuit 7 lb. 1 unc. 2 drach. 48 gr. euocato crasso aere, restabat pondus 7 lb. 1 unc. 1 dr. 31. gr. differentia 77 gr. indicat pondus aeris, neglecto nempe pondere perexiguo aurae expansae, quae in sphaera restitat. infusa in globum aqua, habebat idem pondus 9 lb. 11. unc. 5. dr. 43. gr. siue 74743 gr. quare ratio ponderis aquae et aeris erat $74743 : 77 = 971 : 1$. Idem *Volder* antea repererat pondus pedis cubici aquae 64 librar. quare pro pede cubico aeris inferendum erat $971 : 1 = 64$ siue 1024 unc. (putando 16 unc. unius librae) uel 491520 gr. quo numero per 971 diuiso prodeunt 506 grana s. 1 unc. 26 gr. pro pede

pede cubico rbenano aeris. Plures proportiones gravitatis specif. aquae et aeris collegit, aliumque problema solvendi modum indicauit MVS-SCHENBROEK comment. ad tentam. Florent. p. 126. secundum illius experimenta media proportio est 722 : 1. celeberr. JO. BERNOULLIUS reperit proportionem 800 : 1. v. HERMANNI pberon. p. 171.

SCHOLION.

XVII. ANTON. DEVSING in disqu. de uacuo §. 2. c. 4. dubitat, utrum aeris pondus in aere possit inuestigari, quia idem a circumiecto aere sustinetur, (§. 16. hydrost.) enim uero, cum aer globo contentus, et a reliquo separatus, augeat pondus globi, utique maius pondus aequilibre requiritur, quando plenus aere est, quam postquam aer crassior fuit eductus, quod etiam experientia confirmat. conf. Hermannii l. c. p. 170.

**EXPERIMENTA ALIA, QVIBVS INSI-
GNES ALIQVI EFFECTVS PONDE-
RIS AEREI DEMONSTRANTVR.**

XVIII. 1. In fistulam *AB*, e fer-(F. 3. re)is laminis stanno obductis factam, longam 35 pedes rbenolandicos, infra epistomio *AB* clausam, per apertum ostium *B* aqua affundatur, postea orificium *B* claudatur, ut aer in fistulam penetrare nequeat, denique conuerso epistomio *A*, alterum extremum os *A* aperiatur, haerebit aqua fistulae in libero aere ad altitudinem *AC* 33 circiter pedum (nam, uti deinceps §. 22. dicetur, aeris pondus non semper idem est,) suspensa.

2. Vel

2. *Vel assumatur tubus vitreus AB, tres circiter pedes longus, altero extremo B clausus, isque argento uiuo impleatur. postquam repletus est inuertatur, et parum quidem mercurii per os apertum A profundetur, relinquetur tamen in fistula columna mercurii 28 uel 29 circiter digitos alta, itidem in libero aere suspensa. quod quidem experimentum Torricellium a. 1643 Florentiae reperisse constat. v. Tentam. Florent. p. 23.*

3. *Talis fistula uitrea mercurio plena, subiecta ostio aperto A patella, sub recipiente debitae longitudinis firmetur, et orbi aniliae pneumaticae imponatur, aerque crassus educatur; quamprimum aer recipiente compebensus adducto embolo dilatur, statim subsidet mercurius, continuataque dilata-tione aeris, fere omnis e fistula in patellam profunderur. Admisso autem rursus in recipientem campanam aere, columna mercurii priorem rursus altitudinem assequetur.*

CONSECTARIVM I.

XIX. *Cum itaque nulla alia causa externa reperiri possit, quae ponderosas aquae uel mercurii columnas in fistulis, et quidem ad certam altitudinem, retineat, et ex ultimo experimento clare intelligatur, quod aere subducto, columnarum illarum longitudines minuantur,*
ad-

admissa uero restituantur, nemo ni fallor erit, qui dubitare cum ratione possit, aërem crassum, ostio fistularum aperto incumbentem, pondere suo graues illas aquas uel mercurii moles sustinere.

CONSECTARIVM II.

XX. Itaque columna aëris, se qualem cum aqua uel mercuriali diametrum habens, his debet aequiponderare. (S. 9. mech.)

SCHOLION.

XXI. Praeterea experimenta alia, ueluti, quae ba-
misphaeriis magdeburgicis, uel marmoribus politis ca-
piuntur. nec non illud, quod lagena uitrea lato prae-
dicta fundo, antliae pneumaticae siphoni ostio suo ap-
plicata, postquam aer euocatus est, cito frangitur.
quae, et plura similia, nimis aeris premoris longe
maximam clarissime probat.

EXPERIMENTVM.

XXII. Laudatus antea Torricellius, cum
aliquamdiu, post repletam mercurio fistu-
lam uitream, columnae mercurialis alti-
tudinem sabinde obseruaret, animaduertit,
eam mutabilem esse, et maiorem uel mino-
rem reddi, prouti status aeris et tempesta-
tis uariatur, ipsam uero uariationem alti-
tudinis columnae mercurii intra duos fere
digitos contineri. tentam. Flor. p. 24. at-
que hinc Barometri instrumentum origi-
nem accepit.

DEFINITIO IV.

XXIII. Barometrum uel Baroscopium est
S₃ fistu-

fistula vitrea, plus quam XXX pollices longa, et scala instructa, in qua mercurialis columna, in libero suspensa aere, haeret. quale instrumentum; quia augmento uel decremento ponderis aerei inseruit, barometrum uocatur.

PROBLEMA H.

XXIV. *Barometrum componere.*

Resolutio. 1. Eligatur fistula cylindrica AB, e vitro puro et albo parata, longa 33 pollices pedis rhenolandici, cuius diameter sesquilinea uel duabus lineis pollicis par est.

2. Fistulae huius extremum os alterum B hermetice, ut aiunt, claudatur, hoc est, fuso ad candelam vitro obstruatur.

3. Tum alteri extremo aperto lignea capsula A, unum lata, duos alta pollices cera signatoria affigatur, debet tamen fistula AB non prorsus fundum uasculi lignei attingere, sed inde sequilinea abesse.

4. Dematur deinde capsulae fundus uel operculum, et in fistulam uitream filum ferreum ad extremum usque B protrudatur. applicatoque ad ostium apertum A infundibulo uitreo, uel chartaceo, mercurius bene purgatus infundatur, donec ad summum usque etiam capsula lignea repleatur.

5. Quo facto; filum ferreum extrahatur, operculum capsulae imponatur, et fistula sensim eleuetur, situque perpendiculati super asseri aliquo firmetur.

6. Denique aperiatur foramen E, quod ante

te oppilatum erat, et mercurius, qui abundat, profunderetur, ipsa uero columna mercurii in fistula nonnihil descenderet, et circa altitudinem 28 uel 29 pollicum rhenanorum haerebit.

7. Quapropter linea superficiei mercurii infra in capsula stagnantis per foramen E notetur, et ab eadem in assere iuxta fistulam digiti circino assumti numerentur, e tribus uero digitis supra 28, nempe 29. 30. 31. in suas lineas diuisis, scala formetur, debitoque fistulae loco, agglutinetur. Sic compositum habebitur baroscopium.

Demonstratio. Quod hoc instrumentum inferuiat manifestando uario aereae columnae ponderi, ex ante §. 19. 20. traditis luculenter constat. haeret enim in hac fistula argentum uiuum, et quia per rimas capsulae A aer externus potest penetrare, si in hoc aliquae mutationes ponderis euenerint, illas aequilibris mercurii columna prodet. nempe maior uel minor erit columna mercurii, prouti aer redditur ponderosior, uel leuior. id quod etiam experientia confirmat.

CONSECTARIVM I.

XXV. Dum fabricatur barometrum, praecipue opera danda est, ut supra argentum uiuum in fistula aer non relinquatur, ne forte idem uaria expansione, quae pro diuerso caloris gradu mutari solet, mercurii ascensum descensumue turbet. eliminatur autem aer, tum filo ferreo, qui facultatem sursum egrediendi

praebet, tum etiam ad motus carbonibus, a quibus aer mercurio permixtus calescit et expanditur. addunt quidam in summo sphaerulam, ut ibi aer residuus, si quis est, latius possit distendi. v. LANIS magister. natur. T. II. p. 284.

CONSECTARIVM II.

XXVI. Praeterea cura est adhibenda, ut fistula sit munda, et ut mercurius a sordibus et scoriis rite liberetur. et hoc quidem chimico igne rectissime praestatur. alterutrum si deficiat, mercurii ascensus descensusque impeditur.

SCHOLION. I.

XXVII. Habet fabrica barometri, quam descripsi, laudem suam. simplex enim est, et facile accurateque potest tractari. Interea artifices eandem variis modis perfectiorem reddere conati sunt. Scilicet, ne dubium supersit circa terminum, a quo pollices altitudinis columnae mercurii numerantur, infra curvatur ad rectos angulos fistula, ut linea FG inferius columnae extremum monstret. verum cum scalam digitorum H mobilem applicare consultum est.

SCHOLION II.

XXVIII. Sed quia variatio altitudinis mercurii intra duos digitos propemodum continetur, alii in id elaborandum duxerunt, ut scala haec redderetur paulo longior, ut minores mercurii mutationes in eadem in oculos incurrerent. quapropter HUGENIUS excogitavit barometrum duplex, ubi reciprocatio mercurii in cylindro ampliore A, cuius diameter digito par est, contingit. alteri enim columnae argenti utriusque extremo inferiori C similem cylindrum accommodat. fistulas vero AB et CD sunt graciles, et in CD stagnat supra mercurium liquor leuior, veluti spiritus vini, vel oleum tartari, quo fit, ut liquor in angusta fistula CD multo plus, e. g. duodecuplo, altius, ascendat vel descendat,

das, quam in maioribus tubis A et C. Iuterim quia liquor a calore expanditur, et a frigore contrahitur, ideo tale barometrum fallax est et ambiguum. Melius tunc scopum attingit egregius uir, et supra meam laudem positus, IO. BÉRNOULLI. (F. 7, VS, adbibita, praeter cylindrum ampliorem in summo E, angusta fistula FG horizontali, in qua admodum sensibiles reduuntur variationes mercurii. conf. HERMANNI phoronom. §. 323. Alii superiore parte fistulam inclinant, ut in locum altitudinis uel scalae HM, obliqua sed longior KL substituaturs. add. Auctor quon. gallus Tr. d. Barom.

SCHOLION JII.

XXIX. Disputatum etiam fuit de mercurio in barometris lucente, de qua peculiaris et amplior olim a me exercitatio in lucem publicam edita est. Verum hodie constat, quod spatium, in quo mercurius lucem fundit, aerem adhuc sed rarefactum uel attenuatissimum contineat, ideoque barometra lucida mensioni aerostaticae minus sunt accommodata, lege sis, quae dixi in differt. de obseruatorio meteorologico p. 9. sed satis praestituti ratione de baroscopio conficiendo dictum est, restat, ut usus eiusdem, tum in tempestatum mutationibus praenuntiandis, tum in mole uel pondere, item altitudine, aeris atmosphaerici reperiendis, exponatur.

EXPERIMENTA, QVAE AD VSVM BAROMETRORVM, IN PRAECOGNOSCENDIS TEMPESTATIS MVTATIONIBVS, PERTINENT.

XXX. I. Mercurii ascensus serenitatem, descensus nubilosam, pluuiam, niuosam uel uentosam tempestatem praenuntiat. et prouti plus ascendit uel descendit mer-

curius, ita etiam mutationes aeris sequi solent maiores uel minores.

2. Si tempore pluuio amplius descendit mercurius, pluuia diuturnior et largior praemonstratur.

3. Quando intra breue tempus profunde admodum, v. g. ad 8. 10. 12 lineas et amplius, mercurius demittitur, uentorum uolentia increbescere et magna damna passim dare solet. cuiusmodi tristi spectaculum d. 28. Febr. 1734. post mer. inter hor. 1—2, cum columna mercurii 28 dig. 7 lin. ped. Lond. altitudinem haberet, hic et alibi fuimus experti.

4. Nonnunquam notabilem aliquot linearum descensum nec pluuia nec uentus sequitur, quia alibi uel pluuia deiecta, uel uenti impetus fractus est.

5. Borea licet ualide spirante, tamen mercurialis columna attolli solet.

6. Hieme et aestate quandoque die integro et amplius mutationes barometri praecedunt mutationem tempestatis. Verum uerno tempore, et uergente auctumno praesagia illa citius excipit euentus. Reliqua experimenta rectius usu colliguntur.

PROBLEMA III.

XXXI. Pondus columnae aeris atmosphaerici cuiuscunque diametri inuenire.

Re-

Resolutio. Dixi supra §. 20. columnam aqueam, quae intra fistulam in libero aere suspensa haeret, in aequilibrio esse cum columna aerea eiusdem diametri, quae aqueam illam sustinet. Itaque pro inveniendis pondere columnae aereae datae diametri, columnae aquae tum pondus, tum baseos segmentum indagari debent, utrumque enim etiam de aerea columna aequilibri valet.

Nimirum 1. basis columnae aquae data, multiplicetur per illius altitudinem, ita cognoscitur soliditas columnae aquae, pedibus et digitis cubicis definita. (§. 245. geom.)

2. Deinde inferatur; ut se habet soliditas pedis cubici, digitis cubicis expressa, ad soliditatem columnae datam, ita pondus unius pedis cubici, (§. 15.) ad pondus totius columnae aquae. et hac cognita, innotescit simul columna aeris aequiponderans eiusdem baseos. . e. g. sit altitudo columnae vel prismatis aquae 31 pedum; basis unius pedis, sine 144 pollicum quadratorum. soliditas vero pedis cubici capit 1728 digitos cubicos. quapropter multiplicata basi 144 dig. in altitudinem 31 ped. prodit soliditas prismatis aquae, 53568. et cum constet, unum pedem cubi, cum pondus 64 librarum habere, inferatur;

$$1728 : 53568 = 64 : 1985$$

nempe columna prismatica aquea mediae altitudinis, 31 pedum continet 1985 libras, quae aequiponderet columnae aeris eiusdem baseos, quae aqueam sustinet.

CONSECTARIUM I.

XXXII. Alibi in geographia §. 14. demonstratum est, superficiem terrae capere 9288000 milliaria germanica quadrata, quorum latera singula continent 4000 passus, ergo milliare quadratum 16,000000 passus quadratos comprehendit, et superficies terrae tota habet 148,608,000,000,000 passus quadratos, sed singuli passus quadrati 25 pedes quadratos habent, ideoque facta ultimi numeri multiplicatione per 25, proueniunt pro tota terrae superficie 3,715,200,000,000,000, pedes quadrati, quos numero multiplicato per pondus aeris, quod uni pedi quadrato incumbit, nempe 1983 librarum, prodit 7,374,672,000,000,000,000, numerus librarum, siue pondus totius aeris atmosphaerici, libris determinatum, relictisque duabus cifris, restat pondus eiusdem aeris atmosphaerici, toti terrae insidentis, centenariis expressum: 73,746,720,000,000,000.

CONSECTARIUM II.

XXXIII. Si aer in quavis a terra distantia eiusdem densitatis esset, posset columnae aëreae altitudo, ex nota proportionē ponderis specifici aeris et aquae inuestigari. Nempe supra indicatam est §. 15, Volderum reperisse proportionem gravitatis specificae aquae et aeris, 970 : 1; porro in hydrostatica §. 39. demonstratum fuit, altitudines columnarum aequiponderantium, fluidorum diuersi ponderis specifici, habere reciprocam rationem specificae

erificae gravitatis liquorum, quapropter multiplicato numero 970 per 31 pedes, quae est columnae aquae, quae aëreae aequipollet, altitudo, provenit altitudo aeris 30070 pedum, siue 6000 circiter possum, siue sesqui milliaris germanici, v. STVRM. Colleg. curios. P. I. p. 42.

CONSECTARIUM III.

XXXIV. Enim vero certum est et exploratum; aerem superiorem, utpote minore pondere compressum, magis esse dilatum et rariorum, sed qua proportionē densitas diminuat, ex quo usque illius expansioni locus sit, nondum in patet, ut nullum dubium relinquatur. De variis, qui huc pertinent, eruditorum consiliis et sententiis, agunt HERMANN phot. Lib. 2. c. 8. Dn. DE MAIRAN de auro boreali Sect. 2. c. 1. 2. add. *Comment. Ac. R. Gall.* A. 1703. p. 280. A. 1716. p. 138. MOTTE Epit. T. A. P. III. p. 138.

CONSECTARIUM IV.

XXXV. Denique etiam illud ex dictis liquet, quod, si columna aeris aequiponderat columnae mercurii, haec cum illa debeat et crescere et decrescere. id quod experientia comprobatur, nam argentum vivum in barometro humilior est in montibus vel turribus, ubi minor illi opponitur columna aeris. v. *Comment. A. R.* l. c. LANIS p. 215.

SCHOLION.

XXXVI. Ceterum pro inveniendi aeris pondere,
S s 5
libens

libens usus fui pondere columnae aquae, quia gracilis mercurii columna, cuius basistam accurate non potest definiri, huic negotio minus apta est.

EXPERIMENTVM.

XXXVII. In tubulum vitreum, cui sphaera adhaeret, affundatur spiritus vini rectificatus, quem uocant, uel argentum uiuum, ita ut utraque materia circa medium fistulae vitreae subsistat, et sphaera admo-ueatur uapori aquae ebullientis, hoc facto, spiritus vini uel mercurius in tubulo, subito ascendet, et ad summum usque orificium perueniet, quin etiam profluet, si diutius calido uapori exponatur. Rursus uero a uapore calido sphaera remoueatur; et aeris frigido accessus ad eam permittatur, tum spiritus vini uel mercurius uersus sphaeram descendet, et minus spatium uterque liquor occupabit.

CONSECTARIVM.

XXXVIII. Itaque calore spiritus vini et argentum uiuum cito expanduntur, a frigore uero condensantur, id quod aliis quoque corporibus quibuscumque, sed minore gradu, accidere, experimenta probant. v. tentam. Florent. P. 1. p. 1. P. 2. p. 3. sq.

DEFINITIO V.

XXXIX. Thermometrum uel Thermoscopium est instrumentum, cuius adminiculo incrementa caloris et frigoris aerei inueniuntur et aestimantur.

PRO-

PROBLEMA IV.

XL. *Thermometrum componere.*

Resolutio. 1. Eligatur fistula vitrea (F. 9.) circiter duos alta pedes AB, cui infra sphaera A adhaeret. sit diameter sphaerae sesqui digito, diameter fistulae interna uni pollicis lineae aequalis.

2. Infundatur in hanc fistulam spiritus vini rectificatus, colore aliquo (purpureum cocconella, flauum crocus producit. alii radicem atchusae pro rubro, curcumae pro flauo colore adhibent) tinctus, ut circa medium tubuli superficies stagnantis liquoris haereat. infusio autem inuatur, si sphaera tubuli admoueaturs carbonibus uiuis, ut uehementer incalascet, et aer contentus ualde expandatur, tum os fistulae apertum inseritur spiritui vini, qui in patella stagnat, et sic, dum refrigerat sphaerula cum annexo tubo, ab aere externo spiritus vini premitur, et in tubuli sphaeram sese insinuat.

3. Postquam nonnihil spiritus vini in fistula reledit, admoueaturs sphaerula spiritu plena aquae ebullienti, et in illam quoque mergatur, expecteturque, donec spiritus expansus ad summum usque ostium apertum peruenerit, aeremque obuium, antea fistula contentum, expulerit. tum claudatur hermetice os tubuli apertum.

4. Transferatur fistula clausa in cellam subterraneam, ibique per integrum diem relinquatur, et notetur punctum, quod subterraneo
fri.

frigore contractus spiritus in tubo attingit. idque punctum habeatur pro principio, unde sursum gradus caloris, deorsum gradus frigoris numerantur, utrius vero gradus magnitudo diametro vel semidiametro fistulae definiatur. et scala huiusmodi gradibus distincta ad latus tubi agglutinetur: sic *thermometrum methodo Florentinae academiae* erit compositum. v. rentam. Flor. pr. et ibid. addicamentum MVS. SCHENBROEKII p. 8. lq.

CONSECTARIUM.

XLI. Et hoc hinc, multa obstat, quo minus instrumentum, de quo dixi, mensuram caloris et frigoris uniformem suppeditare, et thermometri nomen iure ferre possit. nam et spiritus vini, quo repletur, non semper est eiusdem beatitudinis et subtilitatis, nec aer omnis, magna licet adhibita diligentia, potest eliminari, sed nec principium, gradus tam caloris quam frigoris numerandi, recte et uniformiter statuitur, ut alia impedimenta, experimentis cognita, nunc omittam. neque adeo hoc organo caloris vel frigoris aucti vel minuti mensurationem, sed qualemcunque tantum aestimationem suscipere licet.

SCHOLION I.

P. 10.) XLII. Olim etiam in usu erat thermometrum Drebbelii Batavi, (alii Roberto a Fluctibus inventionem illius tribuunt) ubi summum locum tenet sphaera A, aere referta, infra in fistula stagnat liquor colore tinctus, qui descendit, quando calore aer sphaera A contractus expanditur, et ascendit, quando aer

aure

intra sphaeram. *A*, frigore contrahitur. sed quia per apertum ostium *D* liquor sensim exhalat, et intra breve tempus in auras abit, insuperque pressioni aeris externi est obnoxius, ideo merito hoc genus thermoscopii obsoleuit. Exhalatio tamen spiritus vini nonnihil potest cohiberi, si eidem in uasculo *CD* stagnanti aliquot olei guttas affundantur, et orificium *D* ualde reddatur angustum.

SCHOLION II.

XLIII. Loco spiritus vini in Florentino recentiores nonnulli mercurium sine argentum nitrum, quippe mutationi non obnoxium, adhibent. Sed requiritur, ne pro thermometro mercuriali tubulus ualde angustus sit, ut expansio et contractio argenti utriusque facilius animaduervatur. conferenda haec sunt monita celeberrimi *Dn. DE LISLE* inserta miscellaneor. Berolinens. Tom. IV: p. 347. sq.

EXPERIMENTVM.

XLIV. Assumatur filum crassius cannabinum, uel chordae ex nervis animalium concortae portio, alteroque extremo intra uas aqua repletum immergatur, alterum extremum manu prebensum teneatur: quamprimum filum aquam nonnihil imbibit, aliquoties torquetur et reuoluitur, laxiusque et tumidius euadit, et una notabiliter abbreviatur.

CONSECTARIVM.

XLV. Funiculus igitur humore imbutus intumescit, et crassitie crescit, longitudine decrescit.

DEFINITIO VI.

XLVI. Hygrometerum, Hygroscopium
uel

uel *Notiometrum* uocatur instrumentum, cuius ope humiditatis et siccitatis aeris incrementa et decrementsa quodammodo aestimantur.

PROBLEMA V.

XLVII. *Hygrometrum componere.*

Resolutio prima. Chorda fidium crassior R. II.) ABF, tres pluresue pedes longa, altero extremo infixo parieti clauo B alligetur, ex altero extremo F pondus pendeat, quod chordam in rectam lineam extendit, ex indicem rectilinum EF gestat, chorda illa imponatur rotæ uel orbiculo AD circa axem mobili, e regione indicis EF parieti affigatur lamella GH, in quo duo tresue digiti in lineas suas diuisi sunt. Quando aer redditur humidior, intumescit chorda, et pondus F cum indice eleuatur, rursus, cum aer siccescit, prolongatur chorda, et pondus cum indice demittitur. (§. 44) itaque sursum index gradus humoris, deorsum idem gradus siccitatis aeris designat.

Resolutio secunda. 1. Ut chorda eo facilius humorem imbibat, immergatur liquori, quem *alcalicum* uocant, qui ex cineribus clauellatis in cetera humidiora aliquamdiu repositis exstillat, ibique per biduum relinquatur.

2. Exempta deinde chorda et clauo alligata, pondere appenso extendatur, et dum humida est, contorqueatur, et brachio horizontali ponderi et parieti applicato, retorsio chordæ impedia-

pediatur, eoque situ chorda ad fornacem exsicccetur, ut rigida et stabilis euadat.

3. Pareatur tubulus ligneus *AB*, pedis uel palmi longitudine, utroque extremo apertus; superiori extremo, tanquam axi orbis *DE*, super quo circulus in gradus diuisus descriptus est, applicetur. tubus ipse aliquot a latere foraminibus, per quae liber aer perspirat, instruatur,

4. Intra tubum *AB* portio chordae exsiccatae similis longitudinis inseratur, infra tunc firmata, supra in *A* globulus ligneus eidem chordae alligetur, qui retractionem chordae intra tubum impediat: praeterea globulo huic ligneo index leuis applicetur.

5. Quando humor aeris chordam ambientis hanc expandit, reuoluitur eadem, et index una sinistrorsum flectitur, atque ita gradus humoris signat, exsiccata uero chorda dextrorsum contorquetur, et indice eodem conuerso siccitatem aeris praenuntiat. (§. 44.)

SCHOLION I.

XLVIII. Plures modos tradunt anonymus gallus de barom. thermom. et hygrom. p. 57. sq. VALLEMONT physique occulte c. II. p. 223. sq. LEVTMANNVS instrum. meteorognostic. cap. 3. p. 113. conferantur selectae de barometris, thermometris et hygrometris observationes digestae a LOWTHORPIO epit. transact. philos. Vol. II. cap. 1.

SCHOLION II.

XLIX. Commendatur etiam a nonnullis manometrum, siue manoscopium, pro densitate et raritate aeris aestimanda, parato globo metallico aere uacuo, qui secundum hydrostatica principia (§. 23. hydrostat.) suspensus

pensus ex balance in aere, plus de sua gravitate amittit, cum aer est ponderosior, minus vero ponderis decrementsum patitur in aere leuiori. Verum enim vero, cum barometrum quoque, dum aeris maior minusue pondus indicat, manoscopia officium quodammodo praestet, (§. 12. hydrostat.) re maturius expensa, manoscopia parum utile esse deprehendo. conf. WOLFFII elem. aerometr. p. 279.

SCHOLION III.

L. Sed et anemoscopia exigua est utilitas, nam quaecunque hactenus huius generis instrumenta pro impetu aeris metiendo inuenta sunt, uotis nostris minime respondent, quia uel difficilem uel incertam reddunt uolentiae uentorum mensuram. conf. WOLFFII lib. cit. p. 320. LEVTMANNI tr. cit. cap. 4. In promptu sunt alia indicia multo clariora. aerem quidem esse intelligimus, cum ne folia quidem arborum agitatur. Motus uero uentorum gradus quatuor ex consilio IACOBI IVRINII ita commode constituuntur et distinguuntur. Ventus nempe mollis et debilis est, qui mixta folia et exiguos arborum ramos mouet, fortior merito putatur, qui ramos maiores, et maximos concutit, denique quartus et summus gradus est uolentiae uentorum, cum procella accidit, qua arbores uel franguntur, uel integrae, euulsae e terra radicibus, inclinantur et deiiciuntur. adde sis. quae dixi de hac re in collectione observationum astronomicarum et meteorologicarum a. 1729 edita §. 1. 2. a plustris magis uolubilis composita (F. 13). tionem docet LEVTMANNVS tr. cit. cap. 5. quam Figura 13. perspicue ob oculos ponit. nimirum uexillum a, ex lamina metallica paratum, supra pileolum b, infra annulo c instruitur, annulum et pileum copulat annulus ex altera parte, cui globus crassior e affixus est, ut suspensio uexillo ex pileolo, idem cum arcu et globo e seruet aequilibrium. tale uexillum fulcro ferreo cylindrico d sursum nonnihil acuminato pileo imponitur, et supra inferiorem annulum glaucus intruditur, ne a uento atrolli et deiici queat. ita factum lexissimo aeris motui obsequatur. de indice uerticali a plu-

stribus

stribus applicando, pro plagis uentorum melius discernendis, agit NICOL. BION in officina mathem. L. 8. c. 8.

SCHOLFON IV.

LI. *Ad mutationes, quae in aere eueniunt, pertinet uel maxime pluuiae et niuis casus. itaque operam dederunt rerum naturalium cultores, ut huius quoque quantitatem rite metirentur, de qua re nunc paucis exponam.*

DEFINITIO VII.

LII. *Hyetometrum* est instrumentum, cuius ope aquae pluuialis et niuis liquatae quantitas mensuratur.

PROBLEMA VI.

LIII. *Hyetometrum componere.*

Resolutio. 1. Ex laminis ferreis (F. 14. stanno obductis paretur quadratum A, cuius latus capit duos pedes; ipsum uero hoc quadratum continet pedes quadratos quatuor: quadrato imponatur margo octo altus pollices, et in angulo quadrati uno foramen fiat, cuius diameter duos pollices capit.

2. Huic foramini applicetur fistula ex similibus laminis facta B, cuius alterum extremum hiat in athenum uel uas cupreum C.

3. Quadratum A loco subdiali, situ nonnihil uersus foramen, cui fistula B annexa est, inclinato, ponatur et firmetur.

4. Cum igitur pluit, pluuia super hoc quadrato delapsa per decliue eius planum ruit in fistulam B et uas suppositum C. nix uero su-

per eodem quadrato liquatur ad fornacem uel focum, et aqua inde collecta seruatur.

5. Vt perspecta habeatur quantitas pluuiæ et niuis, pareretur cubus exiguus D, ex laminis metallicis, cuius latus duos capit pollices, et altitudo eius in singulas lineas diuidatur. Sit præterea etiam aliud uas amplius E ad manus; quod decem cubos tales minores continet.

6. Mox, postquam pluuiæ uel nix decidit, aqua in uase C stagnans, ex pluuiæ uel niuis collecta, primum mensura maiore E decem cuborum, deinde quod superest ultra decem cubo minore D mensuratur, et quando nec cubus minor impletur, huius lineæ aquæ infusæ altitudini respondentes notantur.

His numeris in diarium relatis, summa cuborum minorum altitudinem perpendicularem aquæ pluuiæ et niuis, quæ per mensem uel annum decedit, prodet.

Demonstratio. Quadratum hyetometricum latere suo 24 digitos, area eius $576 = 24 \cdot 24$ digitos quadratos capit, sed cubi parui basis 4 digitos quadratos, illius altitudo 24 lineas pollicis continet, comprehendit igitur cubus paruus $24 \cdot 4 = 96$ pollices prismáticos, quorum basis pollex quadratus, altitudo, lineæ æqualis est. quamobrem si area hyetometri 576 diuidatur per 96, fit $576 : 96 = 6$, siue, si ex sex cubis paruis, qui singuli prismata 96, pro basi pollicem et pro altitudine lineam habentia,

com-

comprehendunt, effundatur in arcam hyerometri aqua, reget illa totam arcam ad altitudinem unius lineae perpendicularem. Datus ergo numerus cuborum parvorum aquae per integrum mensem collectus diuisus per 6 quotus indicat altitudinem aquae, per totum mensem collectae, perpendicularem, lineis pollicis mensuratam. Veluti ponamus, aquam pluuialem toto mense delapsam esse 54, diuisa hac summa per 6, quotus dabit 9 lineas pro altitudine aquae.

CONSECTARIVM.

LIV. Si cubi aquei unius parui pondus cognitum habeatur, etiam pondus aquae, quae super pede quadrato, uno uel pluribus, uel etiam super area ampliore, delapsa fuit, innotescit. *conf. Comment. Ac. R. Paris. a. 1700. p. 7. add. dissert. de obseruatorio meteorologico §. 8.*

SCHOLION.

LV. Ex plurium annorum obseruationibus Parisiis habitis constat, mediam aquae pluuiæ, quae ibidem cecidit altitudinem esse 19 uel 20 digitorum. *Comment. Acad. Reg. a. 1701. p. 12. Vitembergæ sex annorum obseruationibus, 1728 – 1733, reperi mediam aquae pluuiæ altitudinem 18½ digitorum pedis Parisini.*

HYDRAULICA.

DEFINITIO I.

I. *Hydraulica* est ars fluida loco movendi.

CONSECTARIVM I.

II. Duo igitur hic explicandi sunt casus, nempe de fluido in altum tollendo, nec non de eodem ex uno loco in alium derivando.

CONSECTARIVM II.

III. Ut motus fluidorum in altum fiat, virtus externa necessaria est, quae pondus eorum vincat, eademque sursum propellat. Constat autem tum ex principiis hydrostaticae et aerometriae, tum experimentis notissimis, elevandis aquis vires sequentes applicari posse.

1. *Pondus aeris liberi*, siquidem extra dubium nunc ponere licet, aerem solo nativo pondere suo, columnam aquae minimum triginta pedibus rhenanis aequalem sustentare (§. 18. aerom.)

2. *Pressionem aeris condensati vel rarefacti*. utroque enim modo vis illius elastica crescit.

3. *Motum emboli*, quo aqua in fistula haerens protruditur.

4. *Haustra varii generis*, variisque a causis agitata.

5. *Aequilibrium aquarum* intra fistulas stagnantium. (§. 37. hydrostat.)

CON.

CONSECTARIVM III.

IV. Derivatio aquarum fit ex loco altiore in humiliorem, quoniam hæc fluidi natura est, ut, nisi vase quodam cœreatur, per declivem ruat. (§. 4. hydrostat.)

SCHOLION.

V. *Hydraulicam præ reliquis illustant CASP. SCHOTT in mechanica hydraulico-pneumatica, et in technica curiosa Lib. V. JOHN BATE mysteries of nature and art. Part. 1. DECHALES Tom. III. M. M. n. 18. B. HAMBERGERVS in diff. pecul. de hydraulica. IACOB LEVPOLD Tomis II. theatri machinarum hydraulicarum: ad uniuersam de motu fluidorum doctrinam spectant MARIOTTE Traite du mouvement des eaux, DOMINICI GUILIELMI NI aquarum fluentium mensura, nec non tractatus eiusdem de fluminum natura et proprietatibus. Tom. I. oper.*

PROBLEMA I.

VI. *Aquam siphone inflexo attollere.*

Resolutio. 1. Fiat siphon inflexus A (F. r. BC) cruribus inaequalibus: crus breuius AB in aquam stagnantem immergatur, crus uero longius BC extra aquam propendeat.

2. Ore ad C applicato subducatur aer, qui in siphone haeret, quo facto, aer, pondere suo aquam stagnantem premens, hanc in siphone ultra B attollet, (§. 3) quæ tamdiu per longius crus effluet, quamdiu orificium A aquis immersum est.

CONSECTARIVM I.

VII. Eandem ob causam, aqua siphone recto, qui uentre uel sphaera in medio instructus est, item guttulo, F. 2. 3. 4. ex uno vase in

aliud transfertur, modo pollex superiori orificio siphonis, postquam fluido repletus est, imprimatur, atque ita aeris accessus impediatur;

CONSECTARIVM II.

VIII. Siphones curvati tamdiu usum praestant, quamdiu altitudo perpendicularis, ad quam aqua attollenda est, 30 uel 31 pedes rhenanos non excedit. Olim, antequam huius effectus uera causa detecta esset, putabant philosophi, naturam uacuum abhorrere, et hoc uacui metu aquas ad quamcunque altitudinem prouocari posse. L. B. PORTA mag. nat. L. XIX. c. III.

PROBLEMA II.

IX. *Aquas antlia sugente extollere.*

F. 5.) *Resolutio.* 1. Intra puteum LM firmetur cylindrus AB ligneus uel metallicus, intus aequabili uel laeuigata superficie praeditus, cuius per os inferius apertum, uel per foramina aliquot, ima eius parte, qua aquis immersus est, facta, aqua putei ingrediatur.

2. Ultra aquae superficiem, aliquot pedum intervallo, ualuula C sursum mobilis in cylindro firmetur;

3. Supra ualuulam inseratur cylindro embolus D alneus, uel aeneus, illius cavitati respondens, aliquoties perforatus, superiori autem basi emboli corium crassum imponatur, et embolus a longurio FD pendeat.

4. Praeterea cylindro AB eo loco, ubi aqua
c pu

e puteo adducta debet effluere, fistula metallica uel lignea H applicetur.

5. Dum sursum trahitur embolus D aer infra eum descendere nequit, itaque inter embolum D et ualuulam C spatium aere crasso uacuum producitur, ideoque aer externus aquam in fistula stagnantem ultra ualuulam C pressu suo attollit. sed retruso embolo clauditur ualuula C, et aqua per foramina emboli, eleuato eius corio, ultra eum promouetur. Hoc fit aliquoties fiat, abundat aqua supra embolum D et per fistulam H profluit.

SCHOLION.

X. In antlia sugente praecipua esse cura debet, ut ualuula cum inferior, cum ea, quam embolus gestat, recte sit fabricata. fiunt autem ualuulae eiusmodi uel aeneae uel lignae has praeprioribus usus ap. (F. 6. 7. 8. probauit in machina Marlyensi; sit nempe capsula lignea perforata, foramini ualuula clauis affigitur et impanitur ex duplici corio facta, cui duplex circulus ferreus imminet, qui curuationem corii impedit: similiter etiam emboli alnei corio uestiti ibidem adhibentur, quemadmodum pluribus docui in descriptione machinae Marlyensis cap. I. §. 7. 8. de ualuulis antliarum ex instituto agit LEVPOLD T. I. cap. X.

PROBLEMA III.

XI. *Aquas aere condensato extollere.*

Resolutio. Paretur uas cupreum sphaericum uel cylindricum AB, in eodemque fistula angusta CD, fundum uasis tere attingens firmeretur. Deinde aqua infundatur, ut duae partes tertiae repleantur. Porro ope antliae pneumaticae, uel syringe aut siphone quocun-

que, ad os D applicato, aer intrudatur. Cessante pressione emboli siphonis, aer ita condensatus liberius statim sese expandere nititur, atque ita aquam subiectam per foramen D magna celeritate extrudit.

PROBLEMA IV.

XII. *Fontem Heronis componere.*

F. 10.) *Resolutio.* 1. Cylindrus AB ex laminis ferreis stanno obductis paratus, supra et infra margine instructus, diuidatur diaphragmate CD in duas partes.

2. A basi superiore fere usque ad partem imae fundum fistula EF, diametrum trium uel quatuor linearum habens, et per diaphragma CD penetrans, ponatur.

3. Ex inferiore receptaculo L alia fistula similis amplitudinis GH, quae fere orbem superiorem attingit, firmetur. in eodem receptaculo superiore etiam alia fistula angustior IK, duobus digitis ultra marginem eminens, et parte ima fere ad diaphragma usque continuata, collocetur.

4. Infundatur aqua per canalem EF, quae fere repleat inferiorem partem CB, dein, inuerso cylindro, illa per fistulam GH influat in partem superiorem AD, ut inferior parua vacua et tantum aeris plena sit.

5. Infundatur porro aqua in superiorem cylindri partem, haec descendet per fistulam EF, et quia aer collectus in cylindro CB exire nequit, premitur idem pondere aquae in fistu-
la

la EF hærentis; aer pressus ascendit per fistulam HG, in partem superiorem AD, ibique comprimit aquam, ut per fistulam IK profiliat.

CONSECTARIVM.

XIII. Quia aqua per E infusa tantum aerem premit, non confunditur cum fluido in AD, ideoque stagnante uino in AD, et aqua per E affusa, uinum merum per foramen K expellitur.

SCHOLION.

XIV. *Excogitati sunt etiam alii modi, quibus aqua aere compresso extollitur, sed quia usum exiguum habent, libens eosdem prætermitto. v. SCHOTTI hydraul. p. 213. LANIS Mag. N. et A. T. II. L. 5. c. 3.*

PROBLEMA V.

XV. *Aquam aere rarefacto attollere.*
(F. II.)

Resolutio. 1. Vas cylindricum cupreum AB (ex laminis crassioribus factum, ut uim aeris expansi ferre possit,) diaphragmate CD in duo receptacula diuidatur, superiori parti angusta fistula EF inseratur, in eademque parte fiat alia fistula GH, utrimque aperta, a diaphragmate CD fere ad orbem superiorem producta.

2. Repleatur utraque pars aquis ultra dimidium, et uas imponatur carbonibus, ut aer contentus incalascet et expandatur, quod dum fit, aer pellit aquas cylindri CB, ut in partem superiorem per fistulam HG ascendant, et aer in AD residuus similiter expansus aquam per fistulam EF extrudit.

SCHO.

SCHOLOIN.

XVI, Similis effectus cernitur in aeolipilis, quarum etiam VITRUVIUS meminit Lib. I. c. 6. ubi aqua ignibus in vapores expansa et aeri permista magno strepitu per angustum foramen erumpit. Alia artificia huius generis SCHOTIUS p. 226, 256. et HAMBERGERUS d. hydraul. p. 32. 68. commemorant. sed cum haec omnia ad aquam maiore copia altius attollendam inutilia essent, Thomas Savery et Dionysius Papinus monstrare annisi sunt, aerem calore expansum, aqueisque vaporibus turgidum, mouendis ad insignem altitudinem aquis omnino idoneum esse. Savery de hoc argumento librum anglico sermone, *the miners friend*, Papinus alium sub titulo: *ars nova ad aquam ignis adiuviculo efficacissime elevandam*: divulgavit. cumque etiam haec inuenta variis imperfectionibus laborarent, et eiusmodi machinae hydraulicae igni animatae difficulter nec absque periculo regerentur, non admodum in pretio fuerunt, donec circa annum 1724 aliam viam inivit Anglus quidam, quippe qui aerem expansum non adhibuit ad protrudendas altius aquas, sed ad attollendum saltem embolum, uocati cuidam annexum, cuius uectis alteri extremo emboli antliae sugentium copulatur. nam postquam embolus aere igni distento elatus est, clauso abeni, unde prodiit, ostio, aquam frigidam in cylindrum, in quo embolus agitur, immittere docet, quae calorem et expansionem vaporis subito tollit, et efficit, ut aer embolo incumbens hunc magna cum uelocitate in spatium ab aere et aqua vacuum retrudat, atque ut uila antliae sugentes aquas ex putea hauriant. His principiis nititur compositio machinae, qua ante aliquot annos Londini aquae Tamesis eleuantur, de qua pluribus dixi in tractatu de machinis hydraulicis toto terrarum orbe maximis. cap. 4.

PROBLEMA VI.

XVII. *Aquas pressu emboli extollere.*

Resolutio. Siphonis AB, cui embolus C, F. 12.) illius cavitatem exacte implens insertus est,

est, extremum angustius A immergatur aquis et embolus adducatur, quia sic spatium in siphone aere uacuum relinquitur, idem occupabit aqua, sed retruso celeriter embolo aqua per foramen A magna ui in altum prorumpit.

PROBLEMA VII.

XVIII. *Siphones pro extinguendis incendiis fabricari.*

Resolutio. 1. Fiat ahenum prismati (F. 13. cum AB. in eodemque firmentur cylindri aerei CF, DE, infra instructi ualuula intra cylindrum aperienda.

2. Annectantur his fistulae H, G, iidem ualuulis instructae, quae in unam I abeunt, cuius pars extrema IK in angustum foramen desinit, et in omnes plagas facile torqueri potest.

3. Intra cylindros CF, DE, emboli prementes, illorum cavitatibus rite aptati, collocentur, qui longo uectre LM mouentur.

Liquet enim, adducto embolo alterutro, spatium in cylindro uacuum ab aqua statim repleri, sed retruso embolo ualuulaque inferiore clausa, aqua magna ui in fistulam HI protruditur. cumque duo sint cylindri et emboli, unus haurit, dum alter premit, adeoque ita motus et eiectio aquarum continuatur. *conf.* LEVPOLD T. I. §. 223.

PROBLEMA VIII.

XIX. *Antlias prementes fabricari.*

Resolutio prima. Cylindrus AB erigatur
in

in aquis, ut hae per inferius orificium libere in eum possint assurgere. haud procul a superficie aquarum in cylindro stagnantium ualuula sursum mobilis ponatur; ultra eam cylindro recto alius FG iungatur itidem ualuulam F gestans, denique in cylindrum embolus premens, qui cauo cylindri responderet, inferatur. nam, hoc adducto, aqua ultra ualuulam E ascendit, sed embolo retruso illa per fistulam FG ad magnam altitudinem potest extolli.

F.15.) *Resolutio secunda.* In puteo firmentur duo cylindri, minor AB intra aquam reconditus, et longior CE ; quos alius CB iungit. in maiore paullo ultra aquae superficiem ualuula D sursum mobilis ponatur, in minorem cylindrum AB inferatur embolus perforatus ita factus, ut dum sursum adducitur, corium inferiori parti incumbens a foraminibus emboli retrahatur, et aquae delabenti uiam faciat; reducto autem eodem, aqua delapsa ui ultra ualuulam D attollitur.

F.16.) *Resolutio tertia.* Cylindrus AB altero extremo A in aquis stagnantibus pendens firmatur, superiori extremo B fistula BC ualuula sursum mobili instructa iungitur, embolus uero perforatus (uel ualuula instructus) et corio in F rectus inferius orificium cylindro AB inferitur, et quadrangulo ex ferreis lateribus facto, quod longurio G attrahitur et demittitur, imponitur. nam demisso embolo aqua in cylindrum ingreditur, reducto eodem premitur.

mitur, ut per fistulam BC ascendat. Vocatur haec antlia gallis *inversa pompe renversée*.

SCHOLION

XX. Nihil addo de viribus, quibus emboli in his antliis agitantur. nam per se patet, posse eos rotarum axibus applicari, rotae autem aqua, vento, uel iumentorum hominumue opera circumaguntur, prouti huius generis plurima et uaria exempla in theatris machinarum explicantur. Quod si hae vires sufficiant, antliis prementibus aquae ad aliquot centum pedum altitudinem possunt extolli. Id uero non uno sed diuersis baustibus debet praestari. Siquidem longius et per inaequalem soli superficiem, per ualles nempe et colles contris ferreis, qui articulis iunguntur, et lignis uel libribus circa axem mobilibus sustentantur, motum continuare licet. quemadmodum egregia machinae marlyensis artificia a me peculiari tractatu plenius descripta docent.

PROBLEMA IX.

XXI. *Aquas baustis extollere.*

Resolutio. Haustra cylindrica uel prismatica funibus uel catenis connexa, rotae, aquarum fluentium impetu circumactae, uel peripheriae, uel tympanis aut axibus peculiaribus imponantur, quae dum unaeum rota reuoluuntur, infra aquam stagnantem hauriant, supra inuersae denuo effundunt.

SCHOLION.

XXII. Seruiunt etiam huic usui rosarium, quod uocant, nec non receptacula uel canales intra rotas uel tympana in orbem mobilia reconditi. de quibus ex instituto exponunt BOEKLER. *theatr. machin. fig. 114. sq.* LEVPOLD T. I. c. 5-9.

PRO.

PROBLEMA X.

XXIII. *Aquam ope aequilibræ earundem in fistulis connexis extollere.*

F. 17.) *Resolutio.* Cum receptaculo aquarum A connectatur fistula AB, huic alia BC horizontalis iungatur, et huic fistula verticalis DC imponatur; aqua delapsa per AB ascendet in fistula DC, ita ut perpendiculara AB et DC sint aequalia. (§. 37. hydrostat.)

CONSECTARIVM I.

XXIV. Si receptaculo aquarum in E applicetur fistula EF, eademque continuetur in H, in eum nempe locum, ubi aqua debet profiliere, et ibidem angustior fistula HI imponatur, ex hac fere ad eam altitudinem aqua erumpet, ad quam delapsa est, nam omnino altitudinem EF assequi nequit, quia in liberum aerem extrusa non solum proprio pondere retrahitur, sed etiam ab aere incumbente nonnihil impeditur. Derivatio autem aquarum in fistulis continuatis etiam per solum inaequale potest fieri, modo collum intermediorum altitudo minor sit ea, per quam aqua ex receptaculo delapsa fuit.

CONSECTARIVM II.

XXV. Si fistula, in qua aqua receptaculo defluens ampliorem diametrum habeat, et aqua eam ubique repleat, in fine eidem angustae fistulae perpendiculares plures iungi possunt, ut diuersis in locis aqua per has profiliat.

CON-

CONSECTARIVM III.

XXVI. Quando extremis fistularum Hⁱa-
perturae diuersimode figuratae imponuntur,
aquae quoque salientes multiplices spectatuque
iucundas figuras assumunt. sed et alia plurima
artificia inuenta sunt, quibus aquarum salien-
tium spectaculum delectabilius redditur, qua-
lia passim in principum europaeorum hortis,
inprimis in Versaliensibus cernuntur, quae se-
paratis libris imaginibusque descripta pro-
stant.

SCHÖLION.

XXVII. *Observationes utiles pro fistulis, per quas
aquae derivantur, recte ordinandis et conservandis
tradunt NICOL. VOIGTEL geometr. subterr.
p. 161. sq. et LEVPOLDVS theatr. mach. hydrotech-
nicarum. cap. 12-17. Sed quia in hac praxi ante omnia
constare debet, quantum locus, ex quo aqua ducitur,
altior sit illo, ubi profilire debet, iam de arte libellandi
quae hunc in finem inuenta et hodie diligentius exculta
est, explicandum venit.*

DEFINITIO II.

XXVIII. *Libratio* dicitur praxis, qua
quaeritur, quantum unus superficiei terrae
locus plus minusue altero distet a centro
terrae.

CONSECTARIVM I.

XXIX. Quando ergo libratio superficiei (F. 18.
inter A et B suscipitur, quaeritur linea AD, siue
differentia distantiarum utriusque puncti extre-
mi a centro terrae, nempe AC et BC.

CONSECTARIVM II.

XXX. Haec differentia cognoscitur cum di-
stantia

stantia duarum horizontalium linearum in puncto utroque A et B designatarum. (§. 3 et 4 mechan.) ideoque ad exercendam hanc praxin necessaria sunt instrumenta, quae lineam horizontalem et uerticalem absque errore indicant, qualia *libellae* uocari solent.

CONSECTARIUM III.

XXXI. Optima autem libella est, quae pendere ex filo longiore pendente instruitur, siquidem pondus libere suspensum semper monstrat lineam uerticalem, ad quam horizontalis normalis est, (§. 5. mechan.) et quando filum longius extenditur, illius aberratio a uerticali situ facilius potest deprehendi.

SCHOLION.

XXXII. Idem experientia hodie confirmant. Itaque *PICARDVS*, qui librationis artificium diligentius excoluit, similem libellae formam ceteris praefert. addit praeterea telescopium, ut puncta distantiae remotiora certius conspiciantur. v. tr. et. gall. de libratione, add. L. C. *STVRMII* tr. germ. *Von Wasser-Waegen* Aug. V. 1785. f. §. 6. et *LEVPOLDI* T. M. hydrotechn. cap. 4. eiusdemque tr. pecul. de libellis. ubi de uaria libellae compositione copiose edisseritur.

PROBLEMA XI.

XXXIII. Libratione differentiam altitudinis locorum inuenire.

Resolutio. Casus 1. Quando distantia locorum non multum excedit 30, uel 40 pert. (F. 19.) cas.

1. Ponantur in utroque extremo lineae B et D baculi perpendiculares AB, ED, medio autem

2. Mensurentur diligenter altitudines baculi AB, ED, et minor a maiore detrahatur, residuum dabit differentiam distantiarum locorum pactam.

Casus 2. Quando locorum distantia maior est
pervicis. (F. 20.

2. In medio huius intervalli libella colloca-
 tur, et, visu per dioptras directo, puncta F et
 definiantur, et altitudines eorum FG, IK
 pugillaribus annotentur.

3. In sequenti linea OM simile interval-
lum

Im assumatur, inuentisque libella punctis O et M, etiam horum altitudines OI et MP mensurentur.

4. Addantur separatim altitudines superiores FG + OI, item inferiores IK + MP, et summa earundem differentia subtractione minoris a maiore quaeratur, haec iterum differentiam distantiae punctorum G et P a centro terrae patefaciet.

Idem praeceptum obseruetur, quamdiu portio illius tractus, cuius libratio suscipitur, superest.

Demonstratio. Cum lineae FK et OM pro ueris horizontalibus habentur, $IK - FG = GR$, et $MP - OI = RH$, (§.77. geom.) ergo differentiarum summa $GR + RH = GH$ dabit differentiam quaesitam, siue enim singula quanta minora a singulis maioribus, siue minora collecta ab aggregato maiorum subducas, semper posterius residuum summam priorum residuorum uel differentiarum particularium proferet.

SCHOLION. I.

XXXIV. Sed ut descriptio ichnographica illius tractus, in quo facta fuit libratio, fieri queat, etiam distantias stationum cum angulis, quos lineae stationum continent, mensurare oportet. Cautelas in hac praxi obseruandas cum auctores, quos laudauimus, passim afferunt, tum exercitatio et usus quemlibet geometriae et opticae peritum facile poterit edocere. Praestantissima Libellationis rite peractae exempla geometria subterranea subministrat, quippe quae inprimis etiam in hunc finem comparata est, ut discrimina distantiae locorum

a centro terrae accurate cognoscantur. sed de hac arte peculiari libro a me olim fusius actum et explicatum est.

SCHOLIUM II.

XXXV. Inter machinas hydraulicas utiliores, quibus aqua lapsu per planum inclinatum in altum tollitur, merito refertur COCHLEA ARCHIMEDIS, siue fistula cochleatim circa axem ducta, de qua pauca nunc superaddam.

PROBLEMA XII.

XXXVI. Aquas cochlea Archimedis (Wasser-Schnecke, Wasser-Schraube) extollere.

Resolutio. 1. Assumatur axis ligneus (F. 21. AB, sicut pollicum diametrum, longitudinem octodecim pedum habens, ipsique cochleatim imponantur asseres paralleli intervallo novem pollicum, et tantundem supra axem eminentes, caua uero, quae his includuntur, aliis assibus tegantur, horumque talis fiat coactio, ut aquam intus motam rite contineant.

2. Axis supra instruaturs manubrio BC, infra fulcrum A supponatur.

3. Extremum inferius aquis immergatur, ut haec in cochleae cauum foramen inferius illabatur. superior uero pars B sic supra horizontalem lineam eleuetur, ut lineae AFB forment triangulum rectangulum Pythagorae, ubi $BC = 3$ $AF = 4$ $AB = 5$ partibus, hic enim fitus iudicio VITRUVII L. 10. c. 11. motui huius machinae est aptissimus.

4. Rotata ope manubrii cochlea, aqua per A delapsa semper per decliue uel inclinatum

planum demittitur, et ita sensim usque ad extremum B attollitur.

SCHOLION.

XXXVII. Cocleam sic compositam simplicem uel duplicem utilem esse ad aquas parua ni eleuandas experientia loquitur. ex ligno paranda est, ne pondus eius motum difficilem reddat. Si ad maiorem altitudinem aquae sint extollendae, pluribus cocleis utendum. nam luctant operam, qui eam situ erectiore collocare, et sic una coclea aquam altius prouebere capiunt. conferantur huc monita LEVPOLDI T. M. hydraul. T. I. c. 4.

ARCHITECTURA CIVILIS.

CAPVT I.

DE FIRMITATE AEDIFICIORVM.

DEFINITIO I.

I. *Architectura civilis* est scientia regendi operas fabrorum, qui aedificiis extruendis adhibentur. dicitur enim ἀρχιτέκτων quasi ἀρχων τῶν τεκτόνων, siue fabrorum maioriariorum praefes.

CONSECTARIVM I.

II. Cum autem accurato VITRVVII L. I. c. 3. iudicio aedificia ita faciendū fiat, ut ratio firmitatis, utilitatis et venustatis habeatur, oportet

Fig Hydrostat. Tab. XXIX.

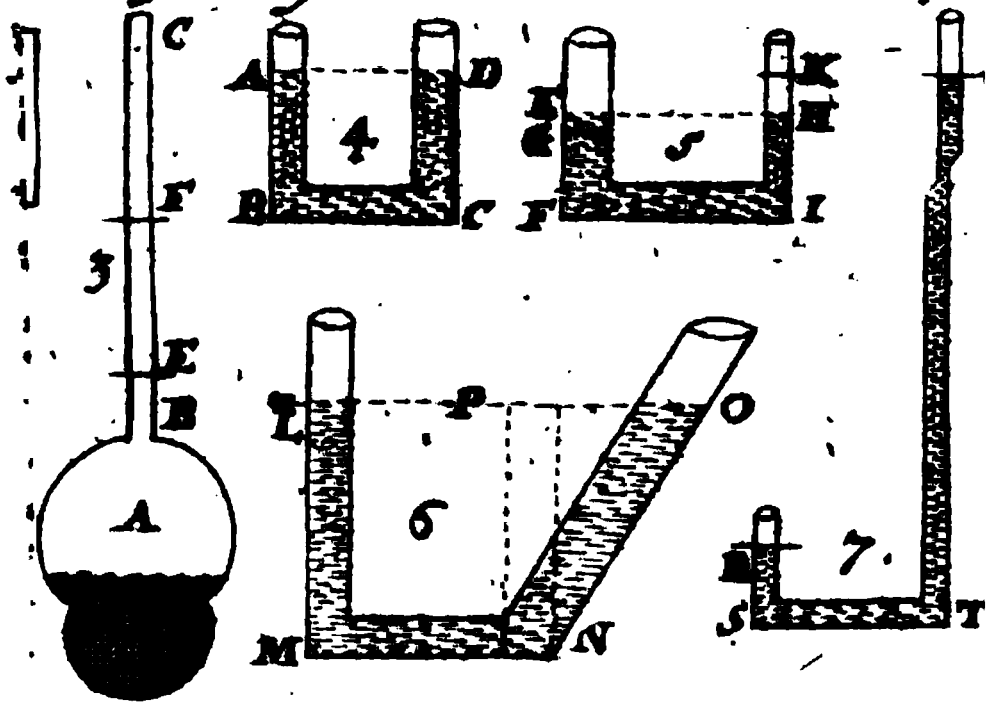
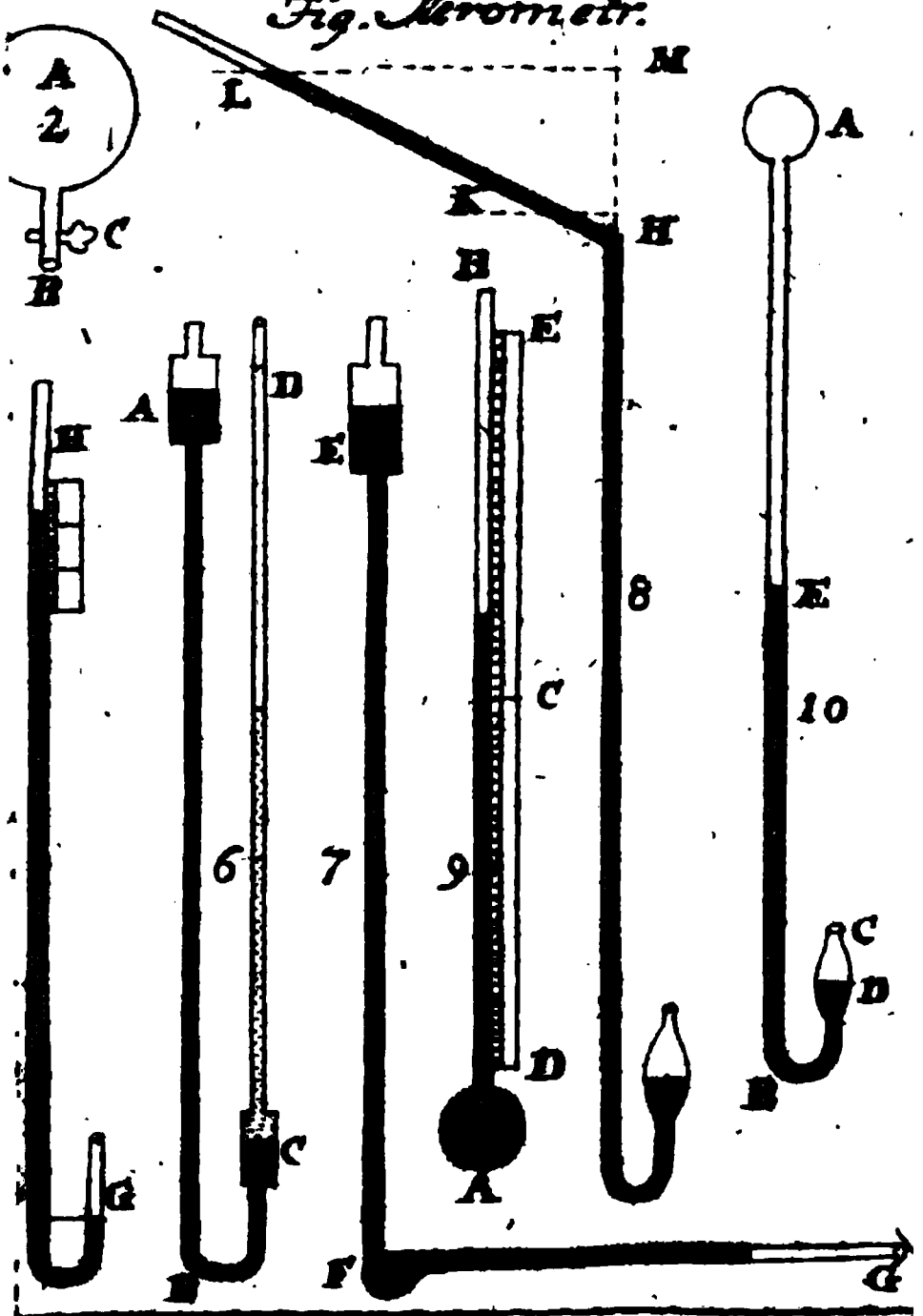


Fig. Aerometr.



planum demittitur, et ita sensim usque ad extremum B attollitur.

SCHOLION.

XXXVII. Cochleam sic compositam simplicem vel duplicem utilem esse ad aquas parua in eleuandas experientia loquitur. ex ligno paranda est, ne pondus eius motum difficilem reddat. Si ad maiorem altitudinem aquae sint extollendae, pluribus cochleis utendum. nam ludunt operam, qui eam sita erectiore collocare, et sic una cochlea aquam altius prouebere cupiunt. conferantur huc monita LEYPOLDI T. M. hydraul. T. I. c. 4.

ARCHITECTVRA CIVILIS.

CAPVT I.

DE FIRMITATE AEDIFICIORVM.

DEFINITIO I.

I. *Architectura civilis* est scientia regendi operas fabrorum, qui aedificiis extruendis adhibentur. dicitur enim ἀρχιτέκτων quasi ἀρχων τῶν τεκτόνων, siue fabrorum materialiorum praefes.

CONSECTARIVM I.

II. Cum autem accurato VITRVVII L. I. c. 3. iudicio aedificia ita facienda sint, ut ratio firmitatis, utilitatis et venustatis habeatur, oportet

Fig Hydrostat. Tab. XXIX.

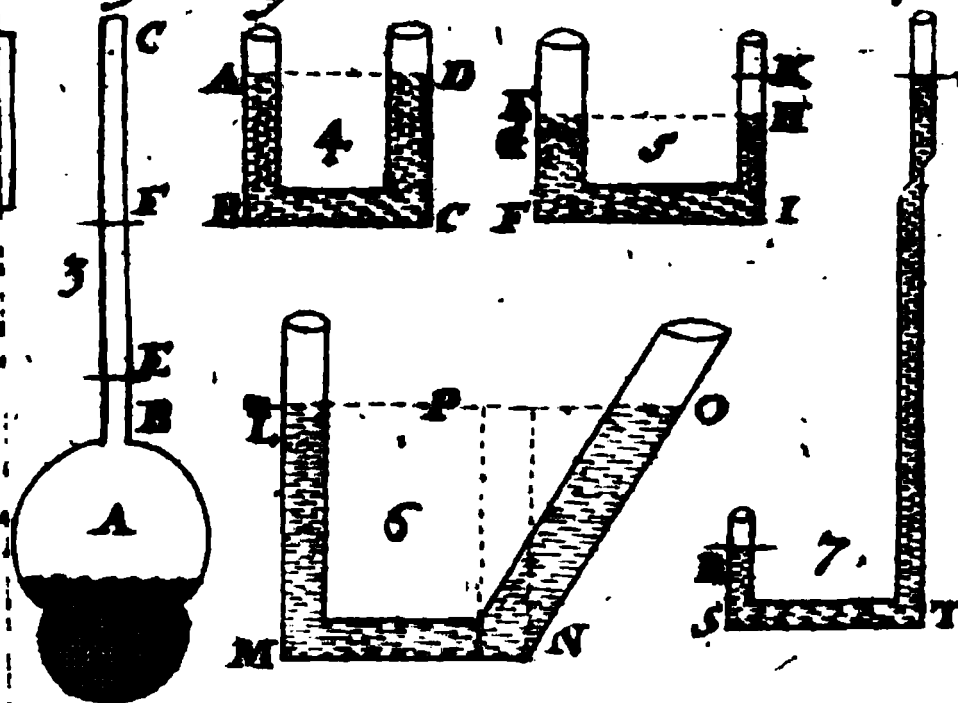
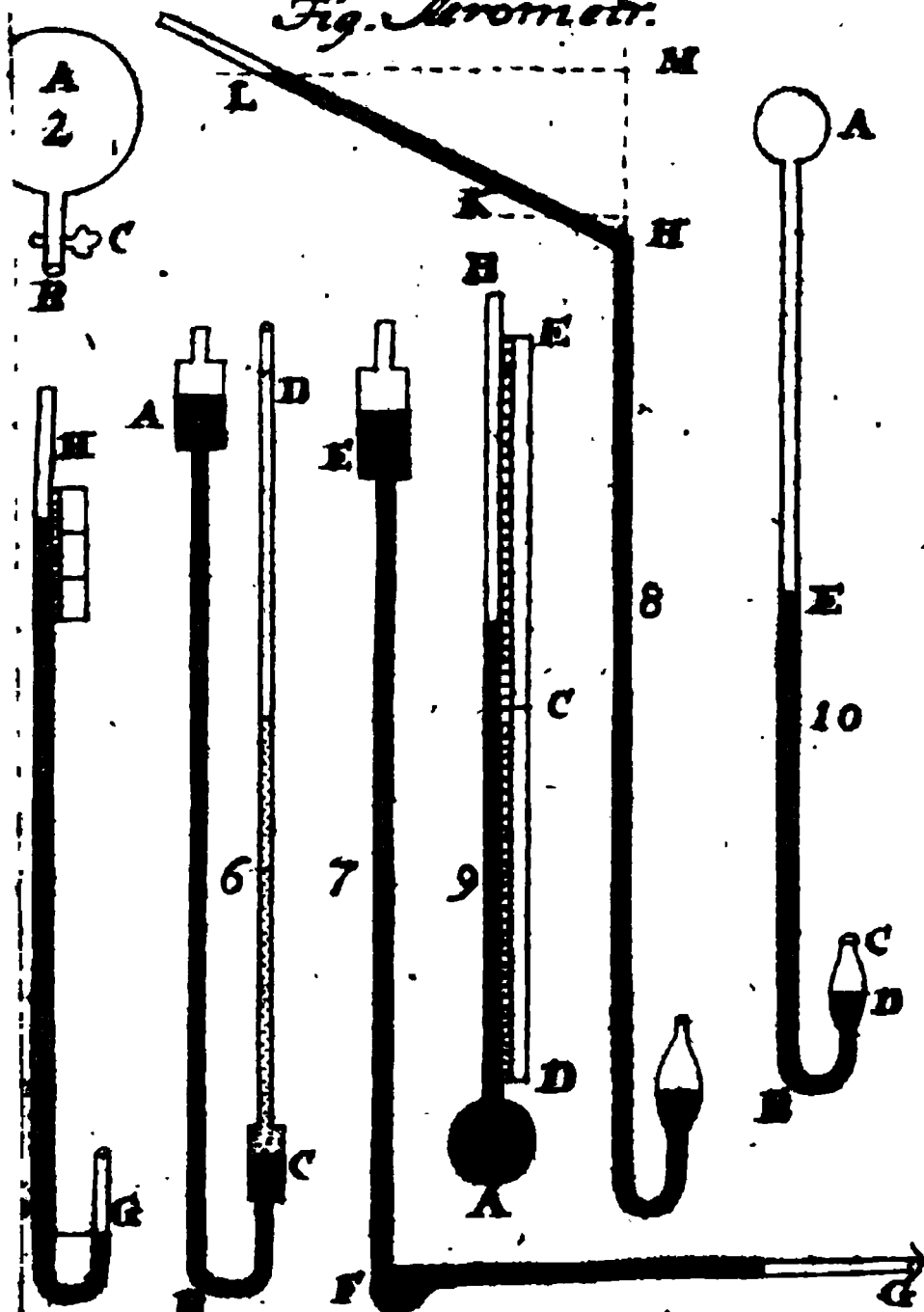


Fig. Aerometer.





5

6

7

SCHOLION II.

VI. Ceterum elementa architecturae in hoc opusculo sic traditurus sum, ut veritates, tam primas quam secundas, problematibus quibusdam comprehendam, quae praecipuas argumentorum classes simul ob oculos ponant. Cum enim pleraque hic axiomata experientiae fide vitantur, et theoremata ex illis sine longae demonstrationis ambage elucescant, separatam singulorum declarationem minime necessariam esse arbitror.

PROBLEMA I.

VII. *Veritates de delectu materiae aedificiorum explicare.*

1. Lapides fossiles, figura parallelepipedii, citius longitudo dupla altitudinis, basis autem quadrata est, *quadrati* vocantur. Duriores, modo ferro latomi cedant, sunt optimi.

2. Post quadratos lateres encri (*testas VSTRVV. L. 2. c. 8.* vocat. lateres enim ad solem ficcabantur,) laudantur. hos ex terra argillacea tam solidos parare norunt Hollandi, ut plateis con sternendis inserviant.

3. Caementa, quae figuram prismatis rectanguli non admittunt, structuras reddunt infirmiores, quoniam accurate coniungi nequeunt. ut igitur murorum soliditati prospiciatur, illi crassiores fieri, et anguli quadratis lapidibus claudi debent.

4. Ligna, quantum licet, ab aedificiis remouenda. quae autem adhibentur, sint probe exsiccata, media hieme, dum arbores frigore constrictae sunt, in sylvis densioribus caesa. Nonnulli etiam huius decrepantis phasim observa-

veteris Romanorum architecturae uel reliquias, uel praecepta, a Vitruuio posteris tradita, luculenter probant, eosdem opera et solida et perquam ueniusta, aetate imprimis Augusti, crexisse. Medio aetate, artibus, ad ornandam architecturam necessariis, maxime, nimirum, pictura et sculptura, penitus neglectis, aedificia quidem magna et solida passim in Europa exstructa sunt, sed inuenusta omnino, et quodammodo deformia. qualis architectura Gothica, quippe Gothis maxime usitata, uocari solet. Secula XVI primum in Italia et Gallia, artifices architecturae romanae exempla sibi imitanda proposuerunt, et genuina artis principia restaurarunt, quo uouissime laudem merentur Donatus Bramantes, Leo Baptista Alberti, Sebastianus Serlius, Andreas Palladius, Jacobus Barozzius de Vigola, Michael Angelus, Vincensius Scamozzius, et alios, qui secuti sunt, nunc omitam. Inter scriptores architectonicos hodie imprimis commendandi, **M. VITRUVII** de architectura libri X. editi a Io. Laet. Amstel. 1672. f. in lectione Vitruuii adhibendum **BERNARDINI BALDI** opus (de uerborum Vitruuianorum significatione. Aug. V. 1612. 4. sed praestantissimus in Vitruuium commentarius est **CLAUDII PERRALTI**, sub tit. les dix livres d'architecture de Vitruue par Mr. Perrault, Paris. 1684. f. prostat etiam eiusdem architecturae generale de Vitruue reduite en abrege. Amstel. 1681. 12. pulchra est introductio architecturae; quam didit superiore saeculo **A. C. DAVILLER** sub tit. l'architecture de Vitruue avec les commentaires du Sr. Dauiler. german. ed. L. C. Sturm Amstel. 1699. 4. Architecturam in scientiae uel disciplinae formam redegit **NIC. GOLDMANN**, in der Wissenschaft der Civil-Baukunst. ed. a. L. C. Sturmio, cum corrigationibus Lips. 1708. f. mai. idem **STURMIUS** uberiores in Goldmannium commentarios uoluminibus XVI edidit. 1715. 1718. 1721. August. V. f. specialium auctororum scriptorum infra fiet mentio. pleniorum catalogum scriptorum architectonicorum dedit **STURM** in L. cui 11. Vademecum architectonicum. p. 81. sq.

SCHOLION II.

VI. Ceterum elementa architecturae in hoc opusculo sic traditurus sum, ut veritates, tam primas quam secundas, problematibus quibusdam comprehendam, quae praecipuas argumentorum classes simul ob oculos ponant. Cum enim pleraque hic axiomata experientiae fide vitantur, et theoremata ex illis sine longae demonstrationis ambage elucescant, separatam singulorum declarationem minime necessariam esse arbitror.

PROBLEMA I.

VII. *Veritates de delectu materiae aedificiorum explicare.*

1. Lapides fossiles, figura parallelepipedii, cujus longitudo dupla altitudinis, basis autem quadrata est, *quadrati* vocantur. Duriores, modo ferro latomi cedant, sunt optimi.

2. Post quadratos lateres encti (*testas VSTRVV. L. 2. c. 8. vocat.* lateres enim ad solem ficcabantur,) laudantur. hos ex terra argillacea tam solidos parare norunt Hollandi, ut pluteis consterneendis inserviant.

3. Caementa, quae figuram prismatis rectanguli non admittunt, structuras reddunt infirmiores, quoniam accurate coniungi nequeunt. ut igitur murorum soliditati prospiciatur, illi crassiores fieri, et anguli quadratis lapidibus claudi debent.

4. Ligna, quantum licet, ab aedificiis removenda. quae autem adhibentur, sint probe exsiccata, media hieme, dum arbores frigore constrictae sunt, in sylvis densioribus caesa. Nonnulli etiam hunc decrescens phasin observa-

re iubent. sed GAVTIER *rr. des ponts et chaussées* p. 51. narrat, se, dum in Pyrenaeis montibus commoraretur, expertum esse, eiusdem bonitatis ligna tota hieme; luna omnino neglecta, caedi, et in eo saltem discrimen esse, quod quae in montosis, uel planis et sabulosis locis rardius nata erant, diu integra, absque uermium erosione perstiterint, cum illa, quae in uallibus breui succreuerant, uermes intra paucos annos producerent; idque de abiete imprimis sibi constare testatur.

5. Ligna, antequam construuntur, ango minimum loco secco debent asseruari, ut siccescant, alias contractio et exsiccatio eorum rimas et alia incommoda producit.

6. *Quornum* lignum praestat ceteris omnibus. *obietinum* post idem, ob rectitudinem et longitudinem aestimatur. *alpinum* in locis uodosis et intra aquam distissime durat. conf. de proprietatibus lignorum. VITRUVIVS, L. 2. c. 9.

7. Calx ex ustis lapidibus duris facta firmiter necit lapides. debet autem aqua resoluta uel exuncta biennio in loco humido asseruari, ut tenacior euadat. Calx lapidem molliorum trullitioni siue tectorio intra aedificia seruit, humorem enim ferre nequit.

8. Arena fossilis pura, lapillis crassioribus destituta, acris tamen, nec nimis minuta, optima. tres arenae partes, cum una calcis miscentur pro materia, quam Vitruuius II. 5. uocat, uel colla.

9. Tectis

13. Tigilla tecti tres lati pollices, quibus lateres (longi 15 pollices) adhaerent, ultra tres vel sex ad summum digitos non remoueantur.

14. Inter aedes proximas murum intergerinum, qui sex pedibus ultra tectum eminet, collocasse, insignem utilitatem ad incendiorum progressum cohibendum praestat.

SCHOLION I.

IX. *Ad firmitatem murorum spectant etiam fornices siue arcus, siquidem tales non solum in muris continuis, pro augenda eorum soliditate, per intervalla fiunt, sed etiam ad tegendas portas, fenestrasque, nec non ad integram concamerationem sub pontibus, in templis et alibi construendam valent. praecipua de illis est regula, ut lapides instar cuneorum praeparantur, ipsaque eorum plana inclinata accurate iungantur, sed cum arcuum variae figurae esse possint, et cunei lapidei, tum pro arcuum, tum pro loci, in quibus ponuntur, diuersitate, inclinationem mutant, peculiaris hodie ars excogitata est, pro cuneis illis rite conformandis, quae sectio lapidum vocatur. extat de eadem opus integrum subtili ingenio elaboratum FRANC. DERAND sub tit. architecture des Voutes. postea praecpta artis in compendium redegerunt DESARGES et ABR. BOSSE, quorum libri etiam in germanicum idioma uersa prostant. sed haec doctrina ampliore tractationem postulat, et breuiter absque obscuritate tradi nequit. nonnulla etiam praecpta modulis, et exemplis corporeis melius declarantur. conf. DE CHALES T. 2. p. 619. DAVILER p. 211.*

SCHOLION II.

X. *Ars tignaria, quae texturam trabium et tignorum docet, facilius intelligitur, si uel in ipso praesentem ducantur tirones, et modus conrigationem faciendi ita monstretur, uel proponantur illis, imagines ampliores et distinctius elaboratae. quales in IO. WILHELMII architectura civili; germ.*
No

Norimb. a. 1668. f. ex I. IAC. SCHVBLERI Zimmermannus-Kunst. Norimb. 1731. f. exhibentur. nonnulla etiam, quae huc pertinent, afferunt, MPE T dans la manière de bâtir pour toutes sortes des personnes p. 102. DAVILER p. 184. STURM append. Goldmanni p. 70.

PROBLEMA III.

XI. *Explicare regulas pro fundamentis solide ponendis.*

Resolutio. 1. Inquirendum est in conditionem soli, fodiendo terram, uel adigendo in eandem palum ferrea cuspidem munitum, considerandoque, utrum palus pulsibus aequaliter cedat.

2. Petra sine dubio fundamentum tutissimum praebet. succedit crassius sabulum et terra nigra. limosum uero et paludosum solum arte solidandum est.

3. In limoso et argilloso solo, nec non in arena subtili et lubrica, sufficit robusta cratis, tignis quernis colligata, suppositisque palis incumbens. spatium inter tigna medium, silicibus coementisque repletur, et primum lapidum fundamenti cubile limo intermisso iungitur, ne nimirum calx ligna arrodatur.

4. In palude fundamentum iacturus, primo omnium adacto palo ferrato terrae molis altitudinem inuestigare debet, et prout illa lubrica magis minusue est, ita etiam plures uel pauciores pali, trium, quatuor, pluriumue pedum distantia, intrudendi, quorum capita tignis deinceps copulantur. pro palis in linea recta

cta infigendis machinas explicat LEVPOLD ih. m. hydrotech. c. 21.

5. Quando intra aquas murus fundandus est, primum duplici palorum parallelo situ positorum serie spatium necessarium concluditur, quorum crenis asseres robusti inferuntur, et spatium inter eos terra stramine permista, item caementis et fimo repletur, ne aqua possit penetrare. Deinde aqua exhausta fundamentum more solito collocatur. conf. GAVTIER tr. cit. §. 8, LEVPOLD §. 213. sq.

6. Ceterum de proportionem fundamenti ad murum imponendum architecti experientia edoceri praecipiunt, 1) ut altitudo fundamenti infra solum recondendi sit sexta pars altitudinis muri. 2) pro altitudine 45 pedum murus fundamentalis duplo latior sit eo, quem sustinet. 3) fundamentum sensim contrahitur per singula cubita, ut superiores lapides ampliori basi innitantur.

7. Fundamenta angulorum et pilarum solito ampliora esse debent.

8. Fundamentali muro absoluto, aliquamdiu cessandum est ab opere, donec hic exsicce-
tur, et super solo conquiescat. nonnulli annum spatium hic postulant, praesertim in solo dubio, iubent etiam, ut parte fundamenti finita, terra iuxta idem ui intrudatur et complanetur. conf. GOLDMANN L. I. c. 20. De structura pontium sigillatim GAVTIER l. cit. LEVPOLD in theatro pontificali et
CHRAM-
MIVS

MIVS in cōmentario peculiari germ̄ de pontibus a. 1734. f. Lipsi. agunt. De molibus intra aquas firmandis, de ripa munienda, aggeribus struendis, de catarractis, aliisque similibus operibus ex instituto cōmentatus est **CORNEL. MEYER**, Batauus, in opere, cui tit. *l' arte di restituire a Roma la trasasciata navigazione del suo Tevere*. Romae. 1685. f. ex quo **ANONYMVS GALLVS** artificia potiora excerpfit, ediditque *traité de rendre les rivières navigables*. Amstel. 1696. 8. quem tractatum a. 1728 **CL. FAESCHIVS** germanice Dresdae vulgavit.

CAPVT II.

DE

VTILITATE AEDIFICIORVM.

PROBLEMA IV.

XII. *Explicare obseruationes ; quae ad figuram aedium et conclauium pertinent.*

Resolutio. 1. Turres infra quadratae sint, supra hexagonam uel octogonam figuram habeant. superior tamen murus inferiori recte inniti debet.

2. Templis biquadrata, siue rectangula, cuius longitudo sit dupla latitudinis, conuenit. turris occidentem, altare et chorus orientem spectat.

ſpectat. ſuggeſtus poſt altare, in templis minoribus, in maioribus autem prope medium muri meridionalis ponitur. de quo argum. agit STVRM ir. pecul. de templis. ueteres templis etiam rotundam figuram tribuerunt. ſemircularis, ſeu amphitheatri, item oualis paſſim recentioribus placuit.

3. Aedibus habitationi deſtinatis, tum et conclauibus ſingulis figura rectangula aptiſſima eſt. minora conclauia quadratam admittunt.

PROBLEMA V.

XIII. *Explicare obſeruaciones, quae ad diatbeſin; ſive commodam aedium diſtributionem pertinent.*

Reſolutio. 1. Introitus aedificii medium teneat locum parietis anterioris, fenestris utrimque exiſtentibus numero et magnitudine aequalibus, id quod ad robur et decus facit.

2. Conclauia cuiuslibet contignationis ſita ſint in eodem plano.

3. Conclauibus ſingulis, maxime ſcalis, allabatur ſufficiens lumen.

4. Conclauia ima prope terram contemptiora, ideoque humiliora fieri poſſunt.

5. Prima contignatio ad habitandum maxime idonea habet conclauia altiora et ornatio-
ra.

6. Cuiſlibet aedificio adiungendum cauaedium, ſive area ſubdialis, tum pro luminis uberiore affluxu, tum pro ſtabulis aliſque locis ab habitatione remouendis.

7. Ipsa conclauium diathesis usu magis et iudicio, quam regulis nititur. Inprimis hic scopus et conditio fundatoris, nec non locus et situs aedium ob oculos uersari debent, inde tum numerus, tum amplitudo et nexus conclauium aestimatur. Certae enim et uniuersales regulae uix de hac re praescribi possunt. conf. MVET ars aedificandi. inprimis autem architecturae cultores sibi comparent diligenterque contemplantur uarias aedificiorum insignium ideas ab architectis passim uulgatas. quemadmodum romana antiqua *Ant. Desgodets*, recentiora *I. B. Falds*, *I. Sandrart*, gallica, *Pauvre*, *Marin*, *Perelle*, *Thomassin*, hollandica, *Dankert*, *Schenk* et alii descripserunt. exempla nonnulla in praelectionibus monstrabo. Quibus iter ad externos facere licet, illi observationum utilium huc spectantium magnam copiam sibi colligere poterunt.

PROBLEMA VI.

XIV. *De fenestris commode ordinandis explicare.*

Resolutio. 1. Latitudo minima fenestrarum est trium pedum. figura biquadrata, uel talis, ut altitudo ad latitudinem seruet rationem 3 : 2. Arcuatae praeterquam in templis haud facile adhibendae.

2. Supra planum tabulati eleuantur tribus pedibus.

3. Valvae siue retinacula uisorum, intrus

ap-

appenda, oblique exstendantur, pro lumine copiosius captando.

4. Vitra fenestrarum plana et perspicua sint.

5. Opera derur, ut ita fenestrae locentur, ut positus in medio conclavi per eas coelum adhuc possit contueri. v. DAVILER p. 140. sq. STVRM append. Goldmann. p. 93. sq.

PROBLEMA VII.

XV. *De ianuis explicare.*

Resolutio. 1. Ianuae quaeque sunt rectangulae, figura biquadrata. altitudo septem pedum. conclavibus maioribus ianuae altiores et latiores conveniunt. Portae rectius arcu clauduntur, quod ad firmitatem facit.

2. In medio pariete ianuam aperuisse, praeterea augeat. habenda tamen praecipue ratio utilitatis, quae saepe ianuam extra medium ponere iubet.

3. Plurium eiusdem contigentionis conclavium ianuae situ parallelo sibi inuicem opposantur.

4. Portae aedium, per quas currus admittendi, latitudinem 9, altitudinem 12 vel $13\frac{1}{2}$ pedum habeant. v. DAVILER p. 124. sq. STVRM p. 26.

PROBLEMA VIII.

XVI. *De fornacibus, caminis et fumariis explicare.*

Resolutio. 1. Fornacis duplex generis in usus est, quod ceteris omnibus praestet. Pri-

munum quidem, quando fornacis ostium extra conclaue in fumarium patet; fiat parallelepipedum F.1.) AB ex tabulis fufis ferreis, longum 3 uel $3\frac{1}{2}$ altum 2, latum $1\frac{1}{2}$ pedes, idemque collo A, cuius basis et altitudo 15 digitis aequalis est instruat, et fornax columnis lapideis uel metallicis innitatur. Huic prismati ferreo imponantur fistulae prismaticae fictiles C, D, altae pedes duos, latae circiter pedem unum, inter quas arcus cauus E eiusdem fere latitudinis (mensurae enim latitudinis fistularum pro diuersa fornacis longitudine mutabiles sunt, siquidem superius fornacis operculum ante et post supra has fistulas prominet) relinquitur, cauaeque hae fistulae pyramide uel cono F tegantur, denique collo uel ostio fornacis A ualua ferrea applicetur. tali fornace conclauia nostra circiter 10 uel 12 ulnas longa et lata rite et celeriter calefieri, et calorem aliquamdiu etiam, cluso tempestiue ostio A, conseruari, experientia docet.

F.2.) 2. Si uero fornax intra conclaue aperta desideretur, quod in minoribus hypocaustis commode fit, (siquidem ita calorem pro libitu moderari licet; ut taceam focum intra conclaue accensum, dum aerem per fumarium expellit, una effluuiis noxia abducere, et sanitati prodesse.) similis, quam antea descripsi, uel paulo etiam minor fornax G fabricetur, cuius ostio H ualua appensa est, pyramidi uero superiori additur aliquoties cui uata fistula cylindrica u

ferri

ferri laminis parata KL, cuius diameter est quinque minimum digitorum, quae prope L in fumarium desinit. Ita ligna per ostium H in fornace collocata et accensa, et cito flammam concipient, et clauso mox ostio H, succedente per rimas aere, qui ignem paulatim sufflat, diu per plures horas calorem fornacis conservabunt. Cautio uero adhibenda est, ut 1) flamma non nimis magna intra fornacem fiat, quippe quae inutiliter deflagrat, et periculum quoque creat, si fornax et fistula KL incandesceret, et contentam forte intus et in fumario fuliginem accenderet. 2) deinde fornax et fistula in fumarium deducta bis quolibet mense scopis uel ferro purganda; quoniam fuligo, dum ferro adhaeret, asperam reddit illius superficiem, et fumi egressum remoratur, ut purgatione omissa in ipsum conclaue regrediatur.

3. Caminos, etsi climatis nostri hibernum frigus non ferat, possunt tamen nonnunquam etiam nobis esse utiles. Sufficit latitudo 4, altitudo 3, profunditas 2 pedum. dextrum et sinistrum latus aliquot digitis ultra parietem intra conclaue prominent, postica superficies terrea tabula affixa tegitur, nonnulli focum cauum reddunt, et per fistulam aerem externum adducunt, qui ignes sufflet. sed id minime necessarium est. lentum enim sed perpetuum ignem in camino habere iuvat. GAVGLIER in mechanica ignis cap. 3. fumarium proxime supra camini parietes parabolica figura curvare iubet, ut radii l-

7. Solidum solido debet imponi. caueatur ergo, ne parietes lignei super solis trabibus consistant.

8. Ipsae traves non sint nimis tenues, habeant pedis spissitudinem, nec ultra sesquipedem distent, interuallum inter eas, lignis transuersariis, quibus limus stramine permistus circumuoluitur, repleatur. GAERTNER in *tr. Bau Erinnerungen wider Feuers-Gefahr*, omnia ligna aedificii limo obduci cupit, ut ignem non facile concipiant, quod de trabibus et columnis parietum ualet.

9. Ob incendii periculum lignea tabulata dissuadentur.

10. Traves, quae conclauis uiginti pedibus latiori imminet, supposito fortiore signo sustententur, uel ex signo supra eas posito, ferreis uinculis, suspendantur.

11. Trabium et cantheriorum extrema intra coronidem muri lapideam abscondantur.

12. Cauendum a tectis altioribus, quae et nimis muros onerant, et incendius propagandis seruiunt, sed tamen in nostro climate nec humilia nimis esse possunt, quibus nix et pluuia largior non facile auertuntur. Proportio seruetur talis: latitudo tecti diuidatur in partes octo, septemque ex illis longitudini cantherii (des sparrens) tribuantur. In tectis duplicatis fiat altitudo perpendicularis aequalis latitudini, et altitudinis quae partes pro inferiore, una pro superiore recto assumatur. v. STVRM *append. Goldm. p. 64. sq.*

13. Ti

13. Tigilla recti tres lati pollices, quibus lateres (longi 15 pollices) adhærent, ultra tres uel sex ad summum digitos non remoueantur.

14. Inter aedes proximas murum intergerinum, qui sex pedibus ultra rectum eminet, collocasse, insignem utilitatem ad incendiorum progressum cohibendum præstat.

SCHOLION I.

IX. *Ad firmitatem murorum spectant etiam fornices siue arcus, siquidem tales non solum in muris continuis, pro augenda eorum soliditate, per intervalla fiunt, sed etiam ad regendas portas, fenestrasque, nec non ad integram concamerationem sub pontibus, in templis et alibi construendam ualent. præcipua de illis est regula, ut lapides instar cuneorum præparentur, ipsaque eorum plana inclinata accurate iungantur, sed cum arcuum uariae figurae esse possint, et cunei lapidei, tum pro arcuum, tum pro loci, in quibus ponuntur, diuersitate, inclinationem mutant, peculiaris hodie ars excogitata est, pro cuneis illis rite conformandis, quae sectio lapidum uocatur. extat de eadem opus integrum subtili ingenio elaboratum FRANC. DE RAND sub tit. architecture des Voutes, postea præcepta artis in compendium redegerunt DESARGUES et ABR. BOSSE, quorum libri etiam in germanicum idioma uersa prostant. sed hæc doctrina amplioris tractationem postulat, et breuiter absque obscuritate tradi nequit. nonnulla etiam præcepta modulis, et exemplis corporeis melius declarantur. conf. DE CHALES T. 2. p. 619. DAVILER p. 211.*

SCHOLION II.

X. *Ars tignaria, quae texturam trabium et tignorum docet, facilius intelligitur, si uel in ipso præsentem ducantur tirones, et modus conignationem faciendi ita monstretur, uel proponantur illis, imagines ampliores et distinctius elaboratae. quales in IO. WILHELMII architectura civili; germ.*
No

Norimb. a. 1668. f. ex I. IAC. SCHVBLERI Zim-
 mermannus-Kunst. Norimb. 1731. f. exhibentur. nonnul-
 la etiam, quae huc pertinent, afferunt, MYET dans la
 manière de bâtir pour toutes sortes des personnes p. 102.
 DAVILER p. 184. STVRM append. Goldmanni
 p. 70.

PROBLEMA III.

XI. *Explicare regulas pro fundamentis
 solide ponendis.*

Resolutio. 1. Inquirendum est in condi-
 tionem soli, fodiendo terram, uel adigendo in
 eandem palum ferrea cuspide munitum, consi-
 derandoque, utrum palus pulsibus aequaliter
 cedat.

2. Petra sine dubio fundamentum tutissimum
 praebet. succedit crassius sabulum et terra ni-
 gra. limosum uero et paludosum solum arte
 solidandum est.

3. In limoso et argilloso solo, nec non in are-
 na subtili et lubrica, sufficit robusta cratis, tignis
 quernis colligata, suppositisque palis incum-
 bens. spatium inter tigna medium, filicibus
 coementisque repletur, et primum lapidum
 fundamenti cubile limo intermixto iungitur, ne
 nimirum calx ligna arrodar.

4. In palude fundamentum iacturus, prima
 omnium adacto palo ferrato terrae molis al-
 titudinem inuestigare debet, et prouti illa lu-
 brica magis minusue est, ita etiam plures uel
 pauciores pali, trium, quatuor, pluriumue pe-
 dum distantia, intrudendi, quorum capita ti-
 gnis deinceps copulantur. pro palis in linea re-

cta infingendis machinas explicat LEVPOLD th. m. hydrotech. c. 21.

5. Quando intra aquas murus fundandus est, primum duplici palorum parallelo situ positorum serie spatium necessarium concluditur, quorum crenis asseres robusti inseruntur, et spatium inter eos terra stramine permista, item caementis et fimo repletur, ne aqua possit penetrare. Deinde aqua exhausta fundamentum more solito collocatur. conf. GAVTIER l. cit. §. 8, LEVPOLD §. 213. sq.

6. Ceterum de proportionem fundamenti ad murum imponendum architecti experientia edocti praecipunt, 1) ut altitudo fundamenti infra solum recondendi sit sexta pars altitudinis muri. 2) pro altitudine 45 pedum murus fundamentalis duplo latior sit eo, quem sustinet. 3) fundamentum sensim contrahitur per singula cubita, ut superiores lapides ampliori basi innitantur.

7. Fundamenta angulorum et pilarum solito ampliora esse debent.

8. Fundamentali muro absoluto, aliquamdiu cessandum est ab opere, donec hic exsicce-
tur, et super solo conquiescat. nonnulli annum spatium hic postulant, praesertim in solo dubio, iubent etiam, ut parte fundamenti finita, terra iuxta idem vi intrudatur et complanetur. conf. GOLDMANN L. I. c. 20. De structura pontium sigillatim GAVTIER l. cit. LEVPOLD in theatro pontificali et SCHRAM-
MIVS

raritatem et praestantiam, et elaborationem exquisitam, nec non propter felicem naturae imitationem. Quin et consuetudo iudicium de pulchritudine solet variare. Architectus igitur pulchritudinem genuinam et perpetuam ab instabili probe secernere istamque imprimis consecrari debet.

OBSERVATIO.

XXI. Praecipuum autem constantis pulchritudinis fundamentum positum est, in apto singularum alicuius operis partium conformacione, quae fit secundum proportionem exiguis numeris definitas, quales sunt 1: 1, 1: 2, 1: 3, 1: 4, 1: 5, 1: 6, 2: 3, 2: 5, 3: 4, 3: 5, 3: 8, 3: 10, 5: 4, 5: 6, 5: 8, 5: 12, 8: 9, 9: 10 et similes. Tales enim si in sonorum combinatione seruentur, barthonium siue iucundum concentum effici, experientis primum comprobavit PYTHAGORAS, teste IAMBEICHO ad arithmet. Nicomachi p. 171. BOETHIO de musica c. 10. II. MACROBIO in Somn. Scipion. L. 2. c. 1. add. TENNYLIUS ad Iambl. p. 205.

SCHOLION.

XXII. Rationem, cur eiusmodi proportionibus praedictae partes pulchrae censentur, hanc reddit GOLDMANN L. 1. p. 30. quia animus contemplatione earum, quae proxime ipsi parent, delectatur, et aaudio efficitur, quando varie simpliciter intellectuque difficile compositionem obuiam habet.

CON.

CONSECTARIVM.

XXIII. Quamobrem pro pulchris reputantur ianuae, fenestrae, fornicee, eamini, tum et ipsa conclavia, tectaque et aliae aedificiorum partes, quando lineae et superficies, quibus terminantur, seruant rationes uenustas, ita tamen, ut ad usum quoque et finem suum singula opere recte referantur.

DEFINITIO III.

XXIV. - Consociatio omnium aedificii partium secundum proportionem pulchram Symmetria uel Eurythmia uocatur.

SCHOLION.

XXV. De Symmetria et eurythmia ita VITRUVIUS L. 1. c. 2. eurythmia est uenusta species, commodusque in compositionibus membrorum aspectus, haec efficitur, cum membra operis conuenientia sunt, altitudinis ad latitudinem, latitudinis ad longitudinem, et ad summam omnia respondeant suae Symmetriae. Item Symmetria est ex ipsius operis membris conueniens consensus, ex partibusque separatis, ad uniuersae figurae speciem ratae partis responsus. Videtur ergo Vitruuius Symmetriam ad aptam proportionum consensionem, eurythmiam uero ad similitum partium decentem concinnamque positionem referre, sed his uocabulis etiam promiscue pulchra dispositio partium significari solet.

DEFINITIO IV.

XXVI. Picturae et sculpturae ad augendam pulchritudinem omnino conducunt. Dispersuntur autem picturae in megalographicas, quae res gestas heroum, et topiarias, quae hortos, campos, uicos, oppida etc. exhibent. v. BALDI Lex. Vit. p. 184. Imaginem

gines et statuae sunt uel partes, iuxta hominis statura, uel Colossi, statura maiore, quam est naturalis, praeditae. Sigillatantum caput et pectus repraesentant. Atlantides imagines foeminarum instrumenta artis tractantium, et caryatides mulieres seruas et captiuas (pinguntur stolatae, manibus post occiput reductis, et eleuatis cubitis, capitiq[ue] impositum pondus sustinent) referunt. de nominis origine agit VITRUV. L. I. c. I.

CONSECTARIVM.

XXVII. In picturis et sculpturis ars imitari naturam debet. In iisdem delectus adhibendus, quem scopus et usus aedificii, item fundatoris conditio requirit. utendum quoque ibi sculpturis parcius, ubi robur et firmitas potissimum decus conciliant. conf. GOLDMANN p. 28.

SCHOLION.

XXVIII. Pulchritudo locum habet maxime in iis operibus, quae pluribus partibus prominentibus gaudent, qualia sunt fulcra omnis generis et eorundem bases et capitula, a quibus deinceps ad alia similia transferuntur. atque ita ordo architectonicus originem habuit.

DEFINITIO V.

XXIX. Ordo architectis nominatur complexus pulchrarum proportionum, quae in fulcri uel columnae partibus sociantur. Fulcrum autem tribus membris principalibus constat A C, Stylobata, (uulgo, Postament) D G, columna, (Säule) H K, et trabecatio. (Hauptgesimse)

CON-

CONSECTARIVM.

XXX. Has fulcri partes firmitas illius videtur postulare. cum enim illud sustinendis rebus inprimis inseruire debeat, fundamentum opus habet latiore, quod *stylobata* refert, medio loco *columna* est, cui in summo trabes circumque prominens incumbunt, atque ita *trabeatio* producitur. Ipsa columna arboris truncum, qui infra cylindricam, fursum uero contractam figuram habere solet, repraesentat. GOLDM. p. 73.

DEFINITIO VI.

XXXI. Praeterea membra haec principalia singula, tribus specialibus gaudent. I. *Stylobata* A C, habet 1) *basin* A, (*Fusgesimse*) 2) B, *truncum*, (*Würfel*) 3) C, *coronidem* (*postement gesimse*) II. *Columna* D G continet 1) D *basin columnae*, (*Schafgesimse*) 2) EF, *scapum*, (*schaft*) teretem uel cylindricum usque ad E, et contractum uersus F. 3) G, *capitulum*, (*capitael*). III. In *trabeatione* H K occurrunt 1) H, *architrabs*, (*epistylum* (*architraue*)) 2) I, *Zophorus* (*fries*) 3) K, *Coronix* (*Karnies*)

DEFINITIO VII.

XXXII. Ordines singularum partium conformatione et proportionem distincti olim quinque laudabantur: *Tuscanus*, *Doricus*, *Ionicus*, *Corinthius* et *Romanus*. (al. compositus) quibus recentiore aeuo sextum *Tenonicum* L. C. Stürmius adiecit.

DE

DEFINITIO VII.

XXXIII. Minutiores partes columnarum sunt uel planae (Germ. *Platten*, *plättlein*), uel conuexae, semicirculo (Staebe), aut quadrante clausae (Viertels-Staebe), uel cauae (Hohl-Kehlen), uel conuexae et cauae (Karnierseit. Kehlleisten.) In his ad *ecphoram* siue proiecturam et altitudinem respiciendum. *apophygis* sigillatim nominatur arcus, quo partes uicinae nonnunquam copulantur.

PROBLEMA X.

XXXIV. *Membra ordinis architectonici conuexa, caua, et conuexo caua delineare.*

F.8.) *Resolutio.* 1. Torus, astragalus, annulus, (Staebe) semicirculo clauduntur.

F.9.) 2. *Echinus* (Viertels Stab) ita fit. altitudo secatur in partes tres, et duae sumuntur pro proiectura *ac*, deinde super subtensa *bo* erigitur Δ aequilaterum, et ex illius uertice arcus describitur. Vel altitudo tota sumitur pro F.10.) *ecphora*, et quadrans ducitur.

F.11.) 3. Pro *trocilis* (Hohlkehle) altitudo diuiditur in partes tres, supra una, infra duae pro proiectura assumuntur, et hisdem radiis quadrantes ducuntur.

F.12.) 4. Pro *cymatto dorico* (Hohlleiste) $\frac{3}{4}$ altitudinis pro *ecphora* ponuntur, et ex uertice Δ aequilateri arcus ducitur.

5. Pro

5. Pro *simā*, (Karnies. Rinnleiste) al- (F. 13. titudo tota pro ecphora assumitur, similisque linea perpendicularis ex medio altitudinis erigitur, et in duas partes secatur, tum ex illius extremis arcus duo, qui conuexam et causam partem simae claudunt, delineantur. *Vel*: (F. 14. ducta subtensa ex duorum triangulorum aequilaterorum, super dimidia subtensa erectorum, uerticibus arcus fiunt.

6. Pro *cymatio. lesbio*, (Kehlleiste, Kleiner Karnies) $\frac{2}{3}$ altitudinis pro ecphora al- (F. 15. spmuntur, duaeque subtensa, denuo super dimidio illius fiunt triangula aequilatera, e quorum uertice arcus, uti figura docet, describuntur.

CONSECTARIUM I.

XXXV. Quamobrem talia membra prouentis haberi debent, quoniam inter altitudines et projecturas accurata ubique proportio intercedit.

CONSECTARIUM II.

XXXVI. De planorum membrorum delineatione nihil opus est addere, siquidem rectis lineis clauduntur, modo tamen altitudinis et ecphorae ratio rite sit definita.

DEFINITIO IX.

XXXVII. *Modulus* nominatur semidiameter scapi teretis columnae, qua architecti

cti pro scala et mensura partium singularum F. 16.) utuntur. *Dividi solet in XXX partes. Goldmannus, ut subtilius rationem membrorum posset indicare, modulum in 360 partes disperit.* L. II. c. 3.

PROBLEMA XI.

XXXVIII. Ordinem architectonicum delineare.

Resolutio. 1. Super linea recta alia perpendicularis axem columnae sistens indefinita ducatur, ex iuxta eam interuallo arbitrario duae parallelae perpendiculares erigantur.

2. In posteriores parallelas ex scala siue modulo altitudines membrorum columnae transferantur, et obscurae parallelae per sectiones priorum fiant.

3. In parallelis horizontalibus ecphorae membrorum signentur, ipsaque membra secundum probl. 10 terminentur.

Hisce imaginibus si umbra adueciatur, absoluta erit ordinis quacsita delineatio.

SCHOLION.

F. 17-18.) **XXXIX. Ordinum prima lineamenta modo fig. 16. accommodata, figuris 17-28 exhibui, restat, ut magnitudines partium, et sigillatim altitudinem et proiecturam earundem proferam, sequar autem hic L. G. STVRMIUM, de utraque architectura optime meritum, qui numeros illos ex Barozii et Goldmanni proportionibus desumpsit, uid. appendix compend. maches. germ. p. 17. sq.**

Ordo

Ordo Tuscanus. F. 17. 18.

Basis Stylobat. Alt. Ecph.		Alt. Ecph.	
----------------------------	--	------------	--

quadra	30	48
torus	$31\frac{1}{2}$	46
cymat. Dor.	$37\frac{1}{2}$	43

Truncus	$82\frac{1}{2}$	$41\frac{1}{4}$
---------	-----------------	-----------------

Coronis

cymat. Dor.	6	43
regula	8	46
coron. usq; ad	16	51
apophygin		
apophyg. sup.	$19\frac{1}{2}$	
supercil.	$22\frac{1}{2}$	53

scamillus	$7\frac{1}{2}$	$41\frac{1}{4}$
-----------	----------------	-----------------

Basis Col.

plinthus	15	40
torus	30	
limbus	32	$32\frac{1}{2}$
apophygis inf	38	
scapus teres	93	30
scapus con	279	24
tractus		

Capitulum.

apoph. sup.	$3\frac{1}{2}$	
limbus	5	$27\frac{1}{2}$

annulus	10	30
hypotrach.	20	24
regul.	22	$25\frac{1}{4}$
echinus	30	$31\frac{3}{4}$
abacus	36	$32\frac{1}{2}$
ci. apoph.	38	
supercil.	40	34

Epistylum

fasc. infer.	12	24
fasc. super.	24	$25\frac{1}{2}$
apoph.	27	
supercil.	30	28

Zophorus	$37\frac{1}{2}$	24
----------	-----------------	----

Coronix

cym. Dor.	5	$25\frac{1}{2}$
regul.	$6\frac{1}{2}$	28
echinus	14	33
corona	24	$60\frac{3}{4}$
apoph.	26	
regula	$27\frac{1}{2}$	$62\frac{3}{4}$
taenia	32	64
firma	42	
supercil.	45	74

Ordo Doricus F. 19. 20.

Bas. Stylob.		
quadra.	32	51
regul.	34	48
cym. Lesb.	40	46
Truncus	96	41 $\frac{1}{4}$

cym. Lesb.	6	43
reg.	8	48
corona	16	52
cym. Dor.	19 $\frac{1}{2}$	53
reg.	21	54
supercil.	24	56

Scamillus	5 $\frac{1}{4}$	41 $\frac{1}{4}$
-----------	-----------------	------------------

Basis Col.

plinthus	10	40
torus	18	
regul.	19	36
trochilus	23	33
regula	24	34 $\frac{1}{2}$
torus	30	
limbus	32	33
apoph sup.	38	

scap. teres.	100	30
--------------	-----	----

scap. contr.	300	24
--------------	-----	----

Capitulum

apoph. sup.	4	
limbus	6	27
annulus	12	30
hypotrach.	22	24

cym. Lesb.	25	24 $\frac{1}{2}$
regula.	26	27
echinus.	32	31
fasc. abaci	37	31 $\frac{1}{2}$
cym. Lesb.	40	32
supercil.	42	34

Epistylum

fasc. inf.	9	24
fasc. sup.	18	25
guttae	24	28
regul.	25	28
cym. Dor.	28	29
supercil.	30	30 $\frac{1}{2}$

Zophorus

alt. int. Tri-	48	
glyph.		
alt. ext.	51	
alt. tota.	54	

Corbrix

cym. Lesb.	4	29
regul.	5	32
pseudom. utul.	10	68
cym. Lesb.	13	69
corona	22	73 $\frac{1}{2}$
cym. Dor.	25	74 $\frac{1}{2}$
regul.	26	76
lima	34	
supercil.	36	84

Ordo

Ordo Ionicus F. 21. 22.

Basis Stylob.			Capitulum		
quadra	$29\frac{1}{2}$	49	annulus	12	30
torus	$34\frac{2}{3}$	49	lat. part. ultr.	$15\frac{3}{4}$	
regula	$36\frac{2}{3}$	$46\frac{1}{2}$	encarpum		
cym. Lesb.	$41\frac{2}{3}$	($45\frac{1}{2}$ $42\frac{1}{2}$)	resid. simae	$19\frac{1}{2}$	
truncus	95	$41\frac{1}{4}$	regula	21	
coronis			astragalus	24	
astragalus	3	$42\frac{1}{2}$	echinus	30	
cym. Lesb.	8	($42\frac{1}{2}$ 45)	fascia abaci	36	40
regula	10	46	ultra volutas		
corona	18	52	resid. abaci	37	
cym. Lesb.	22	($55\frac{1}{2}$ 55)	cym. Lesb.	40	
supercilium	25	56	supercil.	42	45
scamillus	5	$41\frac{1}{2}$	Epistylum		
plinthus	10	40	fasc. inf.	12	$24\frac{1}{2}$
torus	18	40	cym. Dor.	15	$25\frac{1}{2}$
regula	19	36	fasc. super.	33	27
trochilus	23	$30\frac{1}{2}$	cym. Lesb.	38	($28\frac{1}{2}$ $30\frac{3}{4}$)
regula	14	$31\frac{1}{2}$	supercil.	$41\frac{2}{3}$	32
torus	30	$34\frac{1}{2}$	Zophorus		
astragalus	$31\frac{1}{2}$		Zoph. nudus	$29\frac{7}{12}$	$24\frac{1}{2}$
limbus	33	$31\frac{1}{2}$	apoph. eiusd.	$32\frac{1}{12}$	
apoph. inf.	38	30	limbus	$33\frac{1}{3}$	$27\frac{1}{2}$
scapus teres	$105\frac{1}{8}$	30	Corona		
scap. contr.	$319\frac{3}{8}$	$24\frac{1}{2}$			
apoph. sup.	$4\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}$			
limbus	7	27			

Ordo Ionicus F. 21. 22.

Cym. Lesb. 5	($28\frac{1}{2}$ 31)	Corona	$34\frac{1}{2}$	64
regula	$6\frac{1}{4}$ $32\frac{1}{4}$	regula	$35\frac{3}{4}$	$65\frac{1}{2}$
taenia	$13\frac{3}{4}$ $36\frac{3}{4}$	astragalus	$38\frac{3}{4}$	
regula	15 38	fima	$47\frac{3}{4}$	
echinus	$21\frac{1}{4}$ 42	supercilium.	50	$74\frac{1}{2}$
cym. Dor.	$24\frac{1}{4}$ 60			

Ordo Teutonicus F. 23. 24.

Basis Stylob.		C. Dor.	$22\frac{3}{4}$	55
Quadra	$28\frac{3}{4}$ 53	supercil.	26	$56\frac{1}{4}$
regula	$30\frac{3}{4}$ 52	scamillus	9	$41\frac{1}{4}$
fima	$38\frac{3}{4}$	Baf. Colum.		
reg.	40 46	plinthus	10	40
cym. Lesb. 45	(45 $45\frac{1}{2}$)	torus	16	40
Trunc. teres	96 $41\frac{1}{4}$	astragalus	19	37
apophygis	99	regula	20	$35\frac{1}{2}$
limbus	100 $42\frac{3}{4}$	trochilus	24	32
Coronis		regula	25	33
astragalus	2	torus	30	$35\frac{1}{2}$
cym. Lesb. 7	($43\frac{3}{4}$ $46\frac{1}{2}$)	astragalus	33	$32\frac{1}{2}$
regul.	$8\frac{1}{4}$ $47\frac{1}{2}$	limbus	35	31
corona	$16\frac{1}{4}$ 54	apophyg.	38	
astragal.	$18\frac{1}{4}$	scapus teres	150	30
		scapus contr.	300	$34\frac{1}{2}$
		Capitulum		

Ordo Teutonicus F. 23. 24.

Apophyg	4 $\frac{1}{2}$	
limbus	7	27 $\frac{1}{2}$
annulus.	12	30
folia infra	20 $\frac{1}{4}$	32
volutam		
regula	21 $\frac{1}{2}$	
astragalus	24	
ultra ocul.	30	
volut. mai.	8	
super ocul.	4	
volut. min.	31 $\frac{7}{8}$	
resid. echini	35 $\frac{1}{2}$	
ultra volutas	42	
abacus	46	41
cym. Lesb.	50	(42 44)
supercil.	52	45

Epistylum

fasc. inf.	12	24 $\frac{1}{2}$
astragalus	15	
fasc. sup.	33	26
regula	34	27
astragalus	36 $\frac{1}{2}$	

cym. Lesb.	41 $\frac{1}{2}$	(28 $\frac{1}{2}$ 30 $\frac{3}{4}$)
supercil.	45	32

Zopherus

usque ad ap.	28 $\frac{1}{2}$	24 $\frac{1}{2}$
apophyg.	34	
limbus	36	27 $\frac{1}{4}$

Coronix

cym. Lesb.	5	(28 $\frac{1}{2}$ 31 $\frac{1}{2}$)
regula	6 $\frac{3}{4}$	32 $\frac{1}{4}$
taenia	13 $\frac{3}{4}$	36 $\frac{3}{4}$
regula	15	38
astragalus	17 $\frac{1}{2}$	
echinus	29 $\frac{3}{4}$	42 $\frac{1}{4}$
cym. Lesb.	26 $\frac{1}{4}$	60
regula	26 $\frac{3}{4}$	62
corona	36	71 $\frac{1}{2}$
regula	37	72 $\frac{1}{2}$
echinus	40	74 $\frac{1}{2}$
regula	41	75 $\frac{1}{2}$
simā	50	
supercil.	54	84 $\frac{1}{2}$

Ordo Romanus E. 25. 26.

Bas. Srylob.

Quadra	30	$53\frac{1}{4}$
regula	31	$52\frac{1}{4}$
fima	39	
astragalus	41	
regula	$42\frac{1}{2}$	$46\frac{1}{4}$
cym. Lesb.	$47\frac{1}{4}$	$(\begin{smallmatrix} 45 \\ 42\frac{1}{2} \end{smallmatrix})$

Truncus	$103\frac{1}{8}$	$41\frac{1}{4}$
---------	------------------	-----------------

Coronis

Cym. Lesb.	5	$(\begin{smallmatrix} 42\frac{1}{2} \\ 45 \end{smallmatrix})$
regula	$6\frac{1}{4}$	$46\frac{1}{4}$
echinus	$12\frac{1}{4}$	$50\frac{1}{4}$
corona	$20\frac{1}{4}$	$55\frac{1}{4}$
astragalus	$22\frac{1}{4}$	
cym. Lesb.	$26\frac{1}{4}$	$(\begin{smallmatrix} 56\frac{1}{4} \\ 58\frac{1}{4} \end{smallmatrix})$
supercilium	$28\frac{1}{2}$	$59\frac{1}{4}$

Basis Col.

plinthus	10	40
torus	16	
astragalus	18	37
regula	19	36
trochilus	22	$32\frac{1}{2}$
regula	23	$33\frac{1}{2}$

astragalus	25	
torus	30	
astragalus	33	
limbus	34	32
apophygis	38	30

scap. teres.	$153\frac{1}{3}$	30
scap. contr.	$106\frac{2}{3}$	25

Capitulum

apophyg.	5	25
limbus	7	$27\frac{1}{2}$
annulus	12	30

fol. inf. us-		
que ad labia	24	
supra eadem	27	31
fol. sup. us-		
que ad labia	37	
supra eadem	42	35
sup. encarp.	45	
altitudo ca-		

naliculi	$49\frac{1}{4}$	
regula	51	
astraglus	54	
echinus	60	
abacus	66	40
apophyg.	67	
limbus	$68\frac{1}{4}$	41
echinus	72	45

Ordo Romanus. F. 25. 26.

Epistylum			regula	$5\frac{1}{4}$	29
fasc. infer.	9	25	astragalus	$7\frac{3}{4}$	
astragalus	$11\frac{1}{2}$		echinus	$13\frac{1}{4}$	33
fasc. med.	$21\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{4}$	usque ad		
astragalus	$24\frac{1}{2}$		mut.	15	34
fasc. super.	$36\frac{1}{2}$	$27\frac{3}{4}$	fasciæ inf.	19	49
regula	$37\frac{3}{4}$	29	cym. Dor.	21	
astragalus	$40\frac{1}{2}$		fasc. super.	25	$50\frac{1}{2}$
cym. Lesb.	$44\frac{1}{2}$	$(30\frac{1}{2})$ $(32\frac{1}{2})$	cym. Lesb.	28	$(52\frac{1}{2})$
supercil.	48	34	corona	38	72
Zophorus			cym. Lesb.	42	$(75\frac{3}{5})$
astragalus	38	26	regul.	43	76
Coronix			fima	51	
cym. Lesb.	4	$(26\frac{6}{8})$	regula	52	84
			supercilium	55	85

Ordo Corinthius F. 27. 28.

Baf. Strylob,	$31\frac{1}{2}$	52	cym. Lesb.	50	$(44\frac{1}{2})$ $(42\frac{1}{2})$
Quadra	$34\frac{1}{2}$		Truncus		
astragalus	$35\frac{1}{2}$	$50\frac{1}{2}$	limbus	$1\frac{1}{2}$	$42\frac{1}{2}$
fima	43		apophygis	$4\frac{1}{2}$	
astragalus	45		trunc. teres	$115\frac{1}{2}$	40
regula	46	$45\frac{1}{2}$			

Ordo Corinthius F. 27. 28.

apoph.	118 $\frac{1}{2}$
limbus.	120 41 $\frac{1}{2}$

Coronis

cym. Lesb.	4	(42 $\frac{1}{2}$ 44 $\frac{1}{2}$)
------------	---	---

regula	5	45 $\frac{1}{2}$
--------	---	------------------

astragalus	7	
------------	---	--

echinus	12	46 $\frac{5}{8}$
---------	----	------------------

corona	20	54 $\frac{1}{2}$
--------	----	------------------

astragalus	21 $\frac{1}{2}$	
------------	------------------	--

cym. Lesb.	25 $\frac{1}{2}$	(55 $\frac{1}{2}$ 52 $\frac{1}{2}$)
------------	------------------	---

cym. Dor.	28 $\frac{1}{2}$	58 $\frac{1}{2}$
-----------	------------------	------------------

supercil.	30	60
-----------	----	----

Bas. Column.

plinthus	8	40
----------	---	----

torus	14	
-------	----	--

regula	15	37
--------	----	----

trochilus	17 $\frac{1}{2}$	34
-----------	------------------	----

regula	18 $\frac{1}{2}$	35
--------	------------------	----

astragalus	20	
------------	----	--

astragalus	21 $\frac{1}{2}$	
------------	------------------	--

regula	22 $\frac{1}{2}$	35
--------	------------------	----

trochilus	25	32
-----------	----	----

regula	26	33
--------	----	----

torus	30	
-------	----	--

astragalus	32	
------------	----	--

Limbus	33	32
--------	----	----

apophyg.	38	30
----------	----	----

scapusteres	160	30
-------------	-----	----

scapus contr.	320	25
---------------	-----	----

Capitulum

apoph.	5	25
--------	---	----

limbus	7	27 $\frac{1}{2}$
--------	---	------------------

annulus	12	30
---------	----	----

fol. inf. usque		
-----------------	--	--

ad labia. 27

supralabia	32	35
------------	----	----

fol. med. us.		
---------------	--	--

que ad labia 47

supralabia	52	40
------------	----	----

fol. super.	58 $\frac{2}{3}$	40
-------------	------------------	----

usq; ad centr.		
----------------	--	--

uolūt. min. 63

usq; ad centr.		
----------------	--	--

uolūt. mai. 64 $\frac{1}{2}$

sup. uol. min.	70	
----------------	----	--

sup. uol. mai.	72	
----------------	----	--

abacus	76	40
--------	----	----

apoph.	77	
--------	----	--

regula	78 $\frac{1}{2}$	42
--------	------------------	----

echinus	82	45
---------	----	----

Epistylum

fasc. inf.	9	25
------------	---	----

astragalus	11	
------------	----	--

Ordo Corinthius F. 27. 28.

fasc. med.	23	26	astragal.	7 $\frac{3}{4}$	
cym. Lesb.	25 $\frac{1}{2}$	(26 $\frac{3}{4}$ 28)	echinus	13 $\frac{3}{4}$	34
fasc. super.	40 $\frac{1}{2}$	28 $\frac{3}{4}$	usq; ad mut.	15 $\frac{1}{4}$	35
astragalus	42 $\frac{1}{8}$		supra mutul.	25 $\frac{1}{4}$	
cym. Lesb.	45 $\frac{1}{2}$	(30 $\frac{1}{8}$ 31 $\frac{5}{8}$)	astragalus	26 $\frac{3}{4}$	(51 $\frac{1}{2}$ 53)
supercil.	47 $\frac{1}{2}$	33	cym. Lesb.	29 $\frac{3}{4}$	
cym. Dor.	50	31 $\frac{3}{4}$	cym. Dor.	31 $\frac{3}{4}$	54
Zophorus	35	25	corona	40 $\frac{3}{4}$	72
regula	36	26	astragalus	42 $\frac{3}{4}$	
astragalus	38		cym. Lesb.	46 $\frac{3}{4}$	(73 75)
Coronix			regula	48	76
			fima	56	
Cym. Lesb.	4	(27 29)	regula	57	84
regul.	5 $\frac{1}{4}$	30	supercilium	60	85

PROBLEMA XII.

XL. *Volutam ionicam delineare.*

Resolutio. 1. Altitudo volutae (F. 29. 30. dividatur in partes aequales octo, et quinta ab extremo superiora habeatur pro diametro circuli medii F G, qui oculus volutae vocatur.

2. Circulus hic in quatuor quadrantes diuidatur, et ducantur per centrum rectae perpendiculares, quae latera quadrati inscripti bisecant. His autem rectis singulis sex aequales

Y y 4

partes

partes tribuantur, et numeris eo ordine, uti figura 30 docet, adscriptis distinguantur.

3. Ex punctis 1, 2, 3 etc. tanquam centris describantur quadrantes uolutae, initio ex 1 facto, unde tanquam e centro fit arcus HI, ex 2 arcus IK, donec ad finem perveniatur.

Alii alios modos laudant. v. GOLDMANN. P. 22.

PROBLEMA XIII.

XLI. *Characteres et discrimina ordinum architectonicorum explicare.*

Resolutio. 1. BAROZZIVS altitudini columnae (excepta stylobata et trabeatione) Tuscaniae 15, Doricae 16, Ionicae $17\frac{1}{2}$, Romanae 19, Corinthiae 20, (Sturm. Teutonicae 18) modulos tribuit. Has proportionem servat STURMIVS in tabulis antea allatis. DAVILLER p. 17. eidem altitudini columnae assignat Tusc. 14. Dor. 16. Ion. 18. Corinth. et Rom. 20 modulos. GOLDMANNO placent moduli 16. pro Tusc. et Dor. 18 pro Ion. 20 pro Corinth. et Rom.

2. a) *Stylobata*, cum scamillo sub basi columnae, in omnibus ordinibus habeat altitudinem sex modulorum. e quibus $1\frac{1}{2}$ basi, $2\frac{3}{4}$ truncò, $\frac{3}{4}$ coronidi, 1 mod. scamillo cedunt. Truncus $1\frac{1}{2}$, basis $\frac{2}{3}$, coronis $\frac{1}{2}$ mod. pro proiec-tura requirunt.

b) *Bases* columnarum 1 mod. ecphoram $1\frac{1}{3}$ m. servant. *Capitula* in primo ordinum pari 1, in

in secundo $1\frac{1}{3}$, in tertio $2\frac{1}{3}$ pro altitudine, et priora duo $1\frac{2}{3}$, reliqua $1\frac{1}{2}$ mod. pro ecphora sibi vindicant.

c) *Scapus teres* in ordinibus humilibus $\frac{1}{4}$, in elatis $\frac{1}{3}$ pro altitudine habet.

d) *Trabeatio* ubique altitudinem 4 modul. habet.

— 3. *Tuscanum* ordinem sigillatim unus torus in basi columnae et nudum antepagmentum in zophoro; *Doricum* guttae epistylis et triglyphis zophori; *Ionicum* uolutae maiores capituli; *Teutonicum* uoluta quadrupla et una series foliorum capituli; *Corinthium* quadruplex uoluta et triplex foliorum series capituli; *Romanum* duplex foliorum series et duplex maior uoluta capituli satis perspicue distinguunt. Reliquas notas ex tabulis plenius cognoscere licet.

PROBLEMA XIV.

XLII. *Usum ordinum architectonicorum in ornandis uariis aedificiorum partibus explicare.*

Resolutio. I. Pro ornandis ianuis, fenestris, caminis etc. sumitur pars sexta aperturae, uel latitudinis pro modulo, isque in 30 partes dividitur, tum fenestrae, ianuaeue aut camini uel sola architrabs circumponitur, uel coronis quoque, cum tympano siue frontispicio, additur. sed frontispicium tantum altioribus et laetioribus ianuis et fenestris, et foris quidem, ut

recti speciem referat, applicatur, nam sine usu intus idem faciendum non est.

Exemplum ornatus Tusci et Dorici circa fenestram tale est.

	Tuscan. Fig. 31.		Doric. Fig. 32.	
	altit.	ecph.	altit.	ecphor.
fasc. infer.	10.		10.	
— super.	15.	2	15.	2
regula	$1\frac{1}{2}$.	$1\frac{1}{2}$.	3.	$1\frac{1}{2}$.
taenia	4.	2.	2.	2

2. Quando incumba, siue capitulum pilae, quae arcum sustinet, ornanda est, modulus adstantis columnae mensuram suppeditat. arcus vero super incumba quiescens architrabe decoratur.

3. Cum capitulum sub tabulato conclavis ponitur, $\frac{1}{12}$ uel $\frac{1}{16}$ altitudinis conclavis modulum dabit. Similiter sub tecto capitulum uel coronis reperitur.

Conf. SCAMMOZZ p. 49. DAVILER p. 124. sq. STVRM app. Goldm. p. 33.

PROBLEMA XV.

XLIII. *Ordinum architecturae dispositionem explicare.*

Resolutio. 1. Quando columnae plures absque arcibus iunguntur, series earum dicitur *columnata*, (columnata. Ital. Säulen-Stellung, germ.) cum uero arcus inter columnas

fit

siti sunt, dispositio *cuneata* vel *arcuata* (arcada, it. *Bogenstellung*) uocatur.

2. Columnae autem componuntur uel solitariae, uel una cum stylobatis.

3. Ut talis columnarum ordinatio uenusta sit, potissimum ad illarum distantiam, et huius proportionem ad columnarum modulos, respiciendum est. VITRUVIVS III. 2. laudat 1) *πυκνόςυλον*, crebris columnis, ubi distant columnae 3 modulis. 2) *σείςυλον*, 4 mod. 3) *Διάίςυλον*, 6 mod. 4) *Εύςυλον*, 7 mod. 5) *Αραιόςυλον*, quando intercolumnium septem modulis maius est.

4. Circa angulos aedificii et in medio sub hypaethris et frontispiciis columnae quandoque coniugatae collocantur, quarum bases et capitula iunguntur. cum nempe in duobus prioribus ordinibus columnae $2\frac{2}{3}$, in reliquis 3 modulis distant.

5. In medio aedificii iuxta portam maior distantia columnarum quam in iis, quae ad latus consistunt, admittitur.

6. Columnatae autem portae, fenestrae, praerietes, palatia potius quam aedes exiguas decent. Praeterea delectu opus est, ut robustiores et graciliores ordines aptis locis applicentur.

7. In eadem aedificii facie, si plures ordinum series sibi immineant, in singulis diuersi ordines sunt adhibendi.

8. Ful.

8. Fulcra parietina quadrata sint, non rotunda, prominent extra murum dimidio modulo. conf. STVRMI tr. de arcubus triumphalibus et castris doloris.

C A P V T IV.

DE

DELINEATIONE AEDIFICIORVM EXTRVENDORVM.

DEFINITIO X.

XLIV. Delineatio futuri aedificii triplex est. 1. *Ichnographia*, (germ. Grundriss) quae uestigia singularum contignationum; et 2) *Orthographia*, (Stand oder Aufriss. it. Facciata) quae faciem aedificii tum exter- nam tum internam (profilum s. Durchschnitt) exhibet; his additur quandoque 3) *Scenographia*, in qua secundum leges artis perspectivae etiam latera aedificii ob oculos ponuntur.

SCHOLION.

XLV. Pro aedificio ampliore solet etiam parari par- tum exemplum, (*Modell*) siue domus lignea in sua conclavia distributa, ita ut omnia distinctius conside- rari, et si quid displiceat, emendari mature possit. Verum sufficit ichnographia et orthographia, ex qui- bus quippe tum situs et magnitudo et conformatio par- tium aedificii clare intelligitur.

PRO-

PROBLEMA XVI.

XLVI. *Ichnographiam aedium delineare.*

Resolutio. Electa scala pedum, (F.33. 34. figura areae totius aedificii, una cum uestigiis murorum et parietum, item ianuarum, fenestrarum, scalarum, caminorum, fornacum, exhibeatur; et pro singulis contignationibus peculiaris ichnographia describatur.

Ita figura 33. et 34. refert duas domus contignationes, ubi A vestibulum, iuxta quod utrimque hypocausta, dormitoria, item penus et scala occurrunt.

PROBLEMA XVII.

XLVII. *Orthographiam externam et internam delineare.* (F.35.

Resolutio. I. Servata eadem scala, qua mensurae ichnographiae definitae sunt, pro orthographia externa, erigantur super horizontali, quae muri, cuius facies pingenda est, longitudini responder, lineae perpendiculares, atque in eadem altitudines contignationum, portae, fenestrarum tectique ipsius transferantur. deinde transuersis ab horizontali aequidistantibus figura portae, fenestrarum, tecti, et ornamentorum, ex ordinibus architectonicis desumptorum, repraesentantur. primum autem omnes lineae obscurae fiant, ut, postquam earum magnitudines rite notatae sunt, deinceps facies integra lineis atramento ductis, additisque fenestris-

strarum et portarum, item proiectarum umbris, et pariete colore decenter distincto, absoluitur.

2. *Pro orthographia interna*, ducatur in ichnographia linea LK, et pingantur ea, quae, secto secundum hanc lineam aedificio, interius conspicua fiunt; muri nimirum, trabes, portae, fornices, camini, lecti, scalae, columnae et canttherii recti, nec non fumarum etc. omniumque tum altitudo tum latitudo ex scala determinetur. praeterea umbra, admiculo situs partium recedentium exhibeatur. Prouti contemplatio schematismi luculenter docet.

ARCHITECTURA MILITARIS.

CAPVT I.

DE

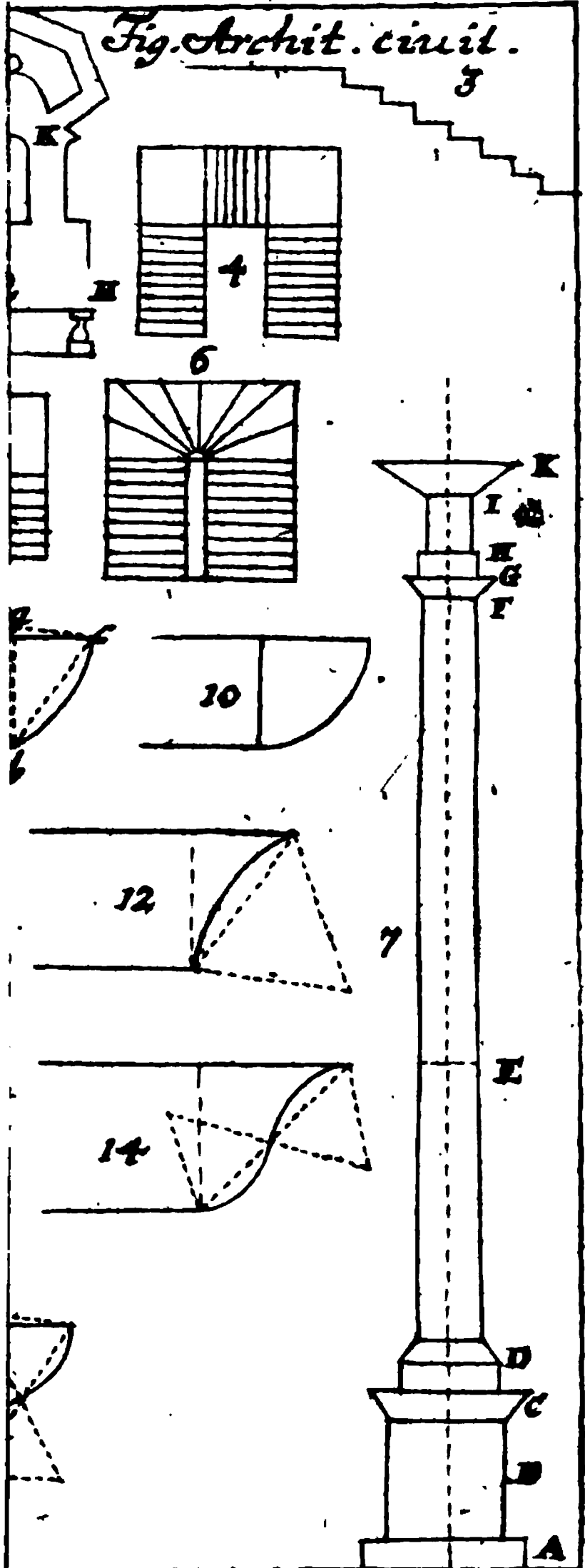
DEFINITIONIBVS ET PRINCIPIIS ARCHITECTURAE MILITARIS.

DEFINITIO I.

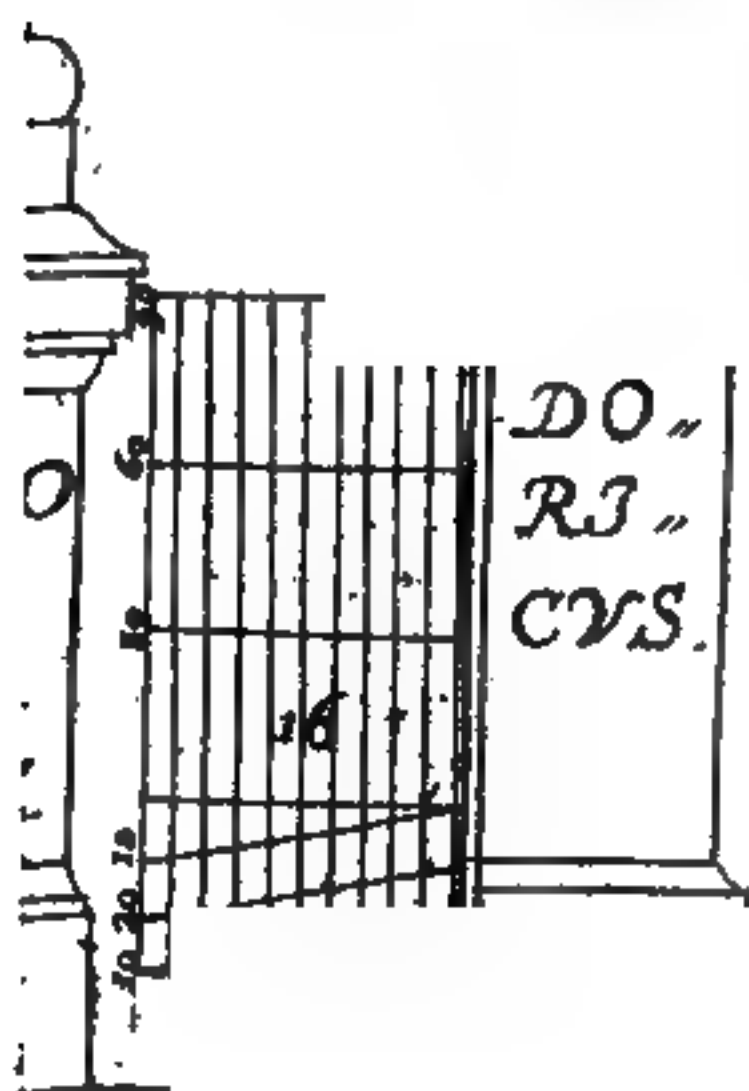
I. *Munimentum* vocatur locus, unde pauci multorum vim propulsare possunt.

DE

Fig. Archit. civil.
3



I H



p. XXXIV.

22

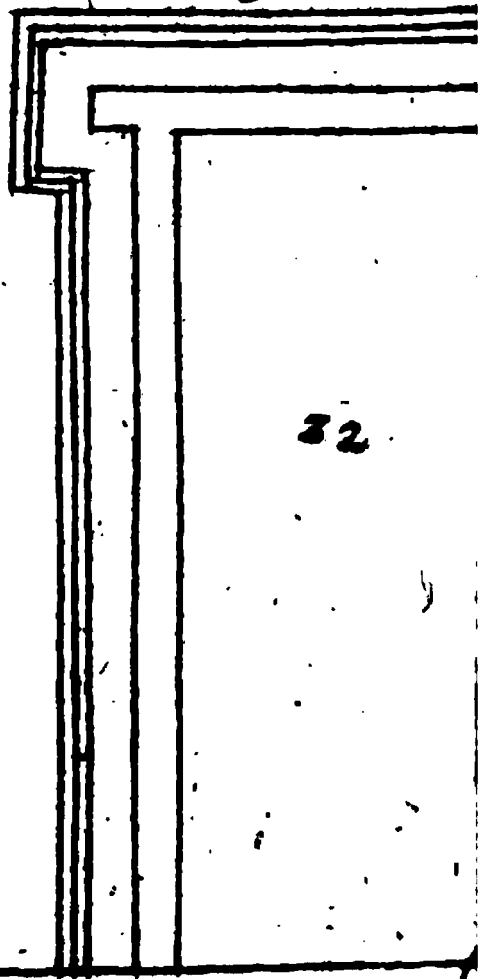
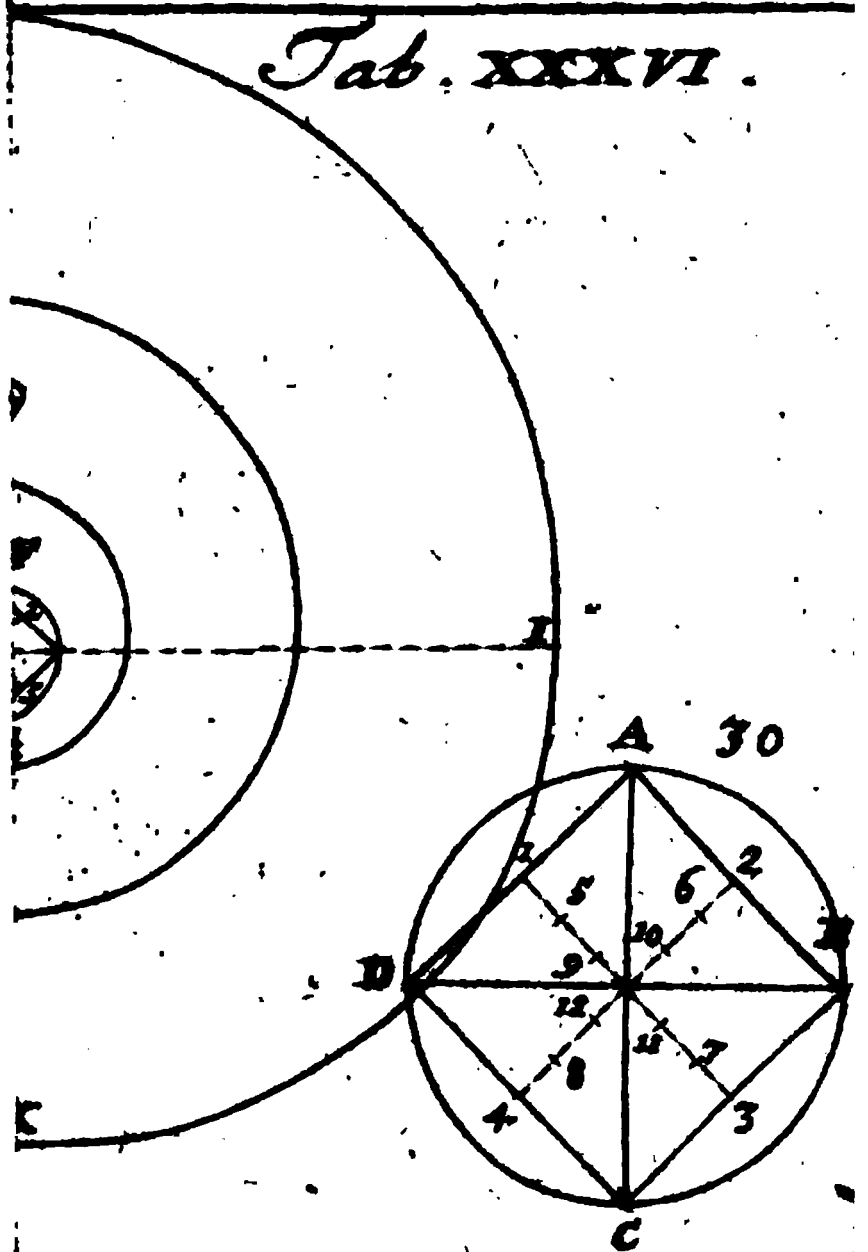
TEV.
TO
NS.
CVS.

24

25



Tab. XXXVI.



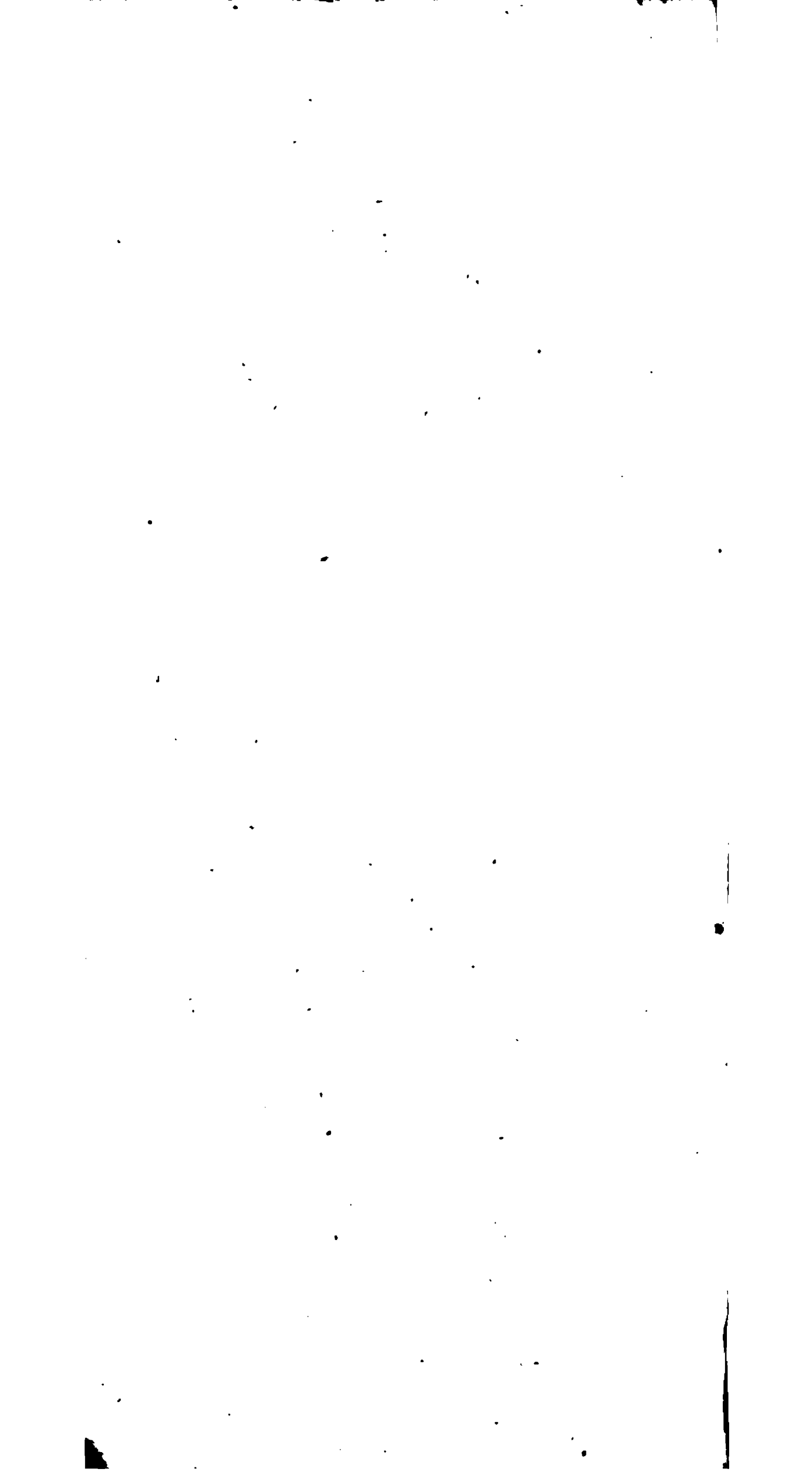


考



Tab. XXXVIII.







DEFINITIO II.

II. *Architectura militaris* est scientia, quae docet munitionem extruere, defendere et oppugnare.

SCHOLION.

III. *Nostra muniendi ratio a ueteri non parum differt.* Olim urbes muris, turribus et fossis, per sinuos fos anfractus, ut hostis ex pluribus locis conspiceretur, dispositis, spectabantur. v. FLAV VEGETII Lib. IV de re militari. add. notae Godeschalci Stewechii. VITRUV. archit. l. i. c. 5. AEGID. ROMANI liber de re militari ueterum, ed. ab Habnio in collectione monumentorum ineditorum. T. I. num. 1. c. 20. 21. add. IVSTI LIPSII libri V *πολιωρησιμων*, siue de machinis, tormentis, telis. Antwerp. 1596. 4. sed inuenio, ante annos prope quadringentos, puluere incendiario, ualla uarii generis terrea, uel nuda uel lapide uestita, moenibus praelata sunt.

CONSECTARIVM I.

IV. Cum opera munitionum sic facienda sint, ut a paucis aduersus multos defendantur, sequitur, nullum locum minimis sibi ipsi ad defensionem sufficere, sed quemlibet sic constituendum esse, ut ex uno uel pluribus uicinis spectetur et defendatur.

CONSECTARIVM II.

V. Quapropter polygoni figura ad claudendum munitionis ambitum aptissima est, atamen supra angulos polygoni propugnacula, defensionis mutuae causa, debent prominere.

CONSECTARIVM III.

VI. Locus quoque defendens sit non multo minor uel angustior illo, qui defenditur, ne plu-

plurium irruentiam impetus pauciorum defendentium conatus eludant.

OBSERVATIO I.

VII. *Experientia compertum est, globos & sclopetis emissos ad distantiam circiter sexaginta perticarum rhenolandicarum hostes ferire, ultra illud intervallum autem incertos et inefficaces ictus esse.*

CONSECTARIUM.

VIII. Quoniam igitur opera munitionis sclopetis rectissime defenduntur, linea defensionis ultra 60 perticas non multum prolongetur.

OBSERVATIO II.

IX. *Porro constat, per uallum terreum, 15 uel 18 pedum crassitie gaudens, globos tormentorum non penetrare.*

CONSECTARIUM.

X. Itaque loricae terreae, quae stantes in uallo milites tueatur, 15 uel 18 pedum crassities conuenit.

DEFINITIO III.

XI. Prominens ultra polygonam figuram opus AMNH *propugnaculum* (gall. Bastion, germ. Bollwerck,) uocatur; cuius linea media EB *capitalis*, (Capitale, Hauptlinie) uersa incampum EI *facies*, (face, Gesichtlinie) spectans uicinum propugnaculum HI *ala* (flanc, epaule, germ. Schulter-Streich.) denique illa, quae dimidiam crassi-

crassitiem inferiorem refert, BC *collum* (F. I. (demigorge, Kehl Linie) dicitur. Linea EF, EG, copulans cuspides duorum propugnaculorum, *polygona exterior*, opposita illi, quae inferiorum propugnaculi angulorum vertices nectit BD, *polygona interior*, denique huius portio inter alas interiecta HL, *chorda* (Courtine) nominatur. BC est *semidiameter minor*, EC *semidiameter maior*, EIK, quae fit, continuata usque ad chordam facie, *linea defensionis minor* (la ligne de defense rasante ou flankante. die kleine Streichlinie), et EL, *linea defensionis maior uel fixa* est. (la ligne de defense fichante, beständige oder grosse streichlinie) Denique portio chordae inter alam et lineam defensionis minorem sita K L, nuncupatur *ala secundaria* (second-flanc, cortinen-flanc.)

DEFINITIO IV.

XII. Anguli sequentia nomina habent. ABD = GEF est *angulus polygoni*, BCD *angulus centri*, MEI *ang. propugnaculi*, (angle flanqué) IKH, *ang. defensionis minor* (angle flquant interieur) IKL *angulus defensionis maior*, EIH *angulus alae et faciei*, IHK *angulus alae et chordae*.

PROBLEMA I.

XIII. Regulas, quas circa lineas et angulos munitionis artifices inculcant, explicare.

Resolutio. 1. Ala minimum dimidia faciei aequalis requiritur, ut huius defensionis sufficiat.

2. Collam non sit minus quinta polygonae interioris parte, alias propugnacula nimis angusta fiunt.

3. Capitem siue prominentiam propugnaculi tertia pars lateris polygoni interni definit.

4. Linea defensionis maxima 65 uel 70 perticas rhenol. non superet. (§. 8) ut sclopera usui sint. sed nec minor 60 perticis in maioribus munimentis assumenda, quoniam alias propugnacula praeter necessitatem multiplicantur.

5. Chordae longitudo intra 30 et 50 perticas subsistat.

6. Angulus propugnaculi inter 60 et 100 gradus assumatur. nunquam 60 gr. minor fiat, ne propugnaculum nimis angustum reddatur.

7. Ala uel ad lineam defensionis perpendicularis ponatur, uel saltem angulus, quam utraque linea claudit, non multo minor recto sit, ut ictus secundum lineam faciei parallelam, uel nonnihil eo inclinatam cernius dirigantur. Sed quae de magnitudine lineae defensionis et chordae tradidi, tantum de munimentis maioribus ualent, in minoribus utramque breuiorem esse posse, palam est.

Reliqua axiomata uariarum muniendi rationum explicatio plenius suggeret.

DEFINITIO V.

F.2.) XIV. Circa uallum, quo polygonum munitur, sequentia nomina in usu sunt. AM basis uel pēs ualli, ubi A est *accliuitas interior*, (talud interieur, innere boeschung)

B

B *ambulacrum ualli* (terreplein, Wallgang)
C *lorica cum scabello* (Parapet avec la banquette. Brustwehr mit der Fusbanck)
D et **E** *uallum inferius* (parapet des rondes it. faussebraye, der untere Wall)
K *margo fossae*, (Berme, Lisiere)
G *fossa*, (cuius decliuitas interior gallis escarpe, opposita exterior contrescarpe uocatur.)
H *uia tecta* (chemin couvert. der bedeckte Weg)
K *lorica ultima*. (glacis. uocatur uulgo uia tecta, uel sola uel cum lorica, contrescarpe.)

PROBLEMA II.

XV. *Regulas circa altitudinem et spissitudinem operum praecipuas explicare.*

Resolutio. 1. *Altitudo ualli perpendicularis sesqui pertica, siue 15 pedibus maior assumi non debet. nisi horizon cliuifus munitionem ambiens eam nonnihil augere iubeat. nam e uallo altiore opera externa commode uideri et defendi nequeunt.*

2. *Quando extra munitionem loca altiora illi uicina occurrunt, illa ut melius conspiciantur, et eo tormentorum ictus dirigantur, super uallo propugnaeuli humiliore aliud altius paulo, cuius alae sunt alis propugnaculi parallelae, extollitur. equites (Cavaliers) talia opera artifices uocare solent. (nonnunquam etiam super chorda statuuntur. Willb. Dilich peribologiae L. I. c. 13.)*

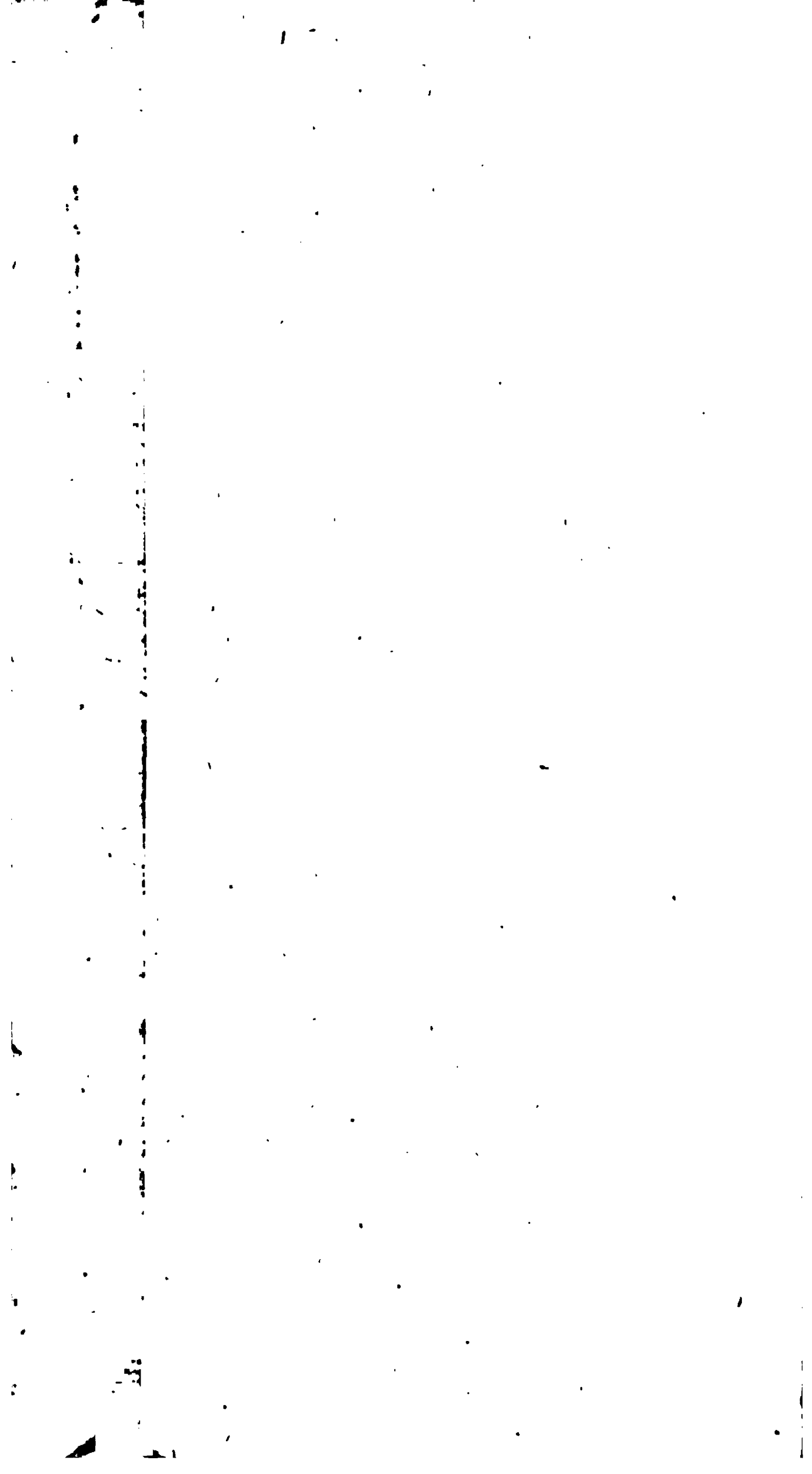
3. *Cum uallum intus uersus A muro non aedificatur, acclius fiat, et A L uel toti uel dimi-*



ab. XXXVII.







DEFINITIO II.

II. *Architectura militaris* est scientia, quae docet munitionem extruere, defendere et oppugnare.

SCHOLION.

III. *Nostri muniendi ratio a ueteri non parum differt. Olim urbes muris, turribus et fossis, per sinuosos anfractus, ut hostis ex pluribus locis conspiceretur, dispositis, sepiebantur. v. FLAV VEGETII Lib. IV de re militari. add. notae Godeschalci Stewechii. VITRUV. archit. l. I. c. 5. AEGID. ROMANI liber de re militari ueterum, ed. ab Habuio in collectione monumentorum ineditorum. T. I. num. I. c. 20. 21. add. IVSTI LIPSII libri V πολιωνικῆς, siue de machinis, tormentis, telis. Antwerp. 1596. 4. sed inuento, ante annos prope quadringentos, pulvere incendiario, uallu uarii generis terrea, uel nuda uel lapide uestita, moenibus praelata sunt.*

CONSECTARIVM I.

IV. Cum opera munitionum sic facienda sint, ut a paucis aduersus multos defendantur, sequitur, nullum locum minimis sibi ipsi ad defensionem sufficere, sed quemlibet sic constituendum esse, ut ex uno uel pluribus uicinis spectetur et defendatur.

CONSECTARIVM II.

V. Quapropter polygoni figura ad claudendum munitionis ambitum aptissima est, atque men supra angulos polygoni propugnacula, defensionis mutuae causa, debent prominere.

CONSECTARIVM III.

VI. Locus quoque defendens sit non multo minor uel angustior illo, qui defenditur, ne plu-

Resolutio. 1. Ex tab. I. §. praec. excerpatur magnitudo semidiametri minoris quae polygono delineando responderet, eademque circino e scala geometrica capiatur, et circuli peripheria obscuro ductu describatur.

2. Haec ope polygonae lineae interioris in aequales partes diuidatur, et polygonum regulare circulo inscribatur.

3. Ex angulo polygoni in linea polygonae utrimque semicolla, et in continuatis semidiamentris capitales definiantur.

4. Alae collorum extremis perpendiculares imponantur, tum ductis faciebus et chordis, protographia munitionis belgicae absoluat.

5. Pro pleniori ichnographia ex tab. III. spissitudines ualli utriusque, loricarum, (accliuities etiam, si figura ampliore illas liceat exhibere) fossae, viae tectae et loricae ultimae latitudines assumantur, scalaeque adminiculo annotentur, et ipsa operum illorum uestigia parallelis lineis, quemadmodum figura edocet, signentur.

PROBLEMA V.

XX. *Orthographiam munitionis belgicae internam siue profilum delineare.*

F. 2.) *Resolutio.* I. In lineam rectam AK ex tab. III. latitudines, spissitudines et accliuities ualli utriusque, loricarum, fossae, viae tectae, scalae geometricae auxilio, transferantur.

2. An-

2. Annotentur etiam altitudines operum secundum eandem tabulam, et profilum nudum connexis lineis facile obtinebitur.

3. Ut autem situs eorundem melius exhibeatur, eligatur oculi altitudo, eoque ex singulis linearum profili punctis extremis, obscurae lineae ducantur; ab his portiones quaedam, uti figura refert, aequalis longitudinis resecantur, et posteriora linearum resectorum extrema rectis copulentur. postea umbra adiciatur, ut altiorum et humiliorum locorum discrimen pateat, et satisfactum erit problemati.

DEFINITIO VI.

XXI. *Opera externa* uocantur, quae extra uallum principale, et ultra fossam eius collocata sunt: Qualia sunt *parmula*, (aliis *semiluna*, gall. *demilune*, ravelin.) *fercipula*, (tenaille.) *opus cornutum*, (ouvrage a cornes.) et *coronatum*. (ouvrage a couronne)

CONSECTARIUM.

XXII. Inuenta sunt ad frangendas hostium obsidentium vires, ut eos nempe prius opera separata occupare oporteat, antequam in munitionem ipsam irruere possint. Qua de causa sic opera externa disponenda sunt, ut ex uallo principali possint undique conspici et defendi, et ne prospectum, in loca extra munitionem sita, impediant, ideoque uersus munitionem primariam aperta et humiliora esse debent.

PRO-

PROBLEMA VI.

XXIII. *Parmulam delineare.*

F. 4.) *Resolutio.* 1. Super medio cortinae puncto erigatur perpendicularum ultra fossam prolongatum; ex continuatione eiusdem dematur capitalis parmulae uel ravelini $DB = 16$ uel 18 pert. et ex puncto D uersus punctum concursus alae et faciei propugnaculi A, ducantur facies ravelini CD.

2. Ravelinus munitur uallo, lorica et fossa, seruatis mensuris sequentibus.

Pes ualli	40 ped. rhinl.
acclinitas interior.	6
—— exterior.	3
altitudo ualli.	6
ambulacrum eius	12
loricae crassities	15
fossae latitudo.	40.

Omitto semilunam, quam ante propugnaculum olim Batavi ponebant, siquidem illa tanquam nimis angusta et inutilis, quin, ubi in hostium manus peruenit, periculi plena pridem reiecta fuit. v. *Rusenstein, fortificat. fig 9. et 19. Metder p. 50.* Alii parmulam et semilunam distinguunt. illam uocant opus, quod tantum facies et colla habet, in semiluna praeter facies etiam alas desiderant. sed utrumque nomen promiscue ab architectis usurpatur.

PROBLEMA VII.

XXIV. *Forcipulam simplicem et duplicem delineare.* Re-

Resolutio. 1. *Pro forcipula simplici* latitudo eiusdem FG in quatuor partes diuidatur, ex medio quarta pars HK perpendiculariter demittatur, et ad illius extremum punctum facies forcipulae, FK, KG ducantur.

2. *Pro duplici*, similiter quarta pars latitudinis e medio demittatur, eidemque supra lineam LM parte tertia uersus M continuetur. Deinde ex lineis LH, HM decerpantur $\frac{2}{3}$ pro facie forcipulae, inde ductis alis ad N forcipula duplex formatur.

Collocatur forcipula plerumque ante chor-
dam, eiusque latitudo uel distantiae alarum ae-
qualis uel etiam paullo maior assumitur. munitur
lorica et fossa. aliquando etiam angulum exter-
num forcipulae simpliciis parmula tnetur.

PROBLEMA VIII.

XXV. *Opus cornutum delineare.*

Resolutio. Fiat primum forcipula sim (F. 4. plex, et ex facierum medio in alterius continuationem rectae perpendiculares ad L et R ducantur, ita duo dimidiata propugnacula pro opere cornuto formantur.

Hoc quoque opus munitur lorica et fossa, addito quandoque ravelino. adiungitur munimen-
to, ut suburbium, uel alius locus extra munitionem situs, cuius defensio uidetur necessaria, sepia-
tur.

PROBLEMA IX.

XXVI. *Opus coronatum delineare.*

Re-

Resolutio. Opus coronatum est munitione F. 4.) gularis externa, constans uno integro, uel duobus integris et duobus dimidiis propugnaculis. adeoque pro polygono, latere eiusdem dato, quaeruntur magnitudines capitalis, colli, alae, (§. 18. n. 3.) postea delineatio facile absoluitur. gaudet tale opus uallo, torici et fossa, altitudinis et spissitudinis mensurae, quales in parmula §. 23. laudavi etiam hic ualent. applicatur tum cortinae, tum propugnaculo, uel pro loco extra munitionem sito cingendo, uel ualli inferioris uice fungitur.

DEFINITIO VII.

XXVII. *Castella* dicuntur munimenta angustiora, quae uel ad urbem ampliorem applicantur, (*Citadelles*) uel pro traiectu aut castris defendendis exstruuntur.

Castra minora imperante Carolo V Gandavo et Vtraiecto primum fuerunt apposita.

CONSECTARIVM I.

XXVIII. Itaque talium castellorum regularium delineatio et constructio ab ea, quam supra circa ampliores munitiones tradidi, minime differt.

CONSECTARIVM II.

XXIX. Quia iuxta urbes maiores non solum ad easdem tuendas, sed etiam ad retinendos in officio ciues, castella aedificantur, liquet, quod illa contra uim hostium externam probe munita, altiusque paulo ad urbem posita esse debent.

ant Requiritur praeterea, ut urbs versus castellum aperta minusque munita sit. domus ergo distent a castello 50 uel 60 perticis, et prope idem sint humiliores et lignae. conf. DILICH. L. I, c. 22.

PROBLEMA X.

XXX. *Castellarum minorum campestrium* (forts. fortins de campagne. feldschantzen) *delineationem et constructionem explicare.*

Resolutio. 1. *Pro reductu* (redoute) (F. 5. Sive munitione quadrangula, latus 8 perticarum assumitur, et fit quadratum, quod undique cingitur lorica 4 pedes spissa, et fossa.

2. *Pro munitione stellata*, fiat radio octo (F. 6. perticarum circulus, eiusque peripheria in 4, 5, uel 6 partes aequales diuidatur. quarta pars subtensoe horum arcuum ex medio demittitur ad perpendicularum, et tot fiunt forcipulae simplices, (F. 24.) quot sunt subtensoe uel circuli partes. ambit hanc aream lorica cum fossa, et munitione stellata producitur.

3. *Pro munitione propugnaculis dimidiis praedita*, fiat triangulum aequilaterum, uel quadratum, latere octo uel decem perticarum. tum continuatis alternis lateribus, $\frac{1}{2}$ eorundem pro capitali, $\frac{1}{4}$ pro collo, $\frac{1}{8}$ pro ala propugnaculi dimidii seruetur, et lorica cum fossa circumponatur. v. *Mallet travaux de mars* T. I. p. 368. T. II. p. 350. ed. germ. *Martii ingeniarius europaeus* T. III. p. 167.

Alia

Alii pro claudendo munitionis campestris ambitu, altera parte forcipulam, altera opus cornutum exstruere iubent.

SCHOLION.

XXXI. *Hollandica muniendi methodus hodie reprehenditur, 1) quia alae ad lineam defensionis inclinatae incertant, 2) et angustae nimis non sufficientem defensionem praestant. 3) alae secundariae nullius ferri usus. 4) uallum inferius saltem ante faciem et chor- dam inutile. 5) opera externa infirma. 6) uia recta continua facile superabilis. vid. MALLET P. 2. p. 163.*

SECTIO II.

DE

ALIIS MUNIENDI MODIS RECENTIORIBVS.

SCHOLION.

XXXII. *Plurimas hodie muniendi formas ab Hollandica discrepantes excogitatas esse, inter omnes constat. Plus quam centum tales describit L. C. STURMIS, in libro utilissimo, quem sub titulo architecturae militaris hypothetico - eclecticae Norimbergae a. 1702. 8. et auctius a. 1720. 4. uulgauit, sed non omnium idem pretium eademue auctoritas est: neque adhuc ars illa ultimum perfectionis fastigium attigisse uidetur. Hoc loco seligendae nobis sunt methodi nouae praestantiores, experientiae documentis et celebriorum artificum assensu firmatae, quam laudem Pagani, Blondelli et Vaubanii inuenta prae ceteris in-*

PROBLEMA XI.

-XXXIII. *Fundamenta methodi Paganianae explicare.*

Resolutio. Comes de Pagan Gallus (*) 1. Regalia constituit tria, polygona linea exterior AB maioris; 200 sexpedas, siue 100 perticas, medii 90, minoris 80 perticas capit.

2. Propugnacula ope huius polygonae exterioris introrsum designat. demissa ex illius medio linea perpendiculari DE, quae ubique 30 sexpedis uel 15 perticis aequalis est; ductis enim per punctum E lineis defensionis, inde resecat facies AF, GB, 30 pert. pro maiori, $27\frac{1}{2}$ pro mediocri, et 25 pro minori munitio-
ne.

3. Alas ex extremis facierum punctis ad lineam defensionis perpendiculares demittit.

4. Alam GK bisecat, et illius dimidiam partem GM pro auricula seruat, alteram lorica tripliei instruit.

5. Hisce cognitis, trigonometriae planae ad-
miniculo, tum reliquae lineae, tum etiam anguli reperiuntur. In praesenti dabo saltem
semidiametrorum maiorum, quae polygonis li-
neis ante laudatis respondent, quantitatem:

Poly:

(*) v. tr. gall cui tit. les fortifications de M. le Comte de Pagan avec ses theoremes sur la fortification. Paris 1645. 1668. 12. prodiit etiam germanice cum commentario Francof. ad M. a. 1654. 8. quae editio nunc mihi ad manus est.

	Polygona V.	VI.	VII.	VIII.
Reg. maius	85	100	115	130
medium	76	90	103	117
minus	68	80	92	104

6. Sectio siue profilum trium loricarum F.9.) (flancs retires) sic se habet. ualli supremi altitudo supra horizontem tres sexpedas continet, inferiora ualla una sexpeda humilior collocantur. Valli superioris ambulacrum Alatum est perticas duas, inferioribus B, C, sequi porticae latitudo tribuitur. Spissitudo loricae ubique est 15. pedum. Reliqua ex ichnographia sequente intelligi facile possunt.

PROBLEMA XII.

XXXIV. *Ichnographiam Paganianae F.10. Tab.43.)munitionis pleniorē describere.*

Resolutio. 1. Semidiametro maiori ducatur circulus obscurus, et in eum quoties libet linea polygonae exterior transferatur.

2. Demissa ex huius medio perpendiculari, ducantur lineae defensionis, ex iis abscindantur facies, et ducantur alae ad lineam defensionis normales, harumque extrema connectantur recta linea, quae chordam refert.

3. Ex uertice anguli propugnaculi uicini per mediam alam rectae obscurae delineentur, et inde 15 pedes pro auricula prominente demantur, et sic porro uestigium trium loricarum per num. 6. §. praeced. exhibeatur. Sed de

de longitudine harum loricarum notandum est, extremam dimidiae alae aequalem esse, sequentes una pertica sunt longiores. Propugnaculum autem non solum lorica cum uallo cingit, sed tertiae inferiori loricae etiam facies, externis propugnaculi faciebus parallelae, applicantur, ut interius propugnaculum fossa ab externo seiunctum producat.

4. Fossa ante propugnacula et chordam latitudinem alae aequalem habet. circa faciei extremum fossa una pertica fit latior.

5. Ante fossam collocat sequentia opera, sed non eodem modo. attuli hic medium genus, siue regale mediocre. Nimirum e centro munitionis per angulum, quem formant lineae fossam claudentes, ducit lineam rectam, 25 perticis parem, pro capitali semilunae, colla assumit. 15 perticarum, et his bisectis duplicem semilunam, uti schema docet, perficit, eamque lorica et uallo sepit. Vtraque eiusdem est altitudinis, et posterior, occupata iam ab hostibus priore, usum habet.

6. Ante facies ducit ultra fossam intervallo sex septemue perticarum parallelas, hisque lorica et uallum adiungit, et haec opera *conregardes* appellat.

7. Semilunam et ualla externa fossa, dimidiam latitudinem fossae principalis habens, cingit.

8. Tandem ultimo loco uia terra cum lorica decliui, Belgicae haud absimilis, sequitur.

9. Et ut opera tenuiora, cuniculisque agendis minus idonea efficiat, ex solido illa lapide construui iubet. conf. tr. cit. c. 6.

CONSECTARIVM I.

XXXV. Liquet ex hac descriptione, Paganum munitionem Belgica multo robustiorem condidisse. nam 1. alae sunt ad lineam defensionis perpendiculares, unde directi certique ictus frunt. 2. auricula regit unum alterumve tormentum, ne hostium ictibus sit expositum. cuius auxilio transitus fossae felicius impeditur. 3. Propugnaculum et semiluna duplex, nec non loricae plures defensionem augent, ex humilibus uero hostes uicini, qui iam operibus externis imminet, et fossae transitum tentant, sclopetorum et tormentorum globis petuntur.

CONSECTARIVM II.

XXXVI. Attamen defectibus quoque suis haec forma laborat. Nam 1. alas, amplioribus quippe faciebus tuendis destinatas, potuisset paulo longiores efficere, curtata nonnihil auricula. 2. ualla externa in maiori regali nimis ampla constituit. 3. opera lapideanimios postulant sumtus.

SCHOLION I.

XXXVII. HENRICVS A RVSSENSTEIN *Pagani loricas tres spatiosiores reddit, propugnaculum interius omittit, ut uallis terreis uti possit, praeterea nullum inferius ante chordam collocat, uid. MELDER l. c. p. 17. STVRM dialog. 10. p. 60. BLONDEL Fig. II. Tab. 44.) dans la nouvelle maniere de fortifier les*

les places, Paris 1683. 4. german. Sulzbaci 1686. 8. duo tantum munimentorum regularium genera laudat. maioris polygoni linea exterior 100. minoris 85 perticis constat. linea defensionis perpetua 70 perticis aequalis, in regali maiore, 60 in reg. minore, assumitur. praelongam loricae magni facit, breuem auriculam admittit, et faciei propugnaculi et semilunae humilem loricae cum uallo addit, unde hostes cominus certius feriantur. Haec inuenta usu non destitui, rei ueriperiti fatentur, sed sumtus constructionis nimios minui cupiunt. addidi schema, quod rem omnem luculentius declarat.

SCHOLION II.

XXXVIII. Superest, ut de VAUBANII marischalli Franciae inuentis nonnihil addam. Is enim magna prae ceteris felicitate, LUDOVICI XIV auspiciis, artem muniendi excoluit, siquidem trecentas munitiones ueteres emendasse, 33 omnino nouas extruxisse, et 53 obsidionibus praefuisse dicitur. legitur eiusdem uita dans l'histoire du renouvellement de l'academie royale. p. 179. Ipse Vaubanius quidem methodos a se excogitatas non descripsit, ex operum uero, quae condidit, contemplatione illarum leges tractatibus peculiaribus, tradidere Ozanam, Du Fay, Chevalier de Cambray, et Sturmius. Duas hoc loco proferam in medium, prior propugnacula auriculis et alis in arcum efformatis instructa habet, cuius mensuras Ozananius uulgauit, in altera propugnacula a uallo interno separata sunt, qualem nouo Brisaco muniendo adhibitam fuisse, Sturmius autor est.

PROBLEMA XII.

XXXIX. Formam muniendi Vaubania-nam explicare.

Resolutio. Forma prima talis est. 1. Retinet tria regalia, maius, mediocre et minus. linea polygoni externa maioris 100, medii 90, minoris 80 perticas capit. (F. 12. Tab. 42.

2. Ex medio lateris polygoni externi AB perpendicularum CD demittit, nempe CD est pro pentagono $\frac{1}{7}$, pro reliquis $\frac{1}{6}$ AB.

3. Sub hoc perpendicularo ducit lineas defensionis AH, BG, et ex iisdem pro facie propugnaculi $\frac{2}{7}$ AB = AE = FB resecat.

4. Distantiam facierum EF transfert in lineas defensionis, ut EF = EH = FG, et ducit lineas obscuras EG et FH.

5. Ex his aufert $\frac{1}{3}$ pro auriculae longitudine Em, reliquas $\frac{2}{3}$ pro ala servat.

6. Alas curuatas (*tours creuses*) sequenti modo componit. ex m et G rectas (apposita regula ad propugnaculi angulum B) nm et oG constituit aequales $\frac{1}{2}$ Em siue sextae parti lineae EG, et super mG statuit triangulum aequilaterum, et ex eius uertice ducit arcum no, qui alam curuatam claudit; ducitur etiam semicirculus super Em pro auricula formanda, et denique chorda GH.

F 13. Tab. 45.) 7. Factis primis hisce lineamentis, sequitur ichnographia plenior. nimirum propugnacula et chordam instruit lorica et dallo: illi 18 pedes, huic 3 peruciae, pro latitudine assignantur.

8. Fosse latitudo longitudini alie mG aequalis redditur.

9. Ante chordam olim ponebat opus cornutum A, sed cum alam eius nimis hosti speratam esse animaduertisset, simplicem forcipulam B (*fausse braye-taille*) adhibere maluit.

10. In

10. In fossa ipsa aliquando depressam loriceam duplicem, quae utrinque in horizontem fossae definit, collocavit, et *arcam* (coffre) vocavit. illius orthographia ad literam O adieci. nempe altitudinem loricae 4 ped. profunditati fossae parem statuit. vid. STVRM. arch. mil. hyp. tab. 57. arca haec sic ordinari debet, ut, cum deferenda est, aquis maximam partem statim repleatur, et hostibus evadat inutilis.

11. Opera externa Vaubanii diuersimode auctores nobis sistunt. Ozanam semilunam utrimque uallis latis (perspicilla uocat) stipitam depinxit, vid. STVRM. tab. 65. sed postea Vaubanius ualla externa faciebus propugnaculi ad imitationem Pagani obiecisse dicitur. Fit nempe semiluna duplex DE, si collum totum KL 16, capitalis KE 25 uel 26 perticis definiatur, collum diuiditur in duas partes, et altera seruetur pro collo semilunae internae D, altera fossae intermediae et uallo ac loricae semilunae externae tribuitur.

12. Valla externa F (*contresgardes*) similiter 8 perticas lata, parallelo situ ad faciem locantur, extrema uersus semilunam pars ala duplici gaudet. superior M, longa 3 perticas, parallela est lineae Xy, cuius ope arcum alarum propugnaculi reperimus, inferior et depressior N ad perpendicularum faciei semilunae E insistit. et una pertica retrahitur, ut a superiore

etiam auricula quadam regatur. muniuntur haec ualla fossa 4 uel 6 perticarum.

12. Denique uiam tectam singulari artificio communit. lătitudō eius tribus perticis terminatur. in angulis erigit loricas G, (*traverses*) quarum orthographiam iuxta literam T exhibui, medio inter loricas loco spatium H, (*place d'armes*) intra quod milites uiam rectam opportunius tueantur; statuit. quam separatiōnem uiae tectae utilem esse experientia docuit. Viam tectam lorica deorsum circumdari, per se quisque intelligit.

Forma secunda.

1. Huius prima lineamenta secundum praef. F. 14. Tab. 42.) cepta formae primae designantur. nempe ex latere polygoni externo AB perpendiculum CD, $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{8}$ AB demittitur, et lineae defensionis sub hoc perpendiculo usque ad semidiametros oppositas O et X continuantur. facies propugnaculi AE uel BF capiunt $\frac{2}{3}$ AB.

2. His factis, extrema puncta linearum defensionis G et H ope distantiae propugnaculorum EF = EH = FH reperiuntur.

3. Ducuntur alae rectilineae obscurae EG longius continuandae uersus π ; ex continuariōne abscinditur GL = 7 perticis, et LN = $1\frac{1}{2}$ perticae. ex L ducitur LO.

4. E puncto O tanquam centro, radio 6 perticarum, describitur circulus, eidemque inscribitur pentagonum regulare, quemadmodum fig. 14 et 15 docent.

5. Ob-

5. Obscura linea PS vertices horum polygonorum iungat; haec simul alas, propugnaculi separati, (*bastion detaché*) qualis est EZ finiet. relictaque linea TZ 6 uel 8 perticarum, tandem linea RT parallela faciei cludet propugnaculi separati ambitum.

6. Postquam hoc modo tum munitionis internae, tum propugnaculorum separatorum limites definiti sunt, uallorum et loricarum dispositio ita se habet. Pentagonum, siue turris propugnaculi (*tour bastionnée*) ex muro solido construitur, ideoque octo uel decem pedum crassities pro illius lorica sufficit. ima pars subilis fornicata est, ut inde tormentis fossa defendi et hostis a transitu eiusdem prohiberi queat. uid. fig. 16. num. 1. Tab. 47. et num. 2. ibi. (F. 16, dem sectio ualli interioris et fossae, ascriptis ubique mensuris, additur. reliquus internae munitionis ambitus lorica et uallo cingitur.

7. Fossae latitudo pro munitione interna ex protographia intelligitur.

8. Propugnacula uero separata (F. 15. Tab. 46, itidem lorica et uallo gaudent.

9. Intermedio inter propugnacula loco forcipula statuitur, sed duabus tribusue perticis a propugnaculo remouenda.

10. Propugnacula separata fossa ambit, cuius latitudinem alae propugnaculi longitudo metitur.

11. Ante hanc fissam semiluna duplex est, cuius mensura ex schemate et praecedentis for-

mae descriptione liquet; utraque brevis ala instruitur.

12. Tandem via tecta eius, quam priore formae applicui, simillima totam munitionem claudit. Quae quidem praecepta schemata duo peculiariter fig. 15 et 16, quibus scala subiecta est, luculentius declarant.

Aliam modo delineasse similem formam Vaubanius Casalis muniendo adhibuisse fertur, quam STVRMIUS tab. 66 depinxit.

CONSECTARIUM.

XL. Vaubaniana methodus hodie in primis propterea aestimatur, quia non solum aliarum formarum vitia emendat, sed etiam, quia vallibus terreis plerumque accommodata est, qua ratione opera ad belgicae munitionis simplicitatem reducit, ut iisdem propemodum sumptibus, quo illa constabat, absolui et exstrui possit.

De defectibus illius, in primis de propugnaculorum separatorum et loricearum transversarum incommodis differit Jönchere dans la nouvelle methode de fortifier les plus grandes villes. Paris. 1718. 12. cap. 2.

SCHOLION.

XLI. Plura de methodis muniendi recentioribus Saurmius libro supra laudato exponit, et cum illae, de quibus dixi, praecipuae omnium sint, de aliis minus celebribus copiose hic agere nihil attinet. Illud tamen silentio praetermittendum non est, recentiorum inuentis excoliendis passim occasionem dedisse duum viros egregios, DANIELEM SPEKLEVUM Archite-

cum *Argentinenſem*, edito opere lectu digno, cui titulus; *Architectura von Veſtungen. (de munimentis.)* prodiit Argentorati a. 1599. fol. recuſ. *Dreſdae* a. 1705. et *WILHELMVM DILICHIVM*, cuius peribologia, ſive tractatus ampliffimus de munimentis, opera Io. Guilielmi Fil. locupletatus, additis figuris plus quam quadringentis, eleganter aeri incifis, prodijt *Francof. ad M.* a. 1640. fol.

CAPVT III.

DE

MVNITIONE IRREGVLARI.

DEFINITIO VIII.

XLII. *Munitio irregularis* eſt, quæ applicatur polygono irregulari.

CONSECTARIVM I.

XLIII. Itaque huius constructio, quantum licet, ad formam regularem reuocanda, et generatim opera danda eſt, ne ullus in munitio-
ne irregulari locus relinquatur, qui non aliunde conſpici defendique poſſit. (§. 4) porro, quia defenſio certiffima ſclopeterum icibus fit, locus, unde illa ſperatur, a defendendo ultra 60 uel 65 perticas *rhenolandicas* remoueri non debet. (§. 7).

CONSECTARIVM II.

XLIV. Occurrunt autem hic conſiderandi caſus duo. munitio-
nis enim irregularis anguli,
aut

aut parum differunt ab angulis et lineis muniti-
onis regularis, aut multum a seinuicem dissi-
dent. Ad primum genus pertinent anguli non
minores 90 gradibus, et latera polygoni inter-
ni non minora 36, uel non maiora 70 perticis.
ad secundum genus refero angulos recto mino-
res, itemque externos, et lineas polygoni in-
terni nimis breues uel nimis longas.

PROBĒMA XIV.

XLV. *Polygonum irregulare primi ge-
neris propugnaculis instruere.*

Resolutio. Cum constet ex praeceptis ar-
F.17. Tab.48.) chitecturae militaris generalibus,
capitalem cuiuslibet propugnaculi esse tertiam
lateris polygoni interni partem, (§. 13. n. 3.)
datis duobus uicinis polygoni lateribus AB
64, AF 43, eorundem quaeratur pars tertia,
sed quia inaequalia sunt; iungantur $\frac{1}{3}$ AB + $\frac{1}{3}$
AF, et summae dimidium pro capitali AK, per
medium polygoni angulum BAF ducatur;
similiter capitalis HB inueniatur, et ducatur
obscura linea HK, quae latus polygoni exter-
num exhibet; ex medio illius L demittatur per-
pendiculum LM \perp HK, secundum regulam
Vaubanio probatam, (§. 39) ducanturque li-
neae defensionis HM, KM, et ex illis $\frac{2}{7}$ HK
pro faciebus abscindantur, in continuatas uero
lineas defensionis distantia facierum transfera-
tur. (§. 39. n. 4.) ita alae quoque propugnacu-
li et chorda duci potest.

PRO.

PROBLEMA XV.

XLVI. Polygonum irregulare secundi generis propugnaculis instruere.

Resolutio. Casus 1. quando lineae sunt nimis longae.

1. Sit talis linea BC , 144 pert. dividatur illa in partes duas aequales, inuentaque et educta ex medio G capitali, ope lineae polygoni externi denuo facies, ala et chorda eodem, quo dixi modo, definiantur. Tale propugnaculum super linea recta constructum uocatur planum, gallis *Bastion plat*, uel *platte fornie*.

2. Quando linea CD pol. interni non multum excedit 70 perticas, ueluti cum capit 80, 90 perticas, eodem modo polygonum fiunt, sed alae in linea defensionis nonnihil promouentur uersus medium in Y et X , ut linea defensionis 70 perticis aequalis euadat, uel saltem non multum eam superet.

Casus 2. Cum linea AF est nimis breuis, e. g. 30 uel 36 perticarum, parua eidem simili artificio propugnacula applicantur, et chorda semiluna robustiore defenditur.

Casus 3. Quando angulus polygoni recto minor est. e. g. D . si modo capiat 60 gradus, habetur pro angulo propugnaculi, ductaque linea polygoni externi OD , eodem, de quo nunc dixi, artificio muniatur. Vel, si infra lineam CD alas demittere non licet, prolongetur linea BC , ita angulus D reddetur obtusior, et eidem propugnaculum opportunius poterit

poterit imponi, imprimis si linea ED infra D nonnihil deprimatur. prouti lineae obscurae, quae in X concurrunt, docent.

Casus 4. Quando angulus externus E. muniendus est. Omissa anguli curvatura, ducatur linea polygoni interni recta DE, quae si ultra 100 perticas excurrat, super medio eius propugnaculum planum fiat, et opera saltem detur, ne ultra 70 perticas linea defensionis extendatur. Hoc enim si eveniat, uel duo propugnacula plana super illa linea fiant, uel operum externorum accessione eidem de defensione prospiciatur.

Plura adminicula diligens locorum irregularium contemplatio, collatis probatissimorum magistrorum praeceptis, suggeret. Ceterum liquet ex hoc problemate, coniunctione methodi belgicae cum recentiorum hypothefibus, irregularis munitionis constructionem facilitari.

C A P V T IV.

DE

OPPVGNATIONE ET DEFENSIONE MUNIMENTO- RVM.

PROBLEMA XVI.

XLVII. *Pulueris pyrii compositionem explicare.*

Re-

Resolutio. 1. Materiam pulueris incendiarii suppeditant nitrum et sulphur, cum carbonibus certa proportionem permista. nimirum pro optimo, sex partes nitri, uni portioni sulphuris, et uni portioni carbonum adduntur.

2. Tria haec in subtilem puluerem rediguntur, aqua humectantur, et aliquot horis in mortario contunduntur, ut inter se inuicem intime misceantur.

3. Postea materia humida adhuc cribro, cuius fundum pelliceum multis exiguis foraminibus pertusum est, iniicitur, et percribratur, granulaque exsiccantur; locoque sicco reposita asservantur.

v. *Buchner theor. et praxis artilleriae* P. III.

Branden Büchsenmeister p. 400. sq.

SCHOLION.

XLVIII. Quoniam hodie omnis munitionum tum oppugnatio tum defensio pulueris incendiarii adminiculo fit, ab huius compositione praesentis capituli initium ducendum fuit. Originem illius et inuentionem diuersimode scriptores narrant. ISAACVS VOSSIUS uariar. obseruat. c. 14. p. 83. Sinensibus tum pulueris pyrii tum tormentorum inuentionem tribuit. quod ante eum quoque fecere ANDR. DE AGVIRRE in *relat. de mirabilib. et diuitiis regni Chinae* p. 123. ATHAN. KIRCHER *Chinae illustratae* p. 222. I. PET. MAFFEVS in *hystor. indiae* L. 6. p. 256. sed uerior est narratio I. AD. SCHALLII init. *expedit. christ. ap. chineuses* c. 7. p. 63. sq. ubi Iesuitae haec europaeorum inuenta chinensibus communicasse scribit. In Europa primum pulueris illius praeparationem nouisse creditur ROGERIVS BACO, qui sec. XIII. in Anglia claruit. conf. PASCH de inuentis nouantiquis c. 7. p. 746. add. BORRICHII *tr. de*

ortu et progr. chemiae p. 226. Postea, propria forsau industria vel fortunae beneficio, eiusdem max. riae mixtionem reperit et in usum belli ita lauat B. ARTHOLDVS SCHWARZ, monachus Friburgensis, illi hunc honorem habens PLATINA de vitis pontificum in V. Urb. VI. p. 254. RAMVS Scholar. maxbem. L. 2 p. 61. MACHIAVELLVS Hist. Florent. L. 1. p. 88. tempus inuentionis incidit in ann. C. 1370. nam a. 1280. hoc pulvere iam usi dicuntur Veneri in pugna ad fossam Claudiam contra Genueses. conf. POLYDORI VERGILII de inuentorib. rer. L. 2. c. XI. p. 124. THOMAE SPRAT history of the royal Society p. 267. CHRISTOPH. BESOLDI discurs. polit. p. 46. Obs. select. Halens. Tom. X. p. 312. ERDM. PHSE critici T. I. p. 427. IUL. CAESAR BV. LÉNGER L. 5. histor. sui temporis tormenta circa. a. C. 1330 composita fuisse, iisdemque Anglos contra Gallos, a. 1346 usos fuisse contendit.

PROBLEMA XVII.

XLIX. De tormentorum differentia explicare.

Resolutio. 1. Tormenta uocari omnia instrumenta, ex quibus, pulueris pyrii adiuumento, globi maiores eiciuntur, inter omnes constat. Differunt autem tum structura, tum magnitudine.

2. Alia enim fistulis longis gaudent, absque peculiari pulueris receptaculo, alia tubos breuiiores, et separata pulueris receptacula habent. priora tormenta proprie, (Stüke, Canonen) posteriora mortaria (Mörser, Pöller) uocantur.

3. Tam tormentorum quam mortariorum diameter orificii, quam *calibram* dixerunt, pro
mea.

mensura longitudinis et crassitiei eorundem, adhibetur.

4. Partes tormenti sunt tres, *ima* siue *pars fundi*, (Bodenstück) *media* axibus instructa, (Zapfen-Stück) *anterior orificii* (Mundstück) longitudini primae $\frac{6}{20}$, secundae $\frac{3}{20}$, tertiae $\frac{1}{20}$ totius longitudinis tormenti assignantur. *spissitudo* imae $\frac{1}{12}$, mediae $\frac{1}{12}$, anterioris prope axes $\frac{9}{12}$, prope ostium $\frac{6}{12}$ calibrae capit.

5. Mortarium quoque tribus partibus gaudet. fundi; media et orificii. olim axes mediae applicabantur, — hodie parti fundi adhaerent. *longitudo* tubi est $1\frac{1}{2}$, camerae pulveris, latitudo huius $\frac{1}{3}$ calibrae. *spissitudo metalli* circa orificium $\frac{1}{12}$, prope medium $\frac{27}{72}$, iuxta pulveris receptaculum $\frac{1}{2}$ calibrae assumitur.

6. Atque haec quidem mensurae experientiae fide nituntur. reliqua de ornata et fulcris, exemplis breviter in lectionibus declarantur.

7. Differentiam tormentorum secundum longitudinem et pondus sequens tabella perspicue docet. Nempe longitudo calibris, pondus tormenti centenariis, pondus globi ferrei calibris norimbergensibus, linea iactus passibus communibus, qui sunt geometricorum dimidii, designantur.

Normus tormentorani	Longitudo calibr.	Pondus centen.	pondus glob. libr.	Linea iactus horiz.	Linea iactus elev. 1 gr.	Iactus ma- ximus elev. 45 gr.
Gaunze Carthannen	18	80	36-48	500	1000	6000
Drey Viertel Carthannen	20	70	36	500	1000	6000
Halbe Carthannen	22	60	18-24	420	900	5070
Viertel Carthannen	24	30	12	370	740	4400
Halb-Viertel Carthannen	27	20	6	320	650	3600
Feld-Stück	14-18	9	3-4	320	650	3600
Feld-Schlangen	30	50	18-24	600	1200	7140
Halbe Schlangen	32	30	9-12	450	900	5370
Viertel Schlangen	34	25	6	350	700	4180
Falconet	36	12	3	280	570	3420
Halb-Falconet	38	7	1	206	410	2450
Serpentinell	40	4	$\frac{1}{2}$	160	320	1870

PROBLEMA XVIII.

L. *Data diam^{etro} tormenti, diametrum globi ex eodẽm eiiciendi inuenire.*

Resolutio. Diameter globi (F. 18. Tab. 48. paulo minor diametro tormenti requiritur, ut iste per tormenti fistulam facilius prouoluatur. Solent scriptores talem regulam praescribere. semidiametro orificiũ tormenti circulus fiat, et diameter AB ducatur. | Diametro huic ad rectos angulos semidiameter AC imponatur, et eius ope ex A fiat arcus CFD, huius subtensa CD diametrum globi dabit. v. *Buchner* P. I. p. 32.

Monent quoque artifices, minorem diametrum tormenti et globi differentiam ferri posse, cum tormenta sunt aenea intus bene laeuigata, quam si sint ferrea, quae exactam politiem non habent. Sufficit in genere, si $AE \frac{1}{24}$ uel $\frac{1}{16}$ diametri tormenti aequalis sit. In praxi annuli ferrei, orificio tormenti accommodati, manubrioque praediti, qui globis applicantur, in usu sunt. Sufficit enim, si per annulum illum globus, in tormentum respondens immittendus, undique facile uolnatur. *Buchner* l. c.

DEFINITIO IX.

LI. *Baculus Calibrarum* (Caliber Stock) uocatur scala, in qua magnitudines diametrorum globorum plumbeorum, ferreorum, et lapideorum, diuersi ponderis, exhibentur.

PROBLEMA XIX.

LII. *Baculum calibrarum componere.*

Resolutio. 1. Data esse debet diameter globi plumbei, ferrei, et lapidei unius librae.

2. Haec diuidatur in partes aequales centum. (§. 101. geom.)

3. Quia geometria docet, (§. 269 geom.) sphaeras seruare inter se triplicatam rationem diametrorum uel semidiametrorum, et alibi (§. 275 geom.) latera cuborum multiplo- rum, siue diametri sphaerarum multiplicarum inuentae et in tabulam redactae sunt, ex tali tabula numeri diametris 2. 3. 4 etc. librarum respondentes excerpantur, et, ope diametri unius librae in 100 partes diuisae, in scalam uel baculum transferantur.

In Germania diameter globi unius librae norimbergensis pro fundamento huius scalae assumitur. G. I. Vossius de sc. math. ad a. 1540. p. 424. Georgio Hartmanno inuenti calibrarum baculi honorem tribuit.

PROBLEMA XX.

LIII. *De cuniculis explicare.*

Resolutio. 1. Fodiendum est, donec fere F. M. Tab. 48.) sub medium ualli, a puluere nitrato eleuandi, perueniatur. meatus, qui eo ducit, 3 pedes latus, quatuor altus efficitur. meatus autem ille non semper recta continuatur, sed flectitur etiam ad latus. in fine eiusdem paulo amplior fovea, alta pedes sex, excavatur, ubi puluis incendiarius reponatur.

2. Ni-

2. Nimirum ante perspectum esse debet, quantum circiter sit molis eleuandae pondus, siquidem huic accommodanda est copia pulueris, quoniam experientia constat, cubicum digium pulueris, extollenda cubito pedi terrae sufficere. Absconditur igitur in fouea extrema tanta copia pulueris, arcula uel dolio conclusi, quae necessaria est ad rumpendum extollendumque uallum, sub quo fit cuniculus. camera illa pulueris trabibus asseribusque uestitur, ne terra deorsum ruat, aditus uero accurate clauditur. inde foras ducitur canalis, ex linteo spissiori confuto, uel ligneus, ex cavis asserculis factus, in quo puluis pyrius diffusus est, per quem ignis in cuniculum propageretur.

3. Quandoque in cuniculis etiam globi ferrei caui, globis minoribus et puluere referti, deponuntur, qui cum ruinis in altum sublatis ruptique obuios hostes laedunt.

4. Hodie quandoque minores cuniculi in uia recta et operibus externis fiunt, quorum ope hostes, qui ibi consederunt, eiciuntur.

SCHOLION I.

LIV. Cuniculos Petrus Nauarrus, Hispanus, a Carolo V Comitibus dignitate auctus, reperisse dicitur. uir refert ex Collialdi MARTIVS in ingeniariorum europeo. T. III. p. 285. sed CARDANVS de subtilitate p. 44. Franciscum Georgium Senensem inuentorem laudat, qui cuniculis primum experimentum cepisse Hispanos in expugnatione arcis Lucullianae iuxta Neapolin. De cuniculis agere copiose, BORGS DÖRF

in der neuen Minier-Kunst, anon. nouveau Systeme sur la maniere de defendre les places par le moyen des contremines. a. 1731. Paris. 12. de effectiu elateris aerei pro viribus pulveris incendiarii stimandis, agit FON- TENELLE Hist. Ac. R. 1702. p. 11. add. observatio CHEVALIER comment. Acad. R. 1707. p. 698.

SCHOLION II.

LV. Plura de tormentis aliisque principijs pyrotechnicis non addo, quippe quae melius usu addiscuntur. extant scriptores huius artis plurimi et luculentissimi, quos inter prae ceteris laudo CASIMIRVM SLAMIE- NOWICZ, cuius opus amplum prodit sub tit. Vollkommene Geschütz-Feuerwerck- und Büchsenmeisterei-Kunst. Francof. ad M. 1676. f. 10. SIGISM. BVCHNERI theoria et praxis artilleriae, edita Ne- rimb. 1685. f. hac pertinet etiam BOECLERI schola militaris Class. 7. p. 115. sq. AVGVSTIN BRAND theoria et praxis der heutigen Büchsenmeisterei, Fran- cof. 1713. 8. CHRISTOPH FRIEDRICH VON GEISLER neue Artillerie, Dresd. 1718. f. qui de iac- tibus velocibus et tormentis sigillatim amplius differt. De intervallo iactus tormentorum et mortariorum geo- metricè definiendo agunt BLONDEL in L. I art de jeter les bombes. Hagae. 1689. 8. et FERD. ERN- COMES AB HERRERSTEIN in Cyclodiatomia, Pragae a. 1716. 4.

PROBLEMA XXI

LVI. Explicare modum, quo ad munimenta acceditur.

F. 19. Tab. 49.) *Resolutio.* 1. Positis oppor- tuno loco, ultra iacuum nempe tormenti a mu- nitione oppugnanda, castris, (de quibus agunt ex instituto Dilich. lib. 2. Boecler Schol. milit. class. 25. p. 511. sq. et Molles travaux de Mars Part. 3. c. 11. p. 229. sq.) prima omnium haec du-
plic

plici lorica sepiuntur. altera FHK regionem ab urbe auersam respicit, totamque urbem cingit, quae et auxilium laturis, et ex oblesso munimento elapsuris uiam praeccludat; diciturque *linea circumuallationis*. altera lorica ACE uersus urbem erigitur, paulo debilior, quippe erumpentibus ex urbe opposita, quae *contrauallationis linea* uocatur. utraque lorica reductibus integris et dimidiis, nec non munitio- nibus stellatis, per interualla instruitur, ut tanto facilius aduersus eos, qui impetum in eam faciunt, defendatur. posterior lorica omnino omittitur, si ab obsessis nullum periculum sit metuendum.

2. Ex loco KK, qui ab ultima (F.20.Tab.49. lorica sine uia tecta 200 circiter perticis distat, accedatur per fossam, lorica uersus urbem accumulata tectam. Scilicet ingenarius interdiu, auxilio acus magneticae, situm faciei propugnaculi expugnandi explorat, et noctu sufficientem militum, palis ligonibusque instructorum, manum ita disponit, ut quilibet ab altero quinque pedibus absit, et ea nocte foueam tres pedes altam, et trium pedum lorica terrea aggesta tectam efficiat. Postea spatium inter foueas medium effoditur, et fossa continua MN, faciei propugnaculi parallela (gallis *une parallele*) producit. In extremis fossae huius parallelae, spatia ampliora lorica curuata circumdantur, ubi milites, maxime equites, ad fossas tuendos missi, secure delitescant. (uo-

cantur *places d'armes*, item *opulments*.) Ab hac parallela ulterius fossae, (sive *adductus*, *gallis approches*, *tranchées*) legibus sequentibus observatis, producuntur. 1. Omnes habeant suum circiter faciebus oppositorum propugnaculorum parallelum, ne directis ictibus obsessorum pateant. 2. profunditas fossarum in principio sit 4 vel 5 pedum infra horizontum, excepta lorica versus urbem eicem, latitudo 6 vel plurium pedum. quando vero propius ad munitionem acceditur, rursus et latitudo et altitudo adductum augeatur. longitudo unius brachii intra 10 = 30 perticas continetur. 3. In angulis N, N, reductus L, vel saltem curvatae foueae ampliores K, K, fiant, quo sese milites recipiant, dum hostes erumpentes illos adoriuntur. 4. Non solum fossae propiores munitioni, altiores 12 ped. et latiores 15 p. efficiantur, sed etiam lorica solidior et spissior reddatur. 5. Quando solum fossas vel adductus facile admittit, nonnunquam versus duo propugnacula diriguntur, et lineis vel fossis mediis (Communications linien) copulantur. Ita hostes, incerti quippe, et propositi obsidentium ignari, pluribus propugnaculis de securitate prospicere, et tormenta forsitan ab operibus externis reducere coguntur. praeterea sic eruptio obsessorum redditur difficilior. 6. Ubi soli conditio longas illas et ambagiosas fossas non paritur, breviores possunt sufficere, modo sint satis munitae. quem in finem gerras sive corbes

corbes arena et lapidibus replendas parare, et ex illis lorica[m] componere necessitas iubet.

3. Quando a via recta non longe absunt adductus, et a globis desuper iniectis milites tutius amplius esse nequeunt, erigantur suggestus tormentorum H, H, (*Batteries*) tantum supra horizontem elevati, ut globis maioribus facies oppositorum propugnaculorum peti, loricae deiici, hostiliaque tormenta inutilia reddi possint. imo ex mortariis quoque glandes in uallum et urbem eiciendae, ut ciues et milites a nullo incendiis obortis saecentur.

4. His factis uel in uiam rectam obsidentes cateruatim aperto Marte irruunt, uel, si hoc nimis periculosum sit, ab adductibus coninuantur meatus subterraneus siue cuniculus, (*Sape*) in cuius extremo, sub loricae ultimae decliuis medium, puluis nitratus ponitur, ut lorica disrupta aditus ad uiam rectam pateat.

5. Interea extruantur quoque noui suggestus tormentorum E, F, unde globis emissis loricae alarum A, B, antea non conspectarum, deiiciantur, tormenta nudentur, et laedantur, ne his transitus per fossam prohiberi possit.

6. Tandem transeunda est fossa primum operum exterporum, et deinceps etiam primaria. nimirum, cunicularii ad operis obuii angulum appropinquant et cuniculos agunt. Tum paratur porricus uel uinea D, (*gallerie*) contra globos tormentorum et mortariorum, robustis trabibus recta, eaque transuerse per fossam

lam continuatur. ut, postquam pulvis in facie operis oppositi ruinam (*breche*) fecit, milites, tali munimine tuti, fossam transeant, opusque conscendant et expugnent. v. l. *Sebast. Gruber* gründl. Unterricht von der Fortification. cap. 29 — 37.

PROBLEMA XXII.

LVII. *Explicare praecipua defensionis momenta.*

Resolutio. Pleraque ex iis, quae modo de oppugnatione dicta sunt, intelliguntur. nam obsessos contra vim externam niti, et huic contraria machinari oportet.

1. Itaque ut hostes longius ab urbe castra ponere, lineis vel loricis amplioribus eadem circumdare, et numerosiorem exercitum adducere cogantur, tormenta extra viam rectam disponere, et his inimicas copias attere suadent.

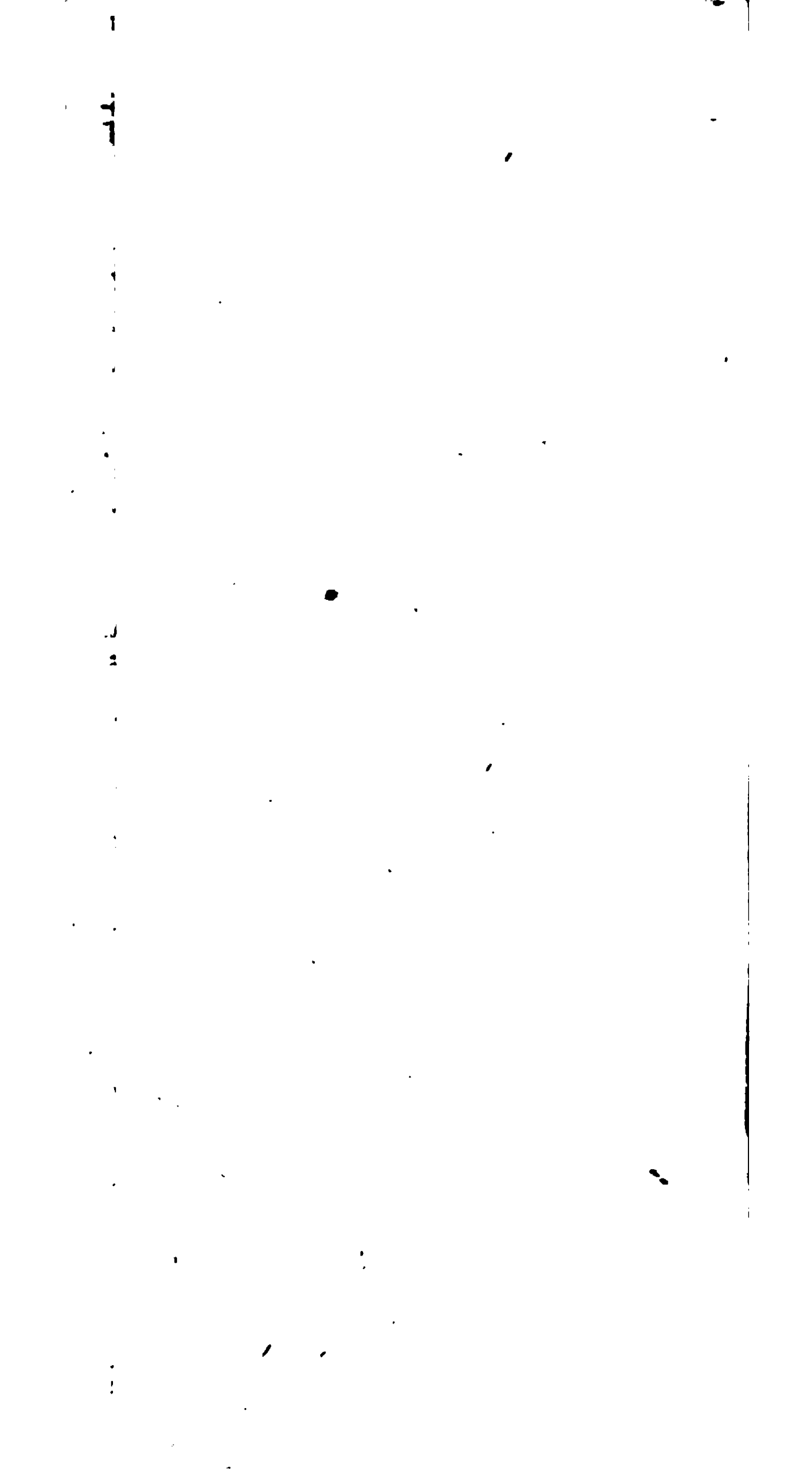
2. Nec ferendam, ut adductuum fossorez absque impedimento opus continuent et absoluant, sed eruptionibus factis impediendi et fugandi sunt.

3. Suggestibus tormentorum contrariis (*contrebatteries*) opponantur.

4. Pareendum tamen etiam pulveri pyrio, ne inutilibus ictibus ante tempus consumatur.

5. Ea portio viae rectae, in quam obsidentes imperum facturi sunt, palis, si antea nondum factum est, sepiaur, his enim ingressum in viam rectam difficilem reddi experientia docuit.

6. Cu-





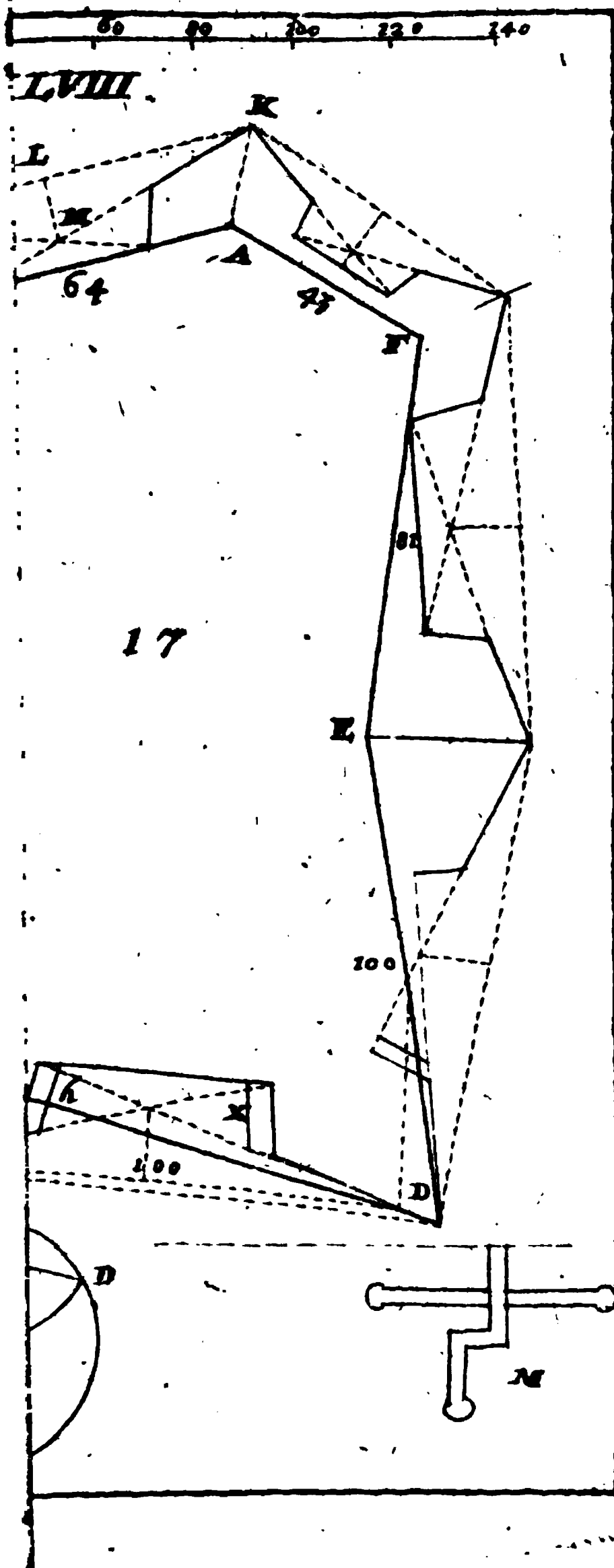
Robertson

10

212

Robertson





— — — — —

— — — — —

1

2

3

4

5

6

7

8

9

6. Cuniculis contrariis hosti occurratur, repertus pulvis eximatur, uel ad incendium ineptius reddatur.

7. Postquam nihilominus hostes per cuniculos ruinam propugnaculi egerunt, occupatio illius iniectis ferris et lignis acutis, item globis cauis minoribus puluere incenso repletis (*granaten*) impeditur.

8. His laboribus si nihil proficiatur, nouis super propugnaculo loricis, post eam, quae iam diruta est, siue reductibus, (*retranchements*) obsessi se aliquamdiu adhuc tuentur, et quia munitionem iam hosti dedere coguntur, saltem operam dant, ut captiuitatem effugiant, et libere cum suis discedendi facultatem consequantur.

ANALYSIS SPECIOSA

SIVE
ALGEBRA.

CAPVT I.

DE

CALCVLO LITERALI.

DEFINITIO I.

I. *Analysis* est ars, ex datis uel cognitis quibusdam quantis, ignota inueniendi, ope aequationis.

SCHO-

SCHOLION I.

II. SPECIOSA dicitur, quia literis, quas primas in analysin intulit **FRANCISCUS VIETA**, rerum genera uel species pertractat. **ALGEBRAM** Arabes nominarunt. Historiam illius copiose explicat **IOANNES WALLISIUS** in tractatu historico et practico de algebra, tomus II operum ed. Oxonii a. 1693. f. pappus, quantum constat, eiusmodi analyses notionem habuit **DIOPHANTVS ALEXANDRINVS**, scriptor seculi secundi uel terti, cuius exstant arithmeticon libri VI cum commentariis **BACHETI** et **BERMATII**. Tolosae a. 1670. f. edita restauravit eam in Europa **LUCAS DE BURGO S. SEPVLCHRI**, Quid. minimor, in opere, cui titulus; Summa de arithmetica et geometria, et proportionē et proportionalitate, italico sermone ed. Venetiis a. 1494. et 1523. f. promouerunt eius cultum **HIERON. CARDANVS** et **MICHAEL STIFELIVS**, auxerunt eandem et amplificauerunt prae ceteris **FR. VIETA**, **THOMAS HARRIOTVS**, **RENA TVS CARTESI VS**, **ISAACVS NEWTONVS**, **G. G. LEIBNITIVS**. de aliorum mathematicorum m-
ritis in lectionibus dicendi locus erit. Tironibus, pra
ad discendo calculo literarum; **ERASMI BARTHO LINI** principia mathematicos universalis. Amstel. 1659. 4.
BERN. LAMY elementa mathematica gall. Amst. 1692. 12. pro analyseos autem artificia plenius cognoscendis **CAROLI REYNEAU** analysis demonstratam, gallice Paris. 1708. 4. ed. et **CHRISTIANE WOLFFII** elementa analyseos mathematicae latinae. Tom. I. elem. mathes. imprimis commendat.

SCHOLION - II.

III. Signa aequalitatis, additionis, subtractionis, multiplicationis et divisionis, quae in arithmetica laudantur, ($=$, $+$, $-$, \times , $:$) hic quoque valent. Si factores vel divisor aut dividendus pluribus literis contenta, compositum quantum parenthesi includitur. $(a + b)$

$(a + b) d$ notat $a + b$ multiplicari per d , item
 $(a + b) : d$ notat $a + b$ per d dividendum esse.

DEFINITIO II.

IV. *Quantum*, quibus praemittitur signum $+$, uel quae solitaria aut in principio posita signo carent, *positiua* uel *affirmatiua*, quae uero praemissum gerunt signum $-$, *priuatiua* uel *negatiua* dicuntur. Priora rem ipsam, posteriora rei defectum indicant. *priuatiua* cum debito commode comparantur.

CONSECTARIUM I.

V. Quare addito priuatiuo ad positiuum, hoc absorbetur uel tollitur, subtractio autem priuatiuo a positiuo, reuera additur. siquidem defectus absque additione tolli nequit.

CONSECTARIUM II.

VI. Sed quemadmodum defectus alter altero maior est, ita etiam priuatiuum inaequalium summa et differentia recte assumitur.

PROBLEMA I.

VII. *Quantum simpliciter est composita addere.*

Resolutio. 1. In simplicibus litterae eadem colliguntur in summam, et summa numero praemisso denotatur. $a + a = 2a$. litterae uero diuersae signo $+$ iunguntur. a et b dant summam $a + b$.

2. In compositis. α) quando eadem uel diuersae litterae et quanta positiue sunt, additio fit uti in simplicibus.

$+$

$$a + b \text{ et } 2a + 2b = 3a + 3b$$

$$a + b \text{ et } c + d = a + b + c + d$$

β) Verum ubi eadem literae et diversa signa occurrunt, additio in subtractionem mutatur, seruat signum eius quantitatis, a qua subtractio facta est. (§. 5)

$$3a + 3b$$

$$a - b$$

$$4a + 2b$$

γ) Quando literae eadem et eadem signa adsunt, additio positiuorum et priuatiuorum seruatis ubique iisdem signis, peragitur. (§. 6)

$$a - b \text{ et } a - b = 2a - 2b$$

δ) Denique si diuersae literae et diuersa signa occurrant, signo + fit additio, et signa quantorum tam positua quam priuatiua retinentur. $a + b \text{ et } c - d = a + b + c - d$.

PROBLEMA II.

VIII. *Quanta simplicia et composita a se inuicem subtrahere.*

Resolutio. 1. In simplicibus, cum literae sunt eadem, quantum minus a maiore auferatur et differentia residuo numero praescripto indicatur. $5a - 2a = 3a$.

Quando autem quantitates literis diuersis notantur, subtractio fit interposito signo -, quod denotat minus. sit ab a tollendum b , differentia est $a - b$.

2. *In compositis*

α) Si eadem literae eademque signa fuerint, et quantitas, a qua subtractio fieri debet, sit maior quantitate subducenda, subtractio fit ut in simplicibus, et in residuo eadem signa seruantur.

$$\text{ex } 4a + 5b$$

$$2a + 3b$$

$$2a + 2b$$

$$3a - 4b$$

$$a - 3b$$

$$2a - b$$

β) Si eadem literae eademque signa fuerint, sed quantitas, a qua subtractio facienda, quantitate subducenda minor sit, subtrahatur minor ex maiore, et residuo signum contrarium praeponatur. (§. 5.)

$$3a + b$$

$$a + 2b$$

$$2a - b$$

$$2a - 3b$$

$$a - 4b$$

$$a + b$$

γ) Si eadem adsint literae, sed signa diuersa, subtractio mutatur in additionem, seruat signum eius quantitatis, a qua subtractio facta est. (§. 5.)

$$4a + 3b$$

$$a - 2b$$

$$3a + 5b$$

δ) Quando et literae et signa differunt, signa quantitatis subducendae mutantur in contraria.

$$a + b$$

$$\begin{array}{r}
 a + b \\
 c + d \\
 \hline
 a + b \cdot c \cdot d : a + b - c + d
 \end{array}$$

Demonstratio. Et si praecepta haec ex ante dictis facile intelligantur, pauca tamen, pro regula secunda et quarta in quantis compositis declaranda, addam. ex $a + b$ demto $a + 2b$, relinquitur $2a - b$. nam si retentis literis, signo — subtractio significetur, sic se habet exemplum; $3a + b - a - 2b$, sed — a tollit unum a positivum, et $+ b$ tollit unum b privativum (§. 5.) quare prodit residuum $2a - b$. In ultimo vero casu, cum non totum c sed $c - d$ auferendum sit, patet d addendum esse, ne plus, quam par erat, detrahatur.

PROBLEMA III.

IX. *Quantia simplicia et composita multiplicare.*

Resolutio. 1. In simplicibus, quantia multiplicanda, siue eadem siue diversa sint, iuxta se ponuntur, et ubi numeri illis praemissi sunt, horum quoque factum literis praefigitur.

$$\begin{array}{r}
 a \\
 a \\
 \hline
 aa
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 a \\
 b \\
 \hline
 ab
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3a \\
 2b \\
 \hline
 6b
 \end{array}$$

2. In compositis. fit multiplicatio uti in arithmetica vulgari, speciebus singulis ordine in se mul-

multiplicatis, observata unica regula; eadem signa in facto dant plus, diversa minus.

$$\begin{array}{r} a + b \\ c + d \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a - b \\ c - d \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ c - d \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +ad + bd \\ ac + cb \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -ad + bd \\ ac - cb \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -ad - bd \\ ac + cb \end{array}$$

Demonstratio. Quod positivae species inuicem multiplicatae positivas producant, de eo nemo dubitare potest. sed quod $+$ et $-$ proferant in facto $-$, ita patet. sit $(a - b)$ multiplicandum per $+c$, assumatur $a - b = m$, erit factum ex c in $a - b = cm$; tollatur privatio addito utrimque b , fiet $a = b + m$, utrumque multiplicatum per $+c$, proferit aequalia $ca = cb + cm$, et cum quaeratur tantum factum cm , erit $ca - cb = cm$, hoc est $-b$ in $+c$ multiplicatum producit $-cb$. Eodem modo ostenditur $-$ et $-$ in facto $+$ producere. sit $a - b$ multiplicandum per $c - d$, ex praecedente demonstratione liquet, quod factum $a - b$ in aliterum factorem $+c$ sit $= ac - bc$, quaeritur etiam factum $a - b$ in $-d$. iterum $a - b = m$ siue $a = b + m$; erit $-ad = -bd - md$, siue $bd - ad = -md$, iunctis factis singulis prodit $ac - bc - ad + bd$.

PROBLEMA IV.

X. Quanta simplicia et composita dividere.

Resolutio. I. In simplicibus, ex quantitate
Ccc te

re diuidenda tollitur diuisor, quod restat est quotus, siquidem hic multiplicatus per diuisorem producit diuidendum. (§. 66. arith.)

$$\begin{array}{r|l} ab & b \\ a & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} abc & ac \\ b & \end{array}$$

si diuisor tolli non possit, diuisio signo indicatur.

$$\begin{array}{r|l} ab & \\ c & \end{array} = ab : c = \frac{ab}{c}$$

2. In compositis a) Si diuisor in diuidendo contineatur, diuisio fit eo modo, ut in arithmetica uulgari, demto nempe diuisione ex diuidendo, et quod superest, pro quotu habetur, si saepius insit diuisor, idem promouetur, donec amplius eum non contineri appareat. (§. 69. arith.)

$$\begin{array}{r|l} ac + cb + ad + bd & c + d \\ a + b & a + b \end{array}$$

β) Si signa diuidendi et diuisoris differant, obseruetur eadem regula, quae in multiplicatione locum habet, eadem signa dant plus, diuersa minus.

$$\begin{array}{r|l} ac + cb - ad - bd & a - d \\ a + b & a + b \end{array}$$

γ) Si diuisor non contineatur in diuidendo, diuisio signo indicatur

$$\frac{a + b}{c} \text{ siue } (a + b) : c$$

Horum omnium ratio est, quia diuisio resoluitur

soluit id, quod multiplicatione fuit compositum. (S. 67. arith.)

DEFINITIO III.

XI. *Potentiae* siue *dignitates* uocantur quanta, quae multiplicatione eiusdem quantitatis in se uel in facta sua oriuntur. $a, a = aa$
 $aa, a = a a a$.

SCHOLION.

XII. Hoc sensu uocabulo δυναμεις siue potestatis utitur etiam DIOPHANTVS L. I. def. 2. add. annot. Bacheti ibidem.

CONSECTARIUM I.

XIII. Pro distinguendis potentiarum priorum gradibus iam olim ueteres tum signarum nomina peculiaria excogitauerunt. Verum rectius iidem numeris ad dextram paulo altius radici adscriptis, nec non uocabulis potentiae primae, secundae, tertiae, quattae, et ita porro indicantur:

$a^1 a^2 a^3 a^4 a^5$ pro $aa, aaa, aaaa, aaaaa$,
 numeri, qui potentiarum classes et gradus designant, dicuntur *potentiarum exponentes*.

CONSECTARIUM II.

XIV. Itaque potentia prima radicem, secunda quadratum, tertia cubum, quarta biquadratum designat.

CONSECTARIUM III.

XV. Si potentiae primae ciphra praemittatur, exponentes sunt logarithmi potestatum in progressionem geometricam ordinatarum.

$$0 \quad a^1 \quad a^2 \quad a^3 \quad a^4$$

1 2 4 8 16 etc. (§. 177. arith.)

CONSECTARIVM IV.

XVI. Multipla ergo potentiarum prodeunt, additis exponentibus. (§. 180. arith.)

$$a^2 \cdot a^3 = a^5$$

quoti earum inveniuntur, subtracto exponente divisoris ab exponente dividendi. (§. 181. arith.)

$$a^5 : a^2 = a^3$$

CONSECTARIVM V.

XVII. Quando autem potentia quaedam pro radice habetur, quæ ad altioris gradus potentiam extollenda est, tum exponens potentiae radicis et exponens potentiae, quæ quaeritur, inter se debent multiplicari. sit a radix, quaero cubum illius siue potentiam tertiam, fiat $a^{2 \cdot 3} = a^6$, id enim prodit, quando a in se et postea in factum $aaaa$ multiplicatur.

CONSECTARIVM VI.

XVIII. Vicissim cum radix ex data potentia extrahenda est, dividi debet huius exponens per exponentem potentiae, cuius radix quaeritur. nampe dividitur per 2, pro radice quadrata, per 3, pro radice cubica, per 4, pro radice biquadratica invenienda. ita radix quadrata ex a^6 est $a^6 : 2 = a^3$, radix cubica ex $a^6 = a^6 : 3 = a^2$.

CONSECTARIVM VII.

XIX. Possunt ergo radices quantitarum considerari tanquam potentiae, quarum exponentes sunt numeri fracti. (§. 124. arith.)

DEFINITIO IV.

XX. *Irrationales* siue *furdae quantitates* uocantur, ex quibus radix propositae potentiae extrahi nequit. designantur praemisso signo radicali $\sqrt{}$, cui inscribitur exponent potentiae, si secundam potentiam superet. $\sqrt{a^5}$ notat radicem quadratam quantitatis a^5 . $\sqrt[3]{a^5}$ notat radicem cubicam eiusdem quantitatis. neutra enim potest accurate inueniri.

CONSECTARIVM I.

XXI. Irrationalis etiam absque signo radicali recte scribitur, diuiso exponente potentiae furdae per exponentem alterius, cuius radix quaeritur. $\sqrt{a^5} = a^5 : 2$. $\sqrt[3]{a^5} = a^5 : 3$ (§. 18. 19.)

CONSECTARIVM II.

XXII. Porro uti fractiones, ita etiam quantitates furdae ad eandem denominationem reuocantur. (§. 137. arith.) $\sqrt{a^5}$, $\sqrt[3]{a^7} = a^{5:2}$, $a^{7:3} = a^{15:6}$, $a^{14:6}$, ita utrumque quantum ad potentiam sextam refertur.

CONSECTARIVM III.

XXIII. Cuius irrationalis quantitas in facto-

res dispersa continet rationalem, ex hac radix extrahi et hanc signo radicali praemitti potest, quo factum simplicior illi forma conciliatur, ita pro $\sqrt[3]{48}$ scribatur $\sqrt[3]{16 \cdot 3}$, et quia 16 est quadratum, extrahatur radix, et signo radicali praefigatur, $4\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{48}$; $\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{4 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$.

Item $\sqrt[3]{40}$ siue $\sqrt[3]{8 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{5}$ et $\sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{27 \cdot 5} = 3\sqrt[3]{5}$.

CONSECTARIVM IV.

XXIV. Inde elucet, aliquando hac reductione proferri quantitates in se quidem irrationales, sed inter se tamen *communicantes* et *commensurabiles*, quae nempe inter se sunt ut quantitas rationalis ad rationalem, quemadmodum nemo dubitat $4\sqrt[3]{3}$ et $2\sqrt[3]{3}$ habere mutuum respectum numerorum 4:2 siue 2:1.

PROBLEMA V.

XXV. *Quantitates irrationales addere uel subtrahere.*

Resolutio. 1. Si sint commensurabiles, addantur uel subtrahantur numeri signo radicali praemissi. $4\sqrt[3]{6} + 3\sqrt[3]{6} = 7\sqrt[3]{6}$. uel $7\sqrt[3]{6} - 3\sqrt[3]{6} = 4\sqrt[3]{6}$.

2. Si non sint commensurabiles, additio et subtractio signis + et — indicatur. $\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{3}$ uel $\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{3}$.

PROBLEMA VI.

XXVI. *Quantitates irrationales in se mut-*

multiplicare, uel unam per alteram diuidere.

Resolutio. 1. Reducantur prius datae quantitates ad eandem denominationem. (§. 22.)

2. Deinde reuocentur si licet ad simpliciores terminos. (§. 23.)

3. Tum quantitates sub signo radicali, item illae, quae praefixae sunt eidem, more solito multiplicentur uel diuidantur $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$. $2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{9} = \sqrt{64 \cdot 9} = \sqrt{576} = 24$. pro diuisione $\sqrt{48} : \sqrt{12} = \sqrt{4} = 2$. nimirum $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ et $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, sed $4\sqrt{3} : 2\sqrt{3} = 2$, nempe posterius in priore bis continetur.

CAPVT II.

DE

VSV CALCULI LITERALIS,
PRO LEGIBVS EXTRACTIONIS
RADICVM, ET PERMVTATIONIS
RERVM, NEC NON PROPRIETA-
TIBVS RATIONVM, TAM ARITH-
METICARVM QVAM GEOME-
TRICARVM, INVENI-
ENDIS.

THEOREMA I.

XXVII. *Operationes arithmeticae, quae literis peraguntur, subministrant leges*

CCC 4

ope-

rationem similitum in quantis specialibus instituendarum.

Demonstratio. Literae enim sunt signa generalia, quae specialia quaecumque possunt denotare, quare si haec in eorum locum substituantur, operationes literis peractae similitum in specialibus leges manifestant.

PROBLEMA VII.

XXVIII. *Invenire naturam et resolutionem quadratorum.*

Resolutio. 1. Assumatur radix binomia, duobus membris constans, ueluti $a + b$, et fiat quadratum, (§. 2) $aa + 2ab + b$. inde colligitur natura quadrati, cuius radix binomia est: nempe quadratum tale continet quadrata partium a et b , una cum duplo facto partis unius in altera.

2. Resolutio huius quadrati ita fit, ut radix $a + b$ per divisionem aliquam proferatur. Id fiat, prius quadratum primum a duobus membris reliquis seiungatur, et eius radix a loquuti ponatur. Deinde quoti prioris a plurimum $2a$ habeatur pro diuifore, eoque demum restat b altera pars radicis, huiusque quantum subtractum tollit etiam membrum quoti ultimum. atque hae sunt illae leges extractionis radicis quadratae, quas in arithmetici 54 absque demonstratione tradidi.

$$\begin{array}{r|l}
 aa + 2ab + bb & (a + b) \\
 aa & 2a \quad b \\
 \hline
 0 & \quad b \\
 \hline
 & 2ab + bb \\
 & 0 \quad 0
 \end{array}$$

PROBLEMA VIII.

XXIX. *Invenire naturam et resolutionem cuborum.*

Resolutio. 1. Assumatur denuo radix binomialae $a + b$ quadratum $aa + 2ab + bb$, idemque ducatur in radicem, factum $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$ profert illius radiceis cubum. (§. 156. arith.) natura ergo cuiuslibet cubi specialis est haec: componitur idem ex cubis partium a^3 et b^3 , nec non triplo partis unius in quadratum alterius: $3aab + 3abb$.

2. Pro resolutione cubi, quae radix $a + b$ investigatur, liquet iterum necessum esse, ut cubus primus a reliquis membris tribus separatur, et illius radix a pro quoquo habeatur. Porro pro quoquo altero b , dividendum est per $3aa$ et $3a$, quorum priore detracto ex $3aab$ relinquitur pars altera radiceis b , quod si haec cum $3aa$ et quadratum eius cum $3a$ multiplicetur, cubus vero eiusdem subtrahatur, totum quantum cubicum resolutum, et radix illius inventa est. quo ipso denuo leges extractionis radiceis cubicae in arithmetica §. 158 traditae confirmantur.

$$\begin{array}{r|l}
 a^3 & +3aab + 3abb + b^3 \\
 a^3 & 3aa + 3a \\
 \hline
 0 & b \quad bb \quad b^3 \\
 \hline
 & 3aab + 3abb + b^3 \\
 & \quad \quad \quad \circ \quad \quad \circ \quad \quad \circ
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (a+b) \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{array}$$

PROBLEMA IX.

XXX. *Invenire leges permutationis rerum singularium.*

Resolutio. Assumantur literae primum duae, dant tres, quatuor uel plures, et tentetur, quoties inter se possint, permutari uel transponi, et quia nulla adest ratio, quae ueret, quominus similiter permutatio plurium fiat, habeantur modi permutationis, aliquot exemplis reperiuntur, pro regulis permutationum specialium quorumvis quantorum. deprehenditur autem, quod numerus permutationis rerum singularium, sit factum singularum unitatum, ex quibus numerus ille componitur. nempe

ab permut. ba , hoc est, $1.2 = 2$ numerus permutationis rerum duarum.

abc permut. $bca, bac, cab, cba, acb, abc$.
sive $1.2.3 = 6$. numerus permutationis rerum trium.

$abcd, bcda, cdab, dabc, dcba, cbad,$
 $badc, adcb, adbc, bcad, acbd, bdac,$
 $cdba, bdca, cabd, dbca, acdb, dbac,$
 $cadb, cbda, dcab, abdc, bacd, dacb.$

sive, $1.2.3.4 = 24$ numerus permut. rerum quatuor.

Res.

Res.	Num. permut.
------	--------------

5 - - - -	120
-----------	-----

6 - - - -	720
-----------	-----

7 - - - -	5040
-----------	------

8 - - - -	40320
-----------	-------

9 - - - -	362880
-----------	--------

10 - - - -	3628800 etc.
------------	--------------

conf. IAC. BERNOULLII ars coniectandi.

Basil. 1713. 4. Part. II. c. 1. LAMY p. 137. sq.

TACQVET. elem. arith. L. 2. prop. 19.

PROBLEMA X.

XXXI. *Inuenire quales summae prodeant, quando in progressionē arithmetica continua termini extremi et medii ab extremis aequē distantes adduntur.*

Resolutio. Progressio arithmetica literis exhibeatur, seruata semper eadem differentia,

$$a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d,$$

$$a+2d \quad a+d \quad a$$

$$2a+4d \quad 2a+4d \quad 2a+4d$$

et summae extremorum et mediorum; accipiuntur, patet eas aequales esse. Itaque cum literae referant quoscunque numeros similes, perspicuum est, in progressionē arithmetica, summas extremorum et mediorum, uel medii duplum, cum numerus terminorum est impar, aequales esse, quod suo quoque loco in arithmetica ostensum est. (103. arith.)

PRO-

PROBLEMA XI.

XXXII. Comparare facta terminorum extremorum et mediorum, in progressionē geometrica continua existentium.

Resolutio. Sint termini progressionis geometricae, (§. 97. arith.)

$$\begin{array}{ccccccc}
 a & ea & e^2 a & e^3 a & e^4 a & & \\
 & & e^2 a & e^3 a & e^4 a & & \\
 \hline
 & & e^4 aa & e^4 aa & e^4 aa & &
 \end{array}$$

liquet, facta extremorum et mediorum ab extremis, æque remotorum æqualia esse. (§. 110. arith.)

PROBLEMA XII.

XXXIII. Inuenire, quomodo termini rationis geometricae, per additionem, subtractionem, multiplicationem et diuisionem ita uariari possint, ut nihilominus ratio geometrica inter eosdem seruetur.

Resolutio. Casus I. cum duo sunt termini rationis geometricae.

$$\begin{array}{ccccccc}
 a: & ea & & a: & ea & & \\
 b & b \text{ multipl.} & b & b \text{ diuid.} & & & \\
 \hline
 ab: & cab & = & a:ea & a: & ea & = & a:ea \\
 & & & b & b & & &
 \end{array}$$

possunt illi per eundem multiplicari uel diuidi, ut tamen ratio eorum non mutetur. (§. 119.

120. arith.) siquidem in facto et quoto utrimque oritur sequens, antecedente per idem nomen rationis multiplicato. (§. 97. arith.) additio utro et subtractio eiusdem numeri rationem mutat.

Casus 2. Si assumantur quatuor continue uel discretim rationales.

$$a : ea = b : eb$$

$$a + b : ea + eb = a : ea \text{ addendo.}$$

$$a - b : ea - eb = a : ea \text{ subtrahendo.}$$

$$ea : a = eb : b \text{ inuerse.}$$

$$a : b = ea : eb \text{ alternatim.}$$

$$a + ea : ea = b + eb : eb \text{ componendo.}$$

$$a - ea : ea = b - eb : eb \text{ diuidendo. imo subtrahendo.}$$

$$\text{Siue } ea - a : ea = eb - b : eb$$

$$a + b : ea + eb = a : ea \text{ per Syllepsin.}$$

ubique in his proportionalibus facta extremorum et mediorum aequalia sunt, adeoque nulum est dubium, tales, quae in literis antea factae sunt, variationes, in singulis quatuor proportionalibus, continue uel discretim talibus, locum habere posse. (§. 110. arith.)

PROBLEMA XIII

XXXIV. *Inuenire quotum, qui prodit, diuisa differentia primi et ultimi termini progressionis geometricae continuae, per denominatorem unitate mulctatum.*

Resolutio. Sit ex serie §. 32. differentia primi et ultimi $e^a a - a$, nomen rationis, subtrahenda

et ab eodem unitate, est $e - 1$, dum tollitur dividendum ex $e^4 a$, quotus est $e^3 a$, sed hoc per -1 multiplicatum subtrahi ex altero membro dividendi nequit, ergo additur $e^3 a$, et iteratur divisio, sed cum neque haec tollat dividendum, et $e^2 a$ supersit, divisio semel iterumque repetitur, donec altera quoque dividendi pars $-a$ tollatur. producitur autem quotus $e^3 a + e^2 a + ea + a$, nempe prodeunt singuli progressionis ultimo $e^4 a$ excepto.

CAPVT III.

De

INVENTIONE ET REDUCTIONE AEQVATIONVM.

DEFINITIO V.

XXXV. *Aequatio* est comparatio duarum quantitatum aequalium.

PROBLEMA XIV.

XXXVI. *Problema propositum in aequationem redigere.*

Resolutio. 1. In qualibet quaestione tria momenta probe distingui et considerari debent. nimirum a) quantitates cognitae et b) incognitae, itemque c) relatio, quae inter cognitae et incognitas intercedit.

2. Ut cognitae ab incognitis facilius discer-

scernantur, cognitae literis alphabeti primis, a, b, c , incognitae ultimis x, y, z nominentur.

3. Quandoque quantitatem cognitam uel incognitam litera initiali uocabuli, quod eam designat, exhibere iuuat. ueluti cum summa per s , differentia per d significatur.

4. Cum quantitates incognitae ad cognitās sic referuntur, ut, una earum notata, reliquae comparatione cum cognitis innotescant, unica quoque litera ad denominandas incognitas sufficit. Veluti cum differentia ignotarum data est, haec minori addita maiorem producit.

5. Postquam facta est quantitatum tam cognitarum quam incognitarum *denominatio*, expendi debet, qualem illae ad se inuicem respectum habeant, ut ex earum comparatione duo aequalia proferantur, haec enim interposito signo aequalitatis coniuncta aequationem suppeditant.

6. Curandum autem est, ut in aequatione omnes quantitates cognitae et incognitae componantur. sed quando plures sunt incognitae, peculiaribus literis signatae, tot formari debent aequationes, quot sunt incognitae quantitates.

Exemplum. Dantur summa et differentia duorum quantorum, quaeruntur ipsa quantā incognita. sit summa a , differentia d , maius y , minus x , hinc colligitur duplex relatio quantorum quoad summam et differentiam, siquidem duae incognitae aequales sunt summae, ergo

$$a = x + y$$

et

si minore a maiore detracto, relinquitur residuum differentiae aequale, siue

$$d = y - x$$

Facilior uero redditur denominatio, quando pro maiore ad minorem additur differentia, adeoque incognita duo sic exhibentur, minus x , maius $x + d$, quapropter $a = 2x + d$.

DEFINITIO VI.

XXXVII. Membra aequationis uocantur ipsae quantitates signo aequalitatis connexae. ita in praecedente aequatione d est membrum primum, $y - x$ est membrum alterum aequationis.

DEFINITIO VII.

XXXVIII. Aequatio, pro numero dimensionum incognitae quantitatibus, est uel simplex, in qua quantitas incognita est potentia prima siue radix; uel quadratica, cubica, biquadratica, ubi incognita quantitas est potentia secunda, tertia uel quarta.

$$a^2 + b^2 = x^2 \text{ quadratica}$$

$$a^3 - b^3 = x^3 \text{ cubica etc.}$$

SCHOLION.

XXXIX. In praesenti introductione ad analysein ultra aequationes quadraticas non progredior, quia reliquarum tractatio prolixior est, quam ut hoc loco perspicue satis possit explicari.

DEFINITIO VIII.

XL. Aequatio quadratica affecta siue imperfecta dicitur, cui quadratum cognitae quantitaris deest. e. g. $xx + 2ax = bb$, liquet

ex

ex §. 28. deficere hic aa , quo utrimque addito, perfecta prodit $xx + 2ax + aa = bb + aa$.

DEFINITIO. IX.

XLI. *Reductio aequationum* est praxis, qua quantitas incognita a cognitis separatur, et id agitur, ut ualor incognitæ cognitis aequalibus exhibeatur.

PROBLEMA XV.

XLII. *Reductionem aequationum peragere.*

Resolutio. I. Constat ex natura aequalium, (§. 25. 26. arith.) quod additione et subtractione aequalium ab aequalibus, uel multiplicatione et diuisione eorundem per aequalia, uel extractione similium radicum, uel productione similium potentiarum, aequalitas non tollatur. ut ergo cognita cum incognitis permixta ab his liberentur, addantur subtracta, subtrahantur addita, multiplicentur diuisa, diuidantur multipla, extrahatur radix ex potentiis, uel, ubi opus est, ex radice potentiae proferantur, ita tandem duo aequationis membra prodibunt, quorum alterum tantum cognita, alterum incognitum cognitis explicatum continet.

Exempla $x - 4 = 16$.

$$x = 16 + 4 \text{ add.}$$

$$x + 4 = 24$$

$$x = 20 \text{ subtr.}$$

$$x = 6$$

$$3$$

$$x = 18 \text{ multipl.}$$

$$3x = 12$$

$$x = 4 \text{ diuis.}$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16} = 4 \text{ extr. rad.}$$

2. Quando in quaestione duae incognitae quantitates occurrunt, eademque propterea (§. 35. n. 5.) in duas aequationes redacta est, inquiratur in ualorem unius incognitae, isque in altera aequatione, quae incognitam illam continet, in huius locum substituatur, ut habeatur noua aequatio, ex qua altera incognita sublata est. postquam enim haec incognita cognitae aequiparata fuit, quia illius ad alteram incognitam relatio ex priore aequatione intelligitur, etiam altera incognita potest inueniri. *exempl. ex §. 35.*

$$a = x + y$$

$$d = y - x$$

$$a - x = y$$

$$d + x = y$$

$$a - x = d + x$$

$$a = d + 2x$$

$$a - d = 2x$$

$$a - d = x$$

2

cognito ergo d et x , notum quoque fit y .

PROBLEMA XVI.

XLIII. *Aequationem quadraticam affectam resolvere.*

Resolutio. Addatur illi utrimque quadratum deficiens cognitae quantitatis, et extrahatur ex quadrato perfecto radix, id si etiam fiat a parte altera, aequatio quadratica reuocabitur ad simplicem. (§. 39. 41)

$$x^2 + ax = bb$$

$$\frac{1}{4}a^2 \quad \frac{1}{4}a^2 \text{ add.}$$

$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 = bb + \frac{1}{4}a^2$$

$$x + \frac{1}{2}a = \sqrt{bb + \frac{1}{4}a^2}$$

$$x = \sqrt{bb + \frac{1}{4}a^2} - \frac{1}{2}a$$

C A P I T U L U M IV.

DE

ANALYSI QVAESTIONVM ARITHMETICARVM.

PROBLEMA XVII.

XLIV. *Data summa et differentia, ipse quanta inuenire.*

Ddd a

Re

Resolutio prima specialis. Summa est 48, differentia 12, minus x , maius, siue minus subtractum differentia, $x + 12$,

$$\text{aequatio, } 2x + 12 = 48$$

$$2x = 36$$

$$\text{minus } x = 18$$

$$\text{maius } x + d = 30 \text{ (§. 35. 41)}$$

Resolutio secunda uniuersalis. Denominetur etiam data literis, ut peracta reductione generatim constet, quomodo solutio pro exemplis specialibus fieri possit. (§. 27)

Summa a , differentia d , minus x maius $x + d$,

$$2x + d = a$$

$$2x = a - d$$

$$x = \frac{a - d}{2}$$

2

Theorema siue regula inde fluit. a data summa subtrahatur data differentia, residuum bisecetur, et dimidium indicabit ignotum minus, huic additur differentia et prouenit maius.

Resolutio tertia. Quando singulis literis quantitates incognitae signantur.

Summa a differentia d . minus x maius y .

$$a = x + y$$

$$d = y - x$$

$$a - x = y$$

$$d + x = y$$

ut collatur y , componantur duo eidem aequipollentia,

$$a - x$$

$$a - x = d + x$$

$$x \quad x$$

$$a = d + 2x$$

$$a - d = 2x$$

$$\frac{a - d}{2} = x$$

2

atque ita prior regula pro minoris quantitatis inuestigatione redit.

PROBLEMA XVIII.

XLV. *Inuenire quanta, quorum est data ratio et differentia.*

Resolutio specialis. Differentia sit 45, ratio sextupla, siue nomen rationis 6, minus x , maius $6x$; unde aequatio $5x = 45$ siue $x = 9$, hoc ad differ. 45 addito, maius erit 54.

Resolutio uniuersalis. Differentia sit b , nomen rationis e , minus x , maius ex ; aequatio $ex - x = b$, siue $x = \frac{b}{e-1}$.

$$e - 1$$

Theorema. Differentia diuidatur per nomen rationis unitate minutum, quotus est quantum minus.

PROBLEMA XIX.

XLVI. *Inuenire quantum, a quo, detractis duabus aliquotis partibus datis, relinquitur residuum datum.*

Resolutio. Quantum incognitum assumatur x , partes aliquotae e et i , residuum b , unde aequatio

$$Ddd \ 3$$

$$x -$$

$$\frac{x}{e} - \frac{x}{i} - \frac{x}{i} = b$$

et reductis fractionibus ad eandem denominationem

$$eix - ix - ex = b$$

$$eix - ix - ex = eib$$

$$x = \frac{eib}{e - i - e}$$

Theorema siue regula; residuum datum multiplicetur per factum nominum rationis, productum dividatur per idem factum, minutum singulis nominibus rationis, et prodit quantum quaesitum.

CONSECTARIVM.

XLVII. Simili modo regula, pro residuo, detractis tribus vel pluribus aliquotis partibus superstitie, reperitur.

PROBLEMA XX.

XLVIII. *Data summa duorum quorumlibet ex tribus numerorum, tres hosce numeros inuenire.*

Resolutio. Numeri quaesiti sint x, y, z , summa primi et secundi a , secundi et tertii b , primi et tertii c ; habentur igitur aequationes tres

$$\begin{array}{lll}
 x + y = a & y + z = b & x + z = c \\
 y = a - x & y = b - z & \text{substituto} \\
 a - x = b - z & & x = a - b + z \\
 a - b + z = x & & a - b + 2z = c \\
 \text{substituto} & & 2z = c - a + b \\
 z = c - a + b & & x = c - a + b
 \end{array}$$

$$x = a - b + c - a + b$$

2

facta reductione

$$x = 2a - 2b + c - a + b$$

2

compensatis priuatiuis et positiuis

$$x = a - b + c$$

2

similiter inuenitur ualor $y = a - x$

$$y = a - a + b - c$$

2

$$y = 2a - a + b - c$$

2

$$y = a + b - c$$

2

Ex his formulis regulae generales facile eliciuntur. sit $a = 40$, $b = 28$, $c = 36$. pro $x = 40 - 28 + 36 = 24$

2

Ddd 4

pro

$$\text{pro } y = \frac{40 + 28 - 36}{2} = 16$$

$$\text{pro } z = \frac{36 - 40 + 28}{2} = 12$$

PROBLEMA XXI.

XLIX. *Data summa duorum quantorum et differentia quadratorum, ipsa quanta inuenire.*

Resolutio. Summa sit $2a$, differentia quadratorum b , differentia quantorum $2x$, erit maius $a + x$, minus $a - x$ (§. 50. trigon. pl.) quadrata eorum

$$\begin{array}{r} a^2 + 2ax + x^2 \\ a^2 - 2ax + x^2 \\ \hline \text{differentia } 4ax = b \\ x = \frac{b}{4a} \end{array}$$

Theorema. Differentia quadratorum diuiditur per duplum summae quantorum, quotus dabit dimidiam eorum differentiam; sed cognita dimidia differentia et dimidia summa, ipsa quanta per §. 50. Tr. Plan. inueniuntur.

PROBLEMA XXII.

L. *Facto et differentia quantorum datis, ipsa quanta inuenire.*

Resolutio. Sit factum a , differentia b , maius x , minus y . fiet aequatio duplex,

$$xy = a$$

$$x = a$$

$$x - y = b$$

$$x = b + y$$

$$a = \frac{y}{b + y}$$

$$y$$

$$a = by + yy$$

addito quadrato deficiente $\frac{1}{4}b^2$ ad aequationem quadraticam affectam, (§. 42)

$$\frac{1}{4}b^2 + a = \frac{1}{4}b^2 + by + yy$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}b^2 + a} = \frac{1}{2}b + y$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}b^2 + a} - \frac{1}{2}b = y$$

Theorema. Ad quadratum dimidiaae differentiae addatur factum quantorum, et extrahatur radix, ab hac iterum subtrahatur dimidia differentia, et supererit quantum quaesitum minus.

PROBLEMA XXIII.

LI. Dato pretio duorum liquorum commiscendorum, una cum pretio mixti, invenire, quantum ex uiliore addendum sit pretiosiori, ut prodeat mensura pro pretio medio uendenda.

Resolutio. Pretium pretiosi-

oris

a

quantitas uilioris x

uilioris

b

pretium eius bx

mixti

c

quantitas pretiosioris $1 - x$

mensura

1

pretium eius $a - ax$

D d d

unde

$$\begin{aligned}
 \text{unde fit aequatio } a - ax + bx &= c \\
 a &= ax - bx + c \\
 a - c &= ax - bx \\
 a - c &= x \\
 \hline
 a - b
 \end{aligned}$$

Theorema. Differentia pretii maioris et medii diuidenda est per differentiam pretii maioris et minoris, quotus dabit quantitatem uilioris cum pretiosiore commiscendi. sit $a = 18$, $b = 12$ $c = 14$, erit $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ex pretiosiore uero assumitur $\frac{1}{3}$, ita $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$. atque ita inueniuntur leges regulæ alligationis.

PROBLEMA XXIV.

LII. *Dato pondere corporis ex auro et argento compositi, una cum decremento ponderis, quod tam corpus mixtum quam metalla illa duo, ex quibus constat, æquiponderantia in aquis patiuntur, portiones auri et argenti, quæ corpori mixto insunt, inuenire.*

Resolutio. Pondus commune sit p , decrementum ponderis, quod argentum in aquis patitur, a , decrementum ponderis auri b , decrementum ponderis corporis mixti c ; portio mixta argenti ponatur x , portio auri y . quia notum est decrementum ponderis, quod aurum et argentum, eiusdem cum mixto ponderis, aquis immersum patitur, per regulam auream possunt inuestigari decrements ponderis, quæ
por.

portioni argenti et auri mixtae respondent; seruant enim decrements illa, quippe ponderi aquae loco expulsae respondentia, directam uoluminum eiusdem metalli rationem. (§. 19. hydrostat.) Nimirum

$$p : x = a : \frac{ax}{p}$$

$$p : y = b : \frac{by}{p}$$

Verum aggregatum horum decrementorum aequale est decremento ponderis corporis mixti,

$$\frac{ax + by}{p} = c.$$

p

Vt una incognita quantitas ex aequatione tollatur, substituatur $p - x = y$, quo facto talis prodit aequatio

$$\frac{ax + bp - bx}{p} = c$$

$$\frac{ax + bp - bx}{p} = pc$$

$$ax - bx = pc - bp$$

$$a - b \quad a - b \text{ diuid.}$$

$$x = \frac{pc - bp}{a - b}$$

$$a - b$$

fiat analogia $a - b : p = c - b : x$.

Theorema pro portione metalli grauioris siue argenti commixti inferatur:

Vti

Vti se habet differentia decrementi ponderis argenti et auri in aquis, ad pondus commune, ita differentia decrementi ponderis corporis mixti et auri, ad portionem mixtam argenti. hac data, portio quoque auri mixta reperitur.

CONSECTARIVM.

LIII. Hoc modo resolvitur problema Archimedis, qui quantum argenti aureae coronae faber immiscuisset, Hieronis principis Syracusarum rogaru, primus et inuestigavit et invenit, teste VITRUVIO Architect. Lib. IX. cap. III. Ponamus pondus coronae 6 librarum, totidem librae argenti amittunt in aquis $\frac{3}{5}$, auri $\frac{3}{10}$, corona amittat $\frac{4}{10}$, analogia talis inde habetur,

$$\frac{3}{5} - \frac{3}{10} : 6 = \frac{4}{10} - \frac{3}{10} : x$$

$$\frac{3}{10} : 6 = \frac{1}{10} : \frac{1}{2}$$

fuit ergo $\frac{1}{2}$ libra argenti auro $5\frac{1}{2}$ lib. addita. conf. SCHOTTI magiae natural. Pars III. lib. 5. syntagm. 2. pragn. 3. p. 342. sq.

SCHOLION.

LIV. Plura quaestionum arithmeticarum algebraice resolutarum exempla passim ab auctoribus collecta sunt. conf. LAMY elem. mathem. lib. VII. OZANAM nouveaux elements d'Algebre, Pars II. IOHN. KERSEY elements of algebra L. I. c. 14 I. C. STVR. MII mathesis compendiarua, s. tabul. mathem. p. 6 — R. GILL OUGHTRED in opusculis mathematicis p. 87. Diophanti problema ex instituta declarat.

CAPUT V.

DE

ANALYSI PROBLEMATVM
GEOMETRICORVM

DEFINITIO X.

LV. *Constructio geometrica* uocatur artificium, quo membra aequationum analyticarum lineis quibusdam repraesentantur.

CONSECTARIVM.

LVI. Cum in hac praxi in locum specierum analyticarum lineae substituendae sint, attendi debet ad relationem quantitatum, quas aequatio continet, operaque danda, ut eandem comparisonem, arithmeticae et geometricae ueritatibus rite sociatis, imitemur. quod quomodo fieri possit iam perspicuis exemplis monstrabo.

PROBLEMA XXV.

LXII. *Aequationes simplices construere.*

Resolutio. 1. $x = a$. lineae datae a aequi-
pollet ignora x .

2. $x \pm a \mp b$ uel $x = a - b$, liquet, incognitum x notare summam uel differentiam linearum cognitarum a et b .

3. $x = a$ incognitum x exprimitur per relationem datarum a et b .

4. $x = \frac{ab}{c}$ fiat analogia $c : a = b : x$, nempe

x est quarta proportionalis ad tres datas, c, a, b . (§. 97. geom.)

5. $x = \frac{ac + bc}{d + b}$ fiat denuo analogia.

$$d + b : c = a + b : x$$

6. $x = \frac{ab + cd}{m + n}$ reducatur praesens casus ad

praecedentem; inferatur nempe

$$a : c = d : p \quad (\S. 97. \text{geom.})$$

$$ap = cd \quad (\S. 110. \text{arith.})$$

Substituto ap pro cd , talis erit aequationis forma,

$$x = \frac{ab + ap}{m + n}$$

$$\text{Sive } m + n : b + p = a : x$$

PROBLEMA XXVI.

LVIII. *Aequationes quadraticae construere.*

Resolutio. I. $x^2 = ab$; siue ob analogiam

$$a : x = x : b \quad (\S. 110. \text{arith.})$$

erit x media proportionalis inter a et b . (§. 119. geom.)

$$2. \quad x^2 = ab + cd$$

$$x = \sqrt{ab + cd}$$

quaerantur denuo mediae proportionales inter a et b , item c et d .

$$a : m = m : b \mid c : n = n : d$$

itaque $x = \sqrt{(mm + nn)}$. Cuius constructionem docet theorema Pythagorae. (§. 193 geom.) fit nempe \triangle rectangulum ex cruribus m et n , hypotenusam dabit $\sqrt{(mm + nn)}$.

$$3. \quad x^2 = a^2 bc$$

$$mn$$

$$\text{fiat } m : a = a : r$$

$$mr = aa \text{ et } mrbc = rbc = xx$$

$$mn$$

$$n$$

$$\text{porro } n : r = b : s$$

$$ns = rb \text{ et } nsc = sc = xx$$

$$n$$

sive x est media inter s et c .

$$4. \quad x^2 = ax + bb$$

$$x^2 - ax = bb$$

$$x^2 - ax + \frac{1}{4}aa = bb + \frac{1}{4}aa$$

$$x = \sqrt{(bb + \frac{1}{4}aa)} + \frac{1}{2}a$$

Radix haec ope theorematum Pythagorae reperitur, cui iungitur $\frac{1}{2}a$.

5. Si construenda sit $\sqrt{(\frac{1}{4}aa - bb)}$; super $\frac{1}{2}a$ tanquam diametro describitur semicirculus, et in eundem transfertur $AB = b$, crus, (F. 1. BC erit radix quaesita. (§. 196. geom.)

PROBLEMA XXVII.

LIX. Rectangulo ABCD rhombum (Fig. 2. b) AEFD inscribere.

Re-

Resolutio. Quaerenda est particula BE uel FC resecanda a latere rectanguli, ut relinquatur latus rhombi. sit $AB = a$, $BD = b$, $BE = x$, erit $AE = \sqrt{a^2 + x^2}$ (§. 195. geom.) sed $AE = ED$, et $BE = BD - BE = b - x$, unde aequatio

$$\sqrt{a^2 + x^2} = b - x$$

$$a^2 + x^2 = bb - 2bx + xx$$

$$a^2 + 2bx = bb$$

$$2bx = bb - aa$$

$$x = \frac{bb - aa}{2b}$$

fit constructio opē analogiae, quaesita quarta proportionali

$$2b : b + a = b - a : x \text{ (§. 57.)}$$

siquidem constat factum ex $b + a$ in $b - a$ esse $bb - aa$.

DEFINITIO XI.

Fig. 3.) LX. Linea media et extrema ratione secta dicitur, quando rectangulum ex segmentis AB. BC, aequatur quadrato partis maioris AB. Siue, quando tota AC ad maius segmentum AB, habet rationem, quam maius segmentum AB ad minus BC.

PROBLEMA XXVIII.

LXI. Lineam media et extrema ratione secare.

Re-

Resolutio. Sit tota $AC = a$, maior portio $AB = x$, erit $BC = a - x$, et

$$a : x = x : a - x$$

$$a^2 - ax = xx$$

$$a^2 = ax + xx$$

$$a^2 + \frac{1}{4}a^2 = xx + ax + \frac{1}{4}a^2$$

$$\sqrt{(a^2 + \frac{1}{4}a^2)} - \frac{1}{2}a = x$$

Constructio fit secundum num. 4. §. 58. (F. 4. Lineae nempe toti AC , iungitur ad angulos rectos pars eius dimidia AD , et ex centro D radio DC fit arcus CE , ut $DC = DE = \sqrt{(a^2 + \frac{1}{4}a^2)}$ (§. 193. geom.) sed quia $DA = \frac{1}{2}a$, erit $AE = x$.

PROBLEMA XXIX.

LXII. *Datis differentia late-* (Fig. 5. *rum trianguli rectanguli* AE , et perpendiculari BD , ex angulo recto in hypotenusam demisso, inuenire hypotenusam AC .

Resolutio. Differentia $AE = a$, $DB = b$, Hypotenusa $= x$, summa laterum $AB + BC = y$, quare latus maius $AB = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}a$, et $BC = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}a$, (§. 50. Trig. Pl.) et per §. 193. geom.

$$\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}a^2 = x^2$$

$$y^2 + a^2 = 2x^2$$

$$y^2 = 2xx - a^2$$

Ecc

BC:

$$BC:BD = AC:AB \text{ (§. 121. geom.)}$$

$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}a : b = x : \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}a$$

$$bx = \frac{1}{4}yy - \frac{1}{4}aa$$

$$4bx = yy - aa$$

$$4bx + aa = yy$$

$$\text{substituto valore } yy = 2xx - aa$$

$$4bx + aa = 2xx - aa$$

$$4bx + 2aa = 2xx$$

$$2aa = 2xx - 4bx$$

$$aa = xx - 2bx$$

$$aa + bb = xx - 2bx + bb$$

$$\sqrt{(aa + bb)} + b = x$$

construatur $\sqrt{(aa + bb)}$ per num. 4. §. 58, eademque addatur b , et hypotenusa x prodit. F. 6.) Hæc cognita ipsum triangulum, cui data laterum differentia competit, sequenti modo componitur. ope hypotenusæ fit angulus rectus GFI , et ducitur hypotenusa $GI = \sqrt{xx}$, super hac describitur semicirculus, et in eodem fit subtensa $GH = a$, erit $HI = \sqrt{(2xx - aa)} = y$, (§. 196. geom.) data autem summa laterum $= y$, et differentia $= a$, ipsa latera facile inveniuntur, et ex his deinceps triangulum quaesitum conficitur. (§. 50. Tr. P.)

SCHOLION.

LXIII. Pluribus exemplis usum algebrae in geometria monstrant G. OUGHTRED in clæse mathem. FRANC. SCHOOTEN exercitationum mathem. lib. I. STURMIVS in Mathesi enucleata, et WOLFIUS elem. analys. cap. IV. Superest, ut doceam, quæ ratione naturalium linearum, conicarum aliarumque curvarum


um aequatione analytica comprehendatur, indeque illarum proprietates deriuentur.

CAPUT VI.

DE

NATVRA ET PROPRIETATIBVS LINEARVM CVRVARVM INPRIMIS CONICARVM.

DEFINITIO XII.

LXIV. Quando conus ABC se (Fig. 7. ) secatur lineâ IK, lateri coni opposito AB parallela, oritur curua, quae dicitur *parabola*, facta autem sectione per lineam HG, ut continuata cum latere coni opposito AC producto in M concurrat, generatur *hyperbola*, denique si fiat sectio lineâ EL obliqua ad axem coni, quae continuata cum producta baseos diametro in O concurrat, nascitur *ellipsis*, et hae tres lineae curvae ex coni sectione genitae dicuntur *sectiones conici*.

SCHOLION.

LXV. Haec sectionum conicarum nomina a naturarum petita prius adhibuit APOLLONIUS PERGAEVS. Geometrae enim antiquiores conum tripliter rectangulum, acutangulum et obtusangulum, lineâ ad latus eius perpendiculari sectum, contemplantur, et parabolam conirectanguli, ellipsin coni acutanguli, hyperbolam coni obtusanguli sectionem appellant. quod argumentum copiosius excussit in schedâ.

Ecc a asimare,

asmate, quo Apollonio promatae caruarum doctrinae gloria vindicatur, quod cum exercitatione de phosphoro mercuriali prodiit. Ex octo conicorum libris, quas tertio ante aeram christianam seculo Apollonius scripsit, tantum quattuor supersunt integri editi a FEDER. COMMANDINO latine Bononiae a 1566. f. in hos commentatus est CLAVDIUS RICHARDVS Antwerp. 1659. f. Librum 5, 6 et 7 ex codice arabico Ruziano et Goliano, octauum ex Pappi de illius augmento testimoniis, suppleuit, atque ita Apollonii Pergaei conicorum libros VIII in lucem protulit EDMUNDVS HALLEIVS Oxonii. 1710. f. Ceterum totum hoc caput ex instituto tractant et illustrant GREGORIUS a S. VINCENTIO libris X de quadratura circuli et sectionum conic. Antwerp. 1647. f. PHILIPP. DE LA HIRE de sectionib. conicis. Paris. 1685. f. OZANAM traite des lignes du premier genre 1687. 4. MARQUIS DE L'HOPITAL traite analytique des sections coniques. Paris. 1707. 4.

DEFINITIO XIII.

LXVI. Recta per medium conicae lineae (F.8.) ducta *AB axis*, principium eius *A*, siue punctum concursus axis et curuae, *uertex*, applicata ad axem et ab eadem bisecta *MN ordinata*, dimidium eius *PM semiorinata*, portio axis inter uerticem et ordinatam *AP abscissa* uocatur.

DEFINITIO XIV.

LXVII. *Parameter* siue *latas rectum* lineae conicae est, cuius factum in abscissam cum quadrato semiorinatae comparatur. et *Focus* est punctum axis, ubi parameter constituit ordinatam.

DEFINITIO XV.

LXVIII. *Diameter* ellipsis dicitur (F. 9. linea AF, quae per medium curvae ducta rectas alias transuersas bifecat. *Diameter* uero coniugata DE est recta, quae alteri diametro AF parallelas bifecat.

DEFINITIO XVI.

LXIX. *Diameter transuersa* hy. (F. 7. perbolae est linea HM inter duas sectiones oppositas coni superioris et inferioris interiecta.

DEFINITIO XVII.

LXX. *Lineae* curuarum immutabiles siue constantes sunt, quae in eadem curua eandem semper seruant magnitudinem. tales sunt *parameter* et *diameter* ellipsis et hyperbolae; mutabiles uero uel *inconstantes* sunt, quae in eadem curua modo crescunt modo decrescunt, ueluti *abscissae* et *ordinatae*.

HYPOTHESIS

LXXI. *Lineae* constantes in aequationibus alphabeti literis primis, a, b, c, inconstantes literis ultimis x, y, z designantur.

SCHOLION.

LXXII. Praeter conicas etiam aliae curvae continuo alicuius puncti fluxu nascuntur, quarum consideratio utilis est. praecipuae sunt cyclois, conchois, quadratrix et spiralis, harum igitur descriptionem hic subiungam.

DEFINITIO XVIII.

LXXIII. *Cyclois* uel *trochois* est curva ABC , quae, dum circulus generator $APHN$ super recta linea BC reuoluitur, motu puncti peripheriae circuli A , quod sub principium motus extremo lineae rectae B , sub finem autem reuolutionis circuli alteri extremo C incumbit, describitur.

CONSECTARIUM I.

LXXIV. Itaque hac reuolutione tota circuli peripheria in rectam lineam BC explicatur, eidemque aequalis redditur: et semicirculus $APH = BH$.

CONSECTARIUM II.

LXXV. Porro $BF =$ quadranti MGE et $MD =$ quadranti $AP = FH = MP$, siquidem $ME = PG$. adeoque lineae rectae ab arcu cycloidis BMA ad peripheriam APH ductae et basi BH parallelae sunt aequales circuli generatoris arcui AP .

SCHOLION.

LXXVI. De cycloide extat peculiaris *rv.* **IO. WALLISII.** Tradit idem, dudum ante Galileum illius lineae notitiam habuisse Bonillum quendam, restibus operibus eiusdem mathem. circa a. 1310. compositis, et Nicolai Cusani Cardinalem, uti ex *MS.* eius a. 1451. exarato apparet. *conf. Transact. philos. Angl.* a. 1697. et *I. LOWTHORP* epis *T.P. T. I. p. 116.* Instrumentum pro delineanda cycloide exhibet **DORPELMAYER** in *supplem. officinae math. Bionis* *P. II. p. 1.*

DEFINITIO XIX.

F. II.) LXXVII. *Conchois* a Nicomede
in.

inuenta generatur, si super rectam directricem DE alia recta AC , circa polum uel punctum C , ea lege promoueatur, ut lineae mobilis portiones FD , GE , super directricem eminentes, sint semper aequales.

CONSECTARIVM.

LXXVIII. Quo obliquior lineae mobilis AC ad directricem positio est, eo magis partes GE uel FE ad hanc inclinantur. neque tamen in rectam DE possunt cadere, sed supra eam semper debent eminere. quapropter conchois ad directricem sensim quidem propius accedit, ut distantia tandem utriusque lineae omni assignabili minor euadat, sed non potest cum ea omnino concurrere, uocaturque ideo *ασύμμετρος*. Posse conchoidem ad attenuandum scapum columnae contractum inferuire, docet PERRAVLT not. ad Vitruu. L. III. c. 2. add. DAVILER cursus archit. p. 114.

DEFINITIO XX.

LXXIX. Si radius AB per quadrans (F. 12. tem BND , et latus quadrati BC per altitudinem AB , utrumque deorsum aequabili motu sic descendat, ut dum radius partem aliquotam quadrantis percurrit, latus quadrati similem partem altitudinis BA emetiat, curua linea BOE intersectionibus radii et lateris modo dicti signata *τετραγωνίζουσα* siue *quadratrix* appellatur. cuius inuentio Dinostrato et Nicomedi tribuitur.

CONSECTARIVM.

LXXX. Itaque ualet analogia,

$$BD : ND = AB : MA = RO$$

conf. CLAVII comment. ad Euclid. L. VI. p. 648. sq.

DEFINITIO XXI.

F. 13.) LXXXI. In circulo quocunque ponatur radius AB mobilis, et in eo pariter mobile aliquod punctum, radius in centro C fixus in peripheria circuli, punctum uero in radio sic promoueantur, ut qualem partem peripheriae percurrit radius, talem in eodem mobile punctum emeriat, linea motu puncti genita *spiralis* siue *helix Archimedis* nominatur.

CONSECTARIVM.

LXXXII. Itaque radii spiralis- C_1 , C_2 . etc. ad radium CA eandem seruant rationem, quam arcus peripheriae AB , ABC etc. per quos radius circuli interim processit.

DEFINITIO XXII.

LXXXIII. *Natura curuae* uocatur proprietas eiusdem, quae ex linearum constantium et inconstantium, intra et extra curuam certa lege ductarum, comparatione, quae aequatione quadam algebraica comprehenditur, resultat.

PROBLEMA XXX.

LXXXIV. *Naturam circuli inuenire.*

Resolutio. Comparetur dati circuli dia- (F. 14. meter AB cum suis abscissis AP , PB , et semior- dinata PM . uocetur $AB = a$, $AP = x$, $PB = a - x$, $PM = y$. quia constat ex geometria §. 120, perpendicularem in semicirculo super diametro erectam PM esse mediam proportionalem inter segmenta diametri, hinc fluit sequens proportio :

$$AP : PM \quad PM : PB$$

$$x : y = y : a - x$$

quae talem suppeditat aequationem,

$$yy = ax - xx$$

cum igitur analogia modo allata propria sit circuli, recte eadem pro circuli natura significanda assumitur.

SCHOLION.

LXXXV. Conicarum sectionum natura duplici modo indagatur. aut enim facta putatur sectio in cono, ut comparatione laterum eiusdem et diametri et parametri cum abscissis et ordinatis, aequatio, quae proprietatem sectionis continet, producat; aut supponitur descriptio lineae curuae in plano, promotis certa lege duabus rectis lineis sese secantibus. Priorem modum tradit **STURMIVS** in *mathesi enucleata*, lib. II. Sect. II. p. 233. sq. alterum **MARCHIO HOSPITALIVS** in opere *analytico* supra laudato, Lib. I. excoluit. isque ob perspicuitatem priori merito praefertur. conf. **REYNEAU** Lib. VIII. p. 545.

PROBLEMA XXXI.

LXXXVI. Naturam parabolae inueni-

re.

Eee 5

Re

Resolutio. 1. Ducatur linea indefinita AX, (F. 15.) eidemque recta AL certae longitudinis, quae *parametrum* parabolaë refert, ad angulos rectos applicetur. sint duae regulæ RH, AH, prior situ parallelo ad axem in recta AL promoueatur, altera affixa uertici Aa, linea AL deorsum descendat, ita quidem, ut recta ad axem parallelæ RH distantia ab axe AR sit æqualis perpendiculo AL, ex extremo rectæ AL in regulam AK deorsum promotam demisso.

2. Denominentur lineæ rectæ inter se comparandæ. Parameter AL = p , abscissa AP = x , semiordinata PM = y , LN = m .

3. Quia ex figura apparet, triangula rectangula ARM, ALN, APM æquales angulos habere et similia esse, deducitur inde talis analogia:

$$AL:LN = PM:AP$$

$$p \quad m \quad y \quad x$$

sed cum AR = PM = LN, loco m sumatur y , fiet;

$$p:y = y:x$$

$$yy = px$$

æquatio hæc indicat parabolaë naturam. Nimirum, in parabola quadratum semiordinatæ yy , æquale est rectangulo ex abscissa in parametrum px .

CONSECTARIUM I.

LXXXVII. Ordinata igitur est media proportionalis inter parametrum et abscissam. abscissa

scissa uero est tertia proportionalis ad parametrum et semiordinatam.

CONSECTARIVM II.

LXXXVIII. Abscissae inter se seruant (F. 16. rationem, quam quadrata ordinatarum. $AP = x$, $PM = y$, $AP = u$, $pm = z$, prodeunt aequationes

$$pu = zz \text{ et } px = yy$$

uerum pu et px habent rationem u et x , (§. 119. arith.) sequitur inde analogia,

$$pu:px = zz:yy$$

$$u:x = zz:yy \text{ (§. 120. arith.)}$$

PROBLEMA XXXII.

LXXXIX. *Parabolam delineare.*

Resolutio. 1. In linea recta LP assu- (F. 17. mator AL parameter parabolae delineandae.

2. Deinde erigatur perpendicularis Am indefinita, assumtisque in linea LP aliquot centris, describantur semicirculi LMP etc. erunt AP , Ap etc. abscissae AM , Am , etc. semiordinatae parabolae.

3. Itaque in axem eius AP abscissae antea inuentae transferantur, hisque ordinatae ad rectos angulos applicentur, et ex uertice A per ordinatarum extrema parabola ducatur.

Alios modos explicat SCHOOTEN exercitat. mathem. lib. IV. siue de organica sectionum conicarum in plano descriptione. cap. XIII.

PROBLEMA XXXIII.

XC. *Inuenire distantiam foci F a uer-
F.18.) tice parabolae.*

Resolutio. Cum F est focus, ordinata MN
par est parametro AL, (§. 67.) itaque MF
 $= \frac{1}{2} p$, eoque casu aequatio pro parabola sic
se habet:

$$\frac{1}{4} p p = p x$$

$$\frac{1}{4} p = x. (\S. 120. arith.)$$

sive quarta pars parametri est = AF, quae-
stae distantiae foci a uertice.

PROBLEMA XXXIV.

XCI. *Naturam ellipseos inuenire.*

Resolutio. 1. Assumatur diameter ellipsis
F.19.) Aa et parameter AL.

2. Affigantur extremis diametri punctis re-
gulae AK et aO, mobiles circa puncta A et a
si regularum concursus uel sectio in puncto M
ita fiat, ut AO = LN, sive ut distantia regu-
lae aO, a uertice superiore, aequalis sit perpen-
diculo ex extremo parametri in regulam supe-
riorem AK demisso, erit punctum M in elli-
psi.

3. Sit AL = p, Aa = a, AP = x, aP = a
- x, PM = y, LN = m. quia $\triangle ALN \sim$
 $\triangle APM$, ualeat analogia:

$$AL : LN = PM : AP$$

$$p : m = y : x$$

$$px = my$$

$$\frac{px}{m} = y$$

m

et quia $\triangle AaO \sim \triangle P a M$

$$Aa : AO = aP : PM$$

$$a : m = a-x : y$$

$$ay = ma - mx$$

$$\frac{ay}{a-x} = \frac{m}{m} = \frac{px}{m}$$

reducentur fractiones $\frac{ay}{a-x} = \frac{px}{m}$ ad

$$\frac{ay}{a-x} = \frac{px}{m}$$

eandem denominationem, et denominator idem tollatur, prodeunt

$$ayy = apx - pxx$$

$$yy = \frac{px - pxx}{a}$$

a

Scilicet in ellipsi quadratum semiordinatae aequale est rectangulo ex parametro in abscissam, dempto alio rectangulo, quod fit ex abscissa in quartam proportionalem ad diametrum, parametrum et abscissam.

$$a : p = x : \frac{px}{a}$$

a

CONSECTARIVM I.

XCH. Resoluta aequatione priore in analogiam

y^2

$$y^2 : ax - xx = p : a$$

quadratum semiordinatae ad rectangulum ex segmentis diametri habet rationem eandem, quam parameter ad diametrum.

CONSECTARIVM II.

F. 20.) XCIII. Quando $x = AO = \frac{1}{2}a$, fiet analogia,

$$yy : \frac{1}{4}aa = p : a$$

cuius adminiculo magnitudo axis coniugatae reperitur. nam ex praecedente proportionem aequatio componitur

$$ayy = \frac{1}{4}aap$$

$$yy = \frac{1}{4}ap$$

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{ap}$$

est enim dimidius axis coniugatus BC, dimidia pars mediae proportionalis inter parametrum et diametrum, uel tota diameter coniugata BD est media proportionalis inter parametrum et diametrum.

CONSECTARIVM III.

XCIV. Inde etiam innotescit ratio quadratorum semiordinatarum. ponamus A $p = u$, $pm = z$, fiet aequatio pro ellipsi,

$$azz = apu - puu$$

$$zz = pu - \frac{puu}{a}$$

$$\text{et } yy = px - \frac{pxx}{a}$$

qua-

qualem ergo habent rationem $zz:yy$, talem
etiam aequalia quanta $pu - \frac{puu}{a} : px - \frac{pxx}{a}$

servant, unde analogia recte se habet,

$$zz:yy = pu - \frac{puu}{a} : px - \frac{pxx}{a}$$

et quia multiplicatio per idem rationem non
mutat,

$$zz:yy = apu - puu : apx - pxx$$

iterum nec divisione per p ratio mutatur, ideo-
que

$$zz:yy: au - uu : ax - xx$$

sive quadrata semiordinatarum habent ratio-
nem, quam rectangula segmentorum diametri.
 $A.P. Pa : Ap. pa.$

PROBLEMA XXXV.

XCV. *Ellipsin delineare.*

Resolutio. I. Quoniam

$$yy = \frac{apx - pxx}{a}$$

$$\text{erit } y = \sqrt{\frac{apx - pxx}{a}}$$

pro constructione huius quanti inferatur,

$$a : p = x : \frac{px}{a}$$

de-

deinde inter \underline{px} et $a - x$ quaeratur media, si-

ue semiordinata assumtae abscissae respondens.

2. Pro inueniendis igitur pluribus semiordi-
F. 21.) natis, ad diametrum Aa applicetur ad
angulos rectos parameter AL , et ducatur hy-
potenusa La , in triangulo AaL aliquot lineae
perpendiculares PR , pr ducantur, hae sunt
quartae proportionales ad aA , AL et aP uel
 ap , siue assumpto aP , ap pro x , sunt \underline{px} . Post-

ea inter has quartas et $a - x$ siue AP , Ap
quaerantur mediae, hae dabunt semiordinatas
abscissis imponendas, per quarum extrema elli-
psis ducenda est.

Plures solutiones offert SCHOOTEN l. c. cap.
 $2 - 5$

PROBLEMA XXXVI.

XCVI. *Inuenire distantiam foci a uer-*
F. 20.) *tice ellipseos.*

Resolutio. Cum MN est parameter et F
focus ellipsis, aequatio datur

$$\frac{1}{4} pp = px - \underline{p x x} \quad (\S. 67.)$$

$$\frac{1}{4} app = apx - p x x \text{ diu. per } p.$$

$$\frac{1}{4} ap = ax - xx$$

et quia constat, AF minus esse AC , in
conuertenda est aequatio, ut sit $xx - ax$,
nempe

$$xx - ax = -\frac{1}{4}ap$$

completa aequatione quadratica affecta (§. 43.) fit

$$\frac{1}{4}aa - ax + x^2 = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap$$

$$\frac{1}{2}a - x = \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap\right)}$$

addito x et subtracta radice

$$\frac{1}{2}a - \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap\right)} = x = AF.$$

Construatur radix, quaesita media inter $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}p$ et $\frac{1}{2}a$, est illa FC , qua detracta ex axe dimidio AC relinquitur AF distantia foci a vertice quaesita.

PROBLEMA XXXVII.

XCVII. *Inuenire magnitudinem linearum BF , Bf , quae ex duobus focus (F. 20. ellipseos ad extremitatem diametri coniugatae BD ducuntur.*

Resolutio. Antea dixi, esse FC et $fC = \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap}$, (§. 96) et iam supra inuenimus dimidiam diametrum minorem $BC = \frac{1}{2}\sqrt{ap}$. (§. 93.) ergo per theor. Pythag. (§. 193 geom.)

$$\square FC + \square BC = \square BF$$

$$\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ap + \frac{1}{4}ap = \square BF$$

sive $\frac{1}{4}aa = \square BF.$

$$\frac{1}{2}a = BE$$

et quoniam $BF = Bf$, liquet, lineas ex focus ad extremum axis minoris ellipse ductas iunctim equiparari axi maiori.

Fff

Idem

Idem de aliis lineis quibuscumque, quae ex duobus focus ad puncta peripheriae ellipsis extenduntur, potest demonstrari.

CONSECTARIUM.

XCVIII. Inde commodior ellipsin delineandi modus sequitur. Nimirum, clavis in tabula fixis, focorum distantia definitur, circa clavos filum, extremis connexis, amplitudinis arbitrariae circumponitur, et stylo inserto ellipsis describitur.

PROBLEMA XXXVIII.

XCIX. *Naturam hyperbolae inuenire.*

F. 22.) *Resolutio.* Assumta diametro transversa Aa , duae regulae in illius extremitatibus affixae mobiles, iisdem legibus, quas circa generationem ellipsis §. 91. memoravi, servatis, moveantur, nempe, ut, posita parametro AL , sit $AK = LN$. Hoc facto, ob $\triangle ALN \sim \triangle APM$, provenit analogia;

$$AL : LN = PM : AP$$

$$p : m = y : x$$

$$px = my$$

$$px = m$$

et ob $\triangle AaK \sim \triangle aPM$

$$Aa : AK = aP : PM$$

$$a : m = a + x : y$$

$$ay = ma + mx$$

$$ay = m = px$$

$$\frac{ay}{a+x}$$

$$y$$

facta

facta reductione fractionum

$$ayy = apx + pxx$$

$$yy = px + \frac{pxx}{a}$$

In hyperbola quadratum semiordinatae yy , aequale est rectangulo ex abscissa in parametrum px , postquam huic additum est aliud rectangulum ex abscissa in quartam proportionalem, ad diametrum, parametrum et abscissam.

CONSECTARIVM I.

C. Aequatio igitur hyperbolae ab aequatione ellipsis tantum signo differt, nempe rectangulum pxx in ellipsi subtrahendum est ex px , in

hyperbola huic idem addi debet.

CONSECTARIVM II.

CI. Hinc etiam nominum παραβολῆς, ἑλλείψεως et ὑπερβολῆς ratio et fundamentum elucet. Parabola est linea aequalitatis, ob $px = yy$, ellipsis linea defectus ob $px - \frac{pxx}{a} = yy$,

hyperbola linea excessus, ob $px + \frac{pxx}{a} = yy$.

CONSECTARIVM III.

CII. Valet etiam in hyperbola proportio:

$$y^2 : ax + xx = p : a$$

CONSECTARIVM IV.

CIII. Pro inveniendis semiordinatis, quia:

$$y = \frac{vax + pxx}{a}$$

quaeruntur, primum quartae proportionales

$\frac{px}{a}$

a

$$a : p = x : \frac{px}{a}$$

dein mediae inter $\frac{px}{a}$ et $a + x$ inuestigantur.

a

CONSECTARIVM V.

CIV. Item quadrata semiordinatarum habent rationem $au + uu : ax + xx$, siue rectangulorum aP . AP et ap . Ap .

CONSECTARIVM VI.

CV. Distantia foci a uertice est

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ap\right)} - \frac{1}{2}a$$

CONSECTARIVM VII.

CVI. Quemadmodum in ellipsi linearum ex duobus focis ad puncta peripheriae quaecunque eductarum summa aequalis est axi maiori, (§. 97) ita in hyperbola contraria ratione linearum ex focis ad punctum hyperbolae (F. 23.) quodlibet ductarum differentia diametro Aa aequipollet.

PROBLEMA XXXIX.

CVII. *Hyperbolam delineare.*

F. 23.) *Resolutio.* I. In linea recta indefinita fP assumatur latus transversum, siue diameter transversa aA , eique iungantur aequales foci distantiae a uertice af et AF ,

2. Deinde ex foco inferiore F intervallo arbitrario circino assumpto ducantur ab utraque axis parte arcus, intervallum vero assumptum statim ex uertice A in axem deorsum tanquam abscissa transferatur.

3. Porro assumatur circino summa diametri transversae AA et abscissae AP , siue linea AP , et posito altero pede circini in foco superiore f , arcus inferiores utrimque aliis arcubus secantur; si plures eiusmodi arcus se mutuo secantes ex inferiore et superiore foco ducantur, ex uertice A per puncta intersectionum M hyperbola poterit describi. Cuius praxeos fundamentum ex praecedente conspectario §. 106. repetendum est. conf. SCHOOTEN l. c. cap. IX.

THEOREMA II.

CVIII. *Quando sectio hyperbolae DEF est plano axis conici parallela, latera conici AB , AC sunt asymptoti hyperbolae, quae ad hyperbolam continuatam semper quidem appropinquant, cum illa autem non concurrunt.*

Demonstratio. Primum demonstrare oportet, quod latera conici, si una cum hyperbola producantur, ad hanc magis magisque semper appropinquent. Quod licet exemplo conici materialis quodammodo iam intelligi possit, tamen etiam geometricè sic ostenditur. Crescente cono crescit etiam illius semidiameter

BL uel LG, lineæ uero perpendiculares EG, FK, siue finus recti in radios BL et LC demissæ, quia distantiam sectionis a plano axis metiuntur, non mutantur, quia supponitur sectio plano axis coni parallela. Verum dum radius uel finus totus BL crescit, et finus rectus EG immutabilis est, huius ad illum proportio continuo minuitur, siue minor finus EG in radio maiore BL sæpius continetur quam in minore: sed finus ad angulos in triangulo rectangulo EGL oppositos directam seruant rationem; (§. 39. Tr. Pl.) quapropter crescente radio BL, et immutato manente sinu recto EG, angulus ELG minuitur; et quia rectus ad E non mutatur, quod decedit sensim magnitudini anguli ELG, id accrescit angulo alteri obliquo EGL, hoc autem amplificato, etiam finus oppositus EL amplificatur, et finus uersus BE minuitur, ex quo apparet, distantiam BE inter latus coni et hyperbolam semper minui, et hanc ad illud sensim propius accedere. Quod uero concurrere hyperbola cum lateribus coni nequeat, inde perspicue intelligitur, quia sectio hyperbolæ extra medium axis planum facta supponitur, ubi semper diameter maior est quacunque subtenfa GK extra centrum ducta, (§. 128. geom.) ergo sectio hyperbolæ etc.

SCHOLION.

CIX.^o Pro hac demonstratione illustranda et faci-
lianda, conum ligneum, in quo hyperbolæ sectio rite
facta est, ad manus habere iuuat. Ceterum per se pa-
ret, talem appropinquationem absque concursu in hy-
per-

perbola stylo delineata facto ipso exhiberi minime possit. Interim sufficit, nos cogitatione nostra eo non assurgere, ut, ubi et quando distantia inter rectam et curvam designat esse diuisibilis, intelligamus. etsi de eo nemo dubitet, hyperbolam ad suam ἀσύνπτωτον tam prope tandem inclinari, ut utriusque distantia quavis assignabili minor euadat. conf. FRANC. BAROCII liber de admirando geometrico problemate, quod docet lineas designare ἀσύνπτωτους tredecim modis demonstrato. Veneriis a. 1586. 4.

PROBLEMA XL.

CX. Naturam cycloidis aequatione comprehendere.

Resolutio. Habeatur semicirculus (Fig. 10. A P H pro linea abscissarum, et uocetur $AP = x$, $PM = y$, $APH = c$, $BH = d$. Descriptio cycloidis docet (§. 75) proportionem

$$APH : BH = AP : PM$$

$$c : d = x : y$$

$$dx = cy$$

sed quia $c = d$ (§. 74) erit

$$x = y$$

sive in cycloide abscissa ex semicirculo generatore portio aequalis est semiordinatae inter cycloidem et abscissam interiectae.

conf. REYNEAV p. 595.

PROBLEMA XLI.

CXI. Naturam quadratricis (Fig. 12. inuenire.

Resolutio. Nominetur quadrans BND $= a$, $ND = x$, $AB = r$, $MA = OR = y$,
ori-

origo quadratricis talem seriem requirit, (§.80)

$$BD:ND = AB:OR$$

$$a : x = r : y$$

$$ay = rx$$

In quadratrice factum ex quadrante in sinum quadratricis aequipollet rectangulo, quod radius, in portionem quadrantis ND , sinui quadratricis oppositam, multiplicato producitur.

SCHOLION I.

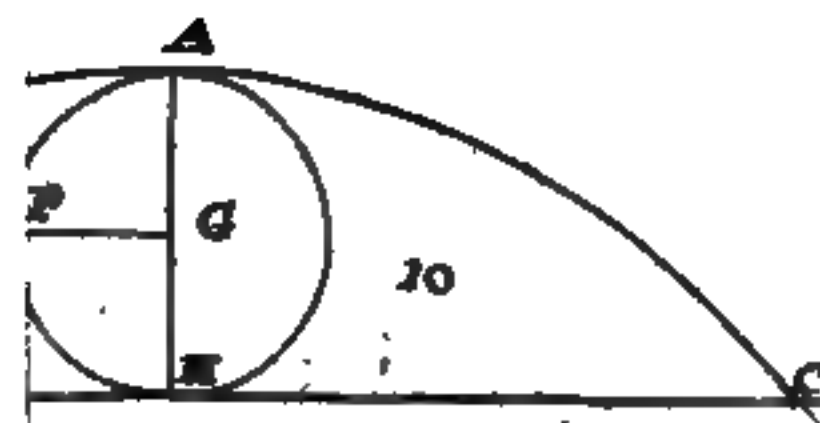
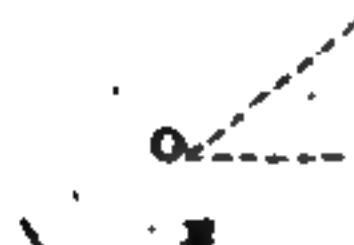
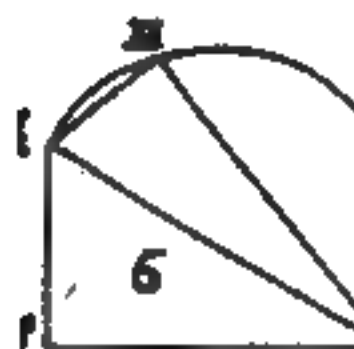
CXII. Quoniam tam pro cycloide, quam pro quadratrice, aequatio collatis tantum lineis rectis componi nequit, sed lineae curvae portiones eidem immiscantur, patet, talem aequationem difficiliter tractari, adeoque curvas eiusmodi diuersam a circulo et conicis indolem habere. LEIBNITIVS posteriores geometricas et algebraicas, priores uero transcendentes uocat. v. Act. Er. Lips. a. 1684. p. 233. conf. REYNEAU p. 593.

SCHOLION II.

CXIII. Ulterius in elementis algebrae non progrediar. Nam quae sequuntur de locis geometricis, et de constructione aequationum cubicarum et biquadraticarum, et reliqua, quia talium resolutionum explicatio longiorum, quam praesens institutum patitur, discussionem et tractationem postulat, rectius uel separatis lectionibus seruantur; uel ex scriptoribus, qui analysin plenius tradunt, petuntur.

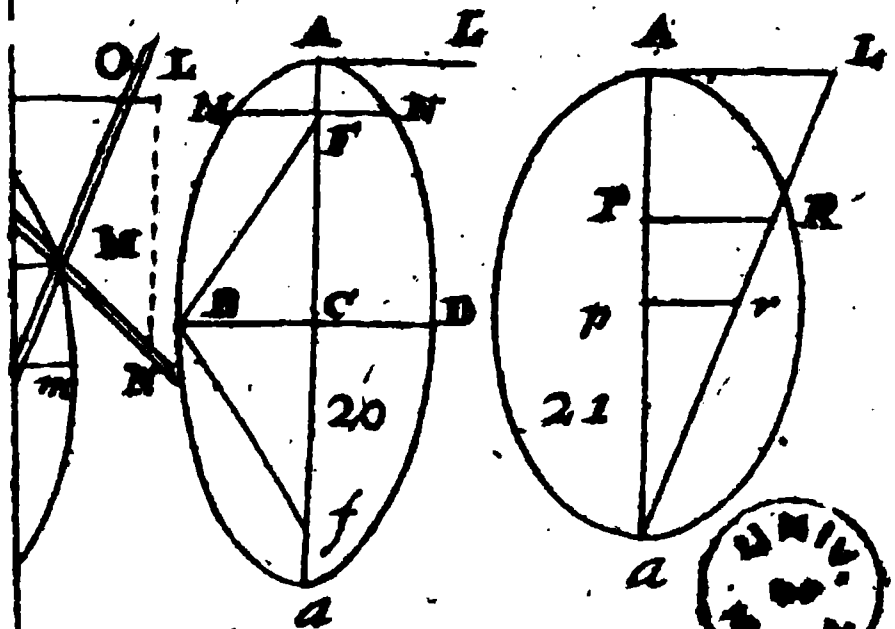
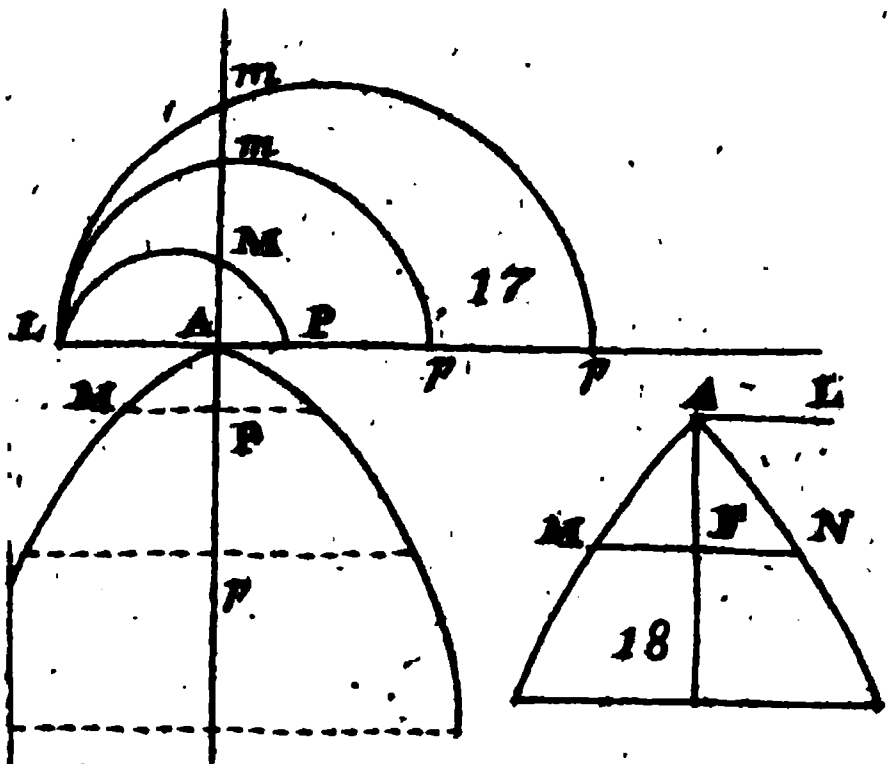
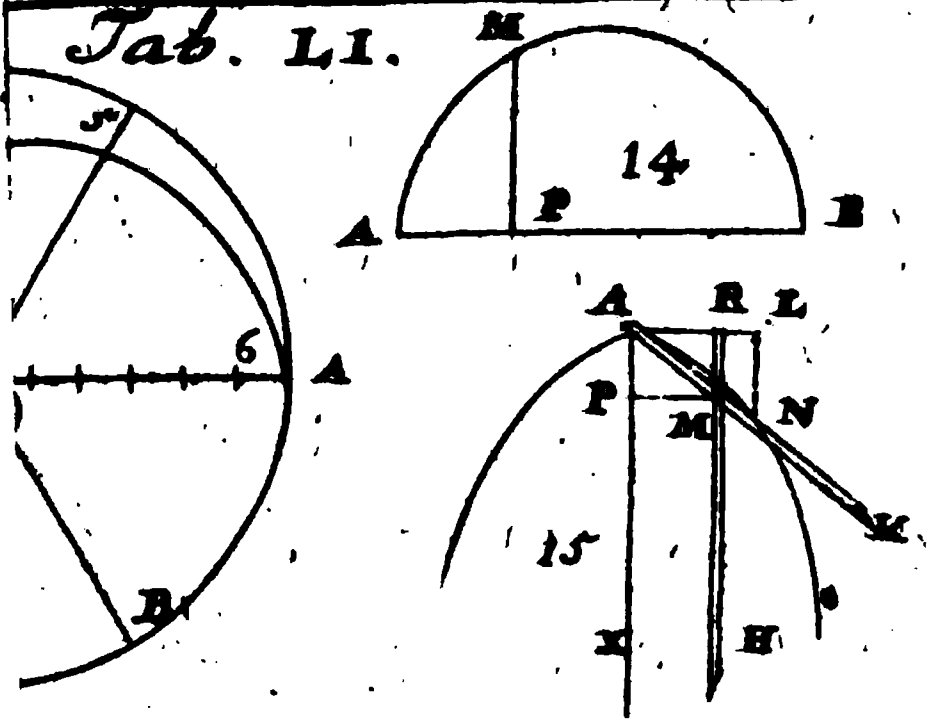
S. D. G.

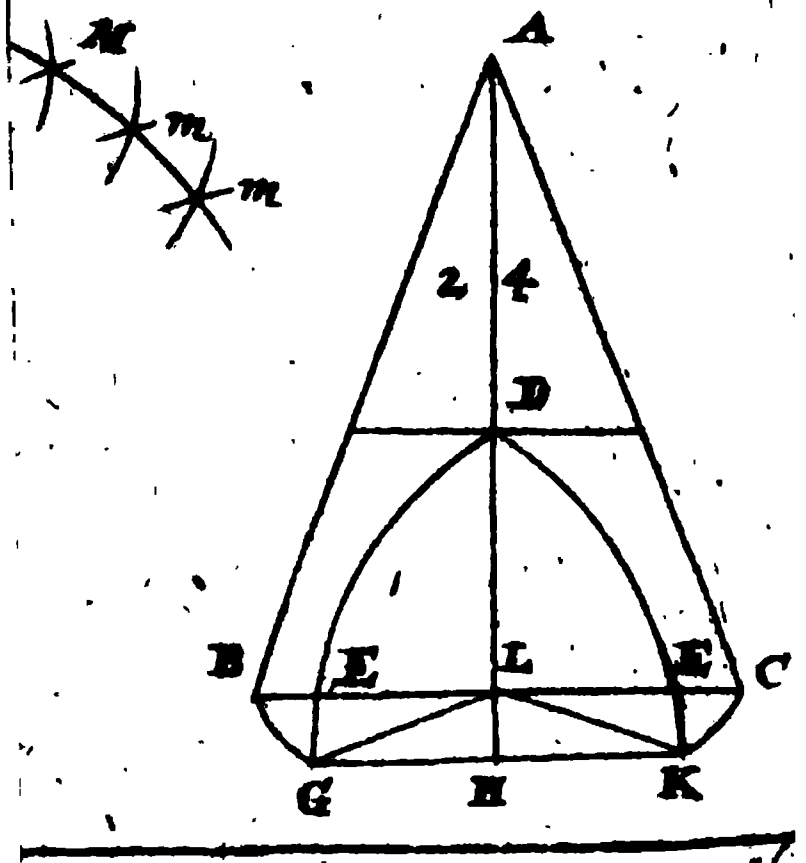
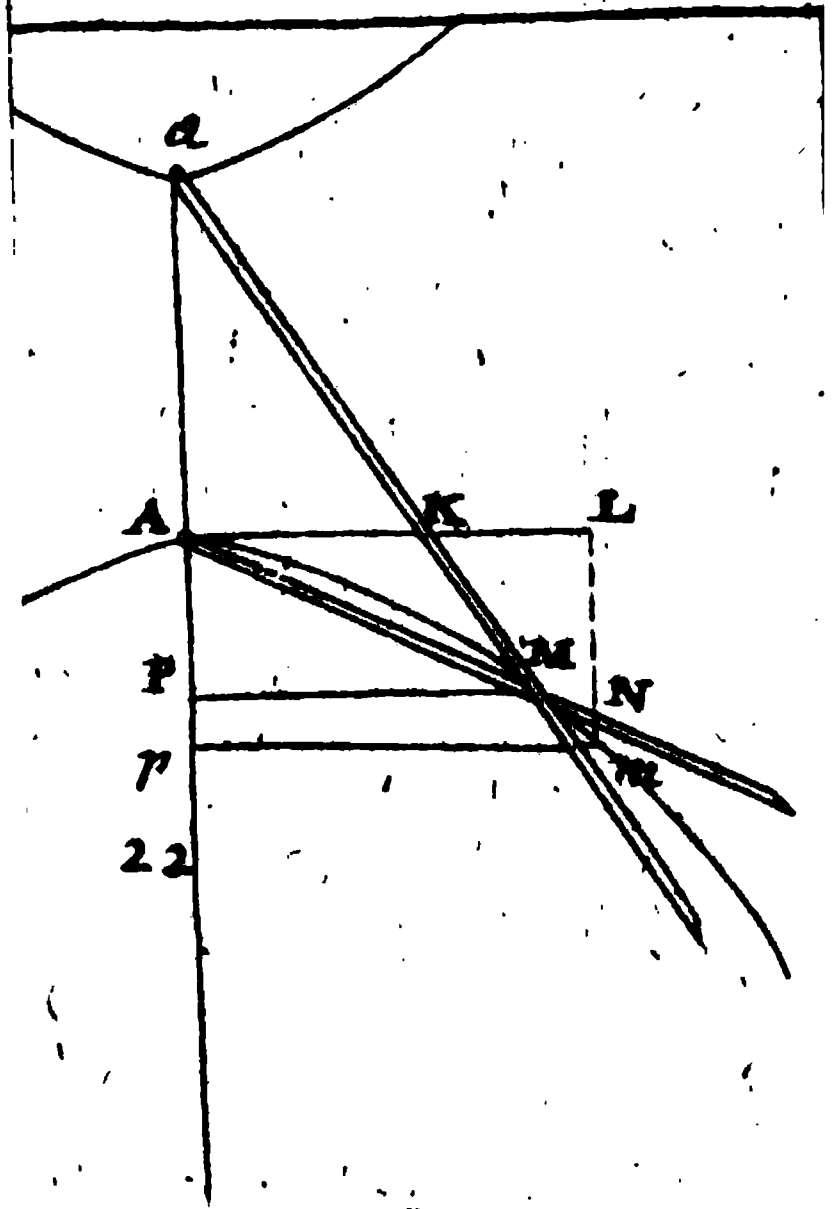
Ar. Algebra. c



DE

Tab. LI.





INDEX RERVM ET VERBORVM.

A.

- A** *Bacus pythagoricus* pag. 34
Abscissa curvae 804
Acclivitas ualli exterior et interior . 712
Acronyctus ortus et occasus 390
Acus magneticae declinatio. 346. *usus in Geometria* 162
Acutangulum triangulum 109
Additio. definitio 26. *leges* 27. *examen* 32. 33. *specierum analyticarum* 765. *irrationalium* 774
Adductus 760
Aedificiorum materiae delectus 679. *constructio et firmatio* 681. *figura* 686
Aegyptii mathematicum inuectores 5
Aeolipila 666
Aequalia 15
Aequalis motus siderum 416
Aequario algebraica 782 *eius membra.* simplex, quadratica, biquadratica, affecta 784. *reductio* 785. *constructio* geometrica 797
Aequatio motus solis 416. *inuentio* 428. *temporis* 432
Aequator 338
Aequicrura et aequilatera triangula 109
Aequilibrium 597
Aequinoctii inuentio 418
Aer. 632. *eius elater.* ibid. *grauitas* 635. *pondus* 638. *altitudo supra terram* 648
Aera. uid. *epocha* 567. *characteres* ib. *conditi orbis.* 568. *Christi* 571 *Iudaica.* *Graecof. Olympiadum.* *Urbis cond.* *Iuliana.* *Turcica etc.* 573
Aerometria. *eius historia* 631
Aestas 531
Affirmatiua quanta in analysi 765
Aggregatum 26
Ala propugnaculi 720
Algebra 763. *historia* 764
Algebraica curua
Almucantbarat *circuli* 366
Alternata ratio 58
Altitudo stellae 353. *poli* 362. *aequatoris* 363
G g g Am.

INDEX RERUM

<i>Ambulacrum ualli</i>	727	<i>Anus</i> æquinoctialis tro-	
<i>Amphiblastroidea</i> s. retina		picus 420. astronomi-	
tunica oculi	229	cus, civilis communis,	
<i>Amphiscii</i>	523	intercalaris 531. abun-	
<i>Amplitudo</i> ortus et occi-		dans romanus Roma-	
dua	366	laeus, Numanus, con-	
<i>Anaclastica</i>	275	fusionis; Iulianus 534.	
<i>Analogia</i>	51	sq. magnus lunæ soli-	
<i>Analysis</i> triangulorum		ris 538. iudaicus 562	
207. speciosa	763	græcus, ægyptiacus	
<i>Anamorphosis</i> in plano		uel Nabonassaræ s.	
261. in cono et pyra-		cynicus 564. turcicus	
midæ 263. pro uitro		565. persicus. ib.	
polyedro	296	<i>Anomalia</i> media, uera s.	
<i>Anamorphotica</i> ara	256	coæquata solis	417
<i>Andromeda</i>	335	<i>Antarcticus</i> polus	338
<i>Anemometron</i>	656	<i>Antipodes</i> s. Antichtho-	
<i>Anguis</i> sidus	335	nes	498. 523
<i>Angulus</i> rectilineus pla-		<i>Antlia</i> pro aquis eleuan-	
nus, 100. curuilineus		dis lugens 662. pre-	
ib. contactus 101. rectus		mens	667
103. obliquus, acutus.		<i>Antliae</i> pneumaticæ usus	
obtusus 104. contigui			633
anguli 107. uerticales		<i>Autoeci</i>	523
108. internus, externus,		<i>Aphelium</i>	416
alterni, ad idem latus		<i>Apis</i> sidus	336
positi 115. ad centrum		<i>Apogæum</i> 416. solis 425.	
et peripheriam 133. in		motus eiusdem 427. lu-	
semicirculo 135. inci-		nae	447
dentiaæ, reflexionis 264.		<i>Apophygis</i>	700
inclinationis, refractionis		<i>Apparens</i> locus sideris	
276. refractus 277.		359. magnitudo obiecti	
centri, polygoni, pro-			246
pugnaculi 721. defen-		<i>Approches</i> s. adductus	760
sionis maior, minor. ib.		<i>Apfidum</i> linea	416
dimensio anguli 101.		<i>Aquæductus</i>	671
105. bisectio 114. trise-		<i>Aquæ</i> pondus respectu	
ctio recti	118	argenti uini	629
<i>Annulus</i> Saturni	465	<i>Aquarius</i>	349
		<i>Aque</i>	

ET VERBORVM

<i>Aquarum eleuatio per si-</i> <i>phonem inuersum</i> 661. <i>mediante antlia sucto-</i> <i>ria</i> 662. <i>aere condensa-</i> <i>to</i> 663. <i>rarefacto</i> 665. <i>pressu emboli</i> 666. <i>pre-</i> <i>mente antlia</i> 668. <i>hau-</i> <i>stris</i> 669. <i>aequilíbrio</i> <i>aquae</i> 670	<i>Astronomia sphaerica</i> 333. <i>theorica</i> ib.
<i>Aquila</i> 335	<i>Asymptoti hyperbolae</i> <i>conchoidis</i> 807
<i>Arubes amatores mathe-</i> <i>seos</i> 6	<i>Atlantides statuac</i> 698
<i>Ara sidus</i> 335	<i>Atmosphæra lunae u-</i> <i>trum datur?</i> 442. <i>terre-</i> <i>stris altitudo</i> 394. 649. <i>pondus uniuersum</i> 648
<i>Arabici characteres nu-</i> <i>merorum</i> 20	<i>Auricula propugnaculi</i> 738. 742
<i>Araeostylon</i> 715	<i>Auriga sidus</i> 335
<i>Arcada</i> ibid.	<i>Axiomatis defin.</i> 9
<i>Architectura ciuilis</i> 676. <i>militaris</i> 718	<i>Axis mundi</i> 338. <i>cum po-</i> <i>ritrochio</i> 606. <i>curua-</i> <i>rum</i> 804
<i>Architrabs</i> 699	<i>Azimuthum</i> 366
<i>Arcus perpendicularis</i> 316. <i>uisionis, fulsionis</i> 392	
<i>Arcearum dimensio</i> 153	
<i>Argonautica nauis</i> 335	
<i>Aries</i> ib.	
<i>Arithmetica</i> 14. <i>dyadica,</i> <i>tetractryca</i> 22. <i>decimalis</i> <i>97. literalis</i> 765	
<i>Ascendenzia signa</i> 350	
<i>Ascensio recta et obliqua</i> <i>et differ. ascensionalis</i> 371	
<i>Asci</i> 522	
<i>Spectus planetarum</i> 406	
<i>Asterismus</i> 335. <i>asterisinor.</i> <i>numerus</i> 336	
<i>Astronomi</i> 103	
<i>Astrologiae indiciariae ua-</i> <i>ritas</i> 352	
	<i>Baculus cylindrimetri-</i> <i>cus</i> 202. <i>calibrarum</i> 755
	<i>Banquette</i> s. <i>scabellum</i> <i>loricae</i> 722
	<i>Barometrum. eius origo</i> <i>641. compositio</i> 642. <i>u-</i> <i>sus</i> 645
	<i>Basis trianguli</i> 109. <i>co-</i> <i>lunnae</i> 699. <i>stylobatae</i> ib.
	<i>Bastion</i> 720. s. <i>propugna-</i> <i>culum, detaché</i> 745
	<i>Batterie</i> s. <i>suggestus tor-</i> <i>mentorum</i> 761
	<i>Belgica munitio</i> 727. <i>ci-</i> <i>uitas</i> 736
	<i>Berg</i> 736

INDEX RERVM

Berne f. *Lisiere* siue *mar-*
go fossae 723
Biliones 24
Bisectio anguli 114. *lineae*
 105
Bissexus dies 537
Bissextilis annus ib.
Boates 335
Bouffole f. *pyxis magne-*
tica 103
Brecho 762

C.

C*alculus* *astronomicus*
pro loco solis 436.
literalis 763
Calendarium *Iulianum*
 552. *Gregorianum* 559.
emendatum protestan-
tium 560
Calibra f. *diameter tor-*
mentorum 752
Caloris aeris aestimatio
 651
Camerae obscurae com-
positio 290
Cancer *fidus* 335
Canis maior et minor ib.
Capitalis propugnaculi
 720
Capitulum columnae 699
Capricornus *fidus* 335
Caput et cauda draconis
 446
Cardinales plagae 343
Cardinalis puncta signa
 359

Caryatides 698
Caribaunen 754
Cassiopea 335
Castella campestris 734
Catalogus fixarum 389
Catena metatoria 97
Catetus trianguli re-
ctang. 109
Catoptrica 264
Cavaliers 723
Causticum speculum 271
Centaurus 335
Centrum circuli 98 *gravi-*
tatis et grauium 597.
 598 *hyperbolae*
Cepheus 335
Cetus ib.
Chamaeleon 336
Characteres numerorum
et eor. historia 20. *epo-*
chae, astronomici, chro-
nologici, historici 567
Charta geographica 513
uniuersalis et specialis
 ib.
Chemin couuert f. *uia* 72
cta. 72
Chorda circuli 97
Choroides 271
Chronologia 567
Circulus 97. *genesis*
radius, diameter? *per-*
ipheria ib. *huius diuisio*
 99. *peripheriae ratio*
diametrum 140. *dima-*
sio, quadratura 174. *di-*
culi concentrici 9
magni, minores 315 *uti-*
licales 340. *coluri,* 174

ET VERBORVM.

pici, 350. diurni 351. positionum 352. excursum 351. polares paralleli	ib.	Contigui anguli	107
Circulus generator Cycloidis	806	Contingentes lineae	100
Circumferentia circuli	98	Continua quantitas 2. ratio	51
Circumvallationis linea	759	Contrauallationis linea	759
Clima	524	Contre Batteries.	762
Coclea 612. infinita	613	Contre gardes	739
Archimedis	675	Contrescarpe	723
Collum propugnaculi	721	Conus rectus, obliquus	
Colonnata	714	179. truncatus 190. conor. dimensio	ib.
Colossi	698	Conuergentes lineae	100
Columna. illius partes	699.	Corinthius ordo	699
et delineatio	702	Cornea oculi tunica	229
Coluri	350	Cornutum opus	733
Comesatum phaenomena		Corona sept. et merid.	335
490. natura	492	Coronis columnae	699
Commensurabilia quanta		Coronix	ib.
17. irrationales quantitates commensurabiles	774	Coronatum opus	733
Communis mensura maxima fractionis	64	Corpus. geometrici definitio 176. specie grauius et sp. leuius 619. densitas eius 618. solidum in fluidomersum fit leuius	621
Complementi sinus	209	Corpora regularia 179. numerus. ib. dimensio 191. informis mensio	206
Composita ratio	48	Coruus	336
Conchois	806	Cosinus	209
Coniugata diameter	805	Cosmicus ortus et occasus	390
Coniunctio centralis et plastica	406	Cotangens	209
Coni sectiones	803	Crater	335
Consectaria uel corollaria	10	Crepusculum 392. duratio, causa 393. perpetuum	396
Constructio problematis geometricae et mechanicae 128. aequationum	797		

INDEX RERUM

<i>Crystallinus humor oculi</i>	230	<i>Declinatorium</i>	590
<i>Cubicus numerus</i> 76. ra- dix, ib. extractio 77. na- tura et resolutio analy- tice tradita	777	<i>Defensionis momenta</i>	76
<i>Cubus</i> 178. dimensio 183. duplicatio uel multipli- catio	198	<i>Definitio nominalis, res-</i> <i>lis</i>	1
<i>Eulminatio stellae</i>	383	<i>Deformatio imaginis</i>	26
<i>Cuneus</i> 614. eius uia	615	<i>Deliacum problema</i>	199
<i>Cuniculi</i>	756	<i>Delineatio aedium</i>	76
<i>Cyrua linea</i> 94. algebra- ica, transcendens 824. curtar. proprietates	808	<i>Delphinus</i>	35
<i>Cyclois</i> , ei. natura	806	<i>Demigorge & collum</i>	71
<i>Cyclus</i> 538. lunae 546. solis 549. indictionum 568 lunae solaris	538	<i>Demilune & semiluna</i>	72
<i>Cygnus</i>	335	<i>Demonstratio mathema-</i> <i>tica</i>	71
<i>Cymatium Doricum Les-</i> <i>bium</i>	700	<i>Denominator fractionis</i>	62
<i>Cylindrus</i> , ortus eius 178. rectus, obliquus 179. di- mensio 186. superficies	192	<i>rationis</i>	47
		<i>Densitas corporum</i>	62
		<i>Descendens signa</i>	350
		<i>Descensio recta, obliqua,</i> <i>longa, brevis</i>	371
		<i>Diagonalis</i>	143
		<i>Diameter circuli</i> 98. ellip- sis 805. secunda & con- iugata 805. transuersa hyperbolae	805
		<i>Diastylon</i>	715
		<i>Dichotomia lunae</i>	443
		<i>Dies</i> 527. solaris 375. natu- ralis, artificialis 527. no- mina planetaria 54 principia 528. quantitas longissimi	54
		<i>Differentia quantorum</i> 29. ascensionalis	37
		<i>Digitus pedis</i>	9
		<i>Dignitates algebraicae</i>	71
		<i>Dioptrae</i> 102. telescop- icae, ear. inuentor	35
		<i>Dioptrica</i>	35
		<i>Directrix conchoidis</i>	37
		<i>Discretus quantitas a. n-</i> <i>do</i>	10

D.

<i>Decagonum</i> regulare	144
<i>Decas</i>	33
<i>Decilis aspectus</i>	407
<i>Declinatio stellae borealis</i> australis 367. solis ma- xima	368

ET VERBORVM.

tio	51
<i>Distantiae</i> dimensio	126.
sq. oculi in arte perspe-	
ctiua	256. locorum ge-
ographica	519
<i>Disitio</i> matheseos 2. nu-	
merorum	63
<i>Diurni</i> circuli	351
<i>Dodecaedron</i>	180
<i>Dodecatemoria</i>	349
<i>Doli</i> dimensio	205
<i>Dorado</i>	536
<i>Draco</i>	335
<i>Draconis</i> caput et cauda	446
<i>Duptionis</i> cubi	198
<i>Dyadica</i> uel binaria arith-	
metica	22

E.

<i>Eccentricus</i> circulus et	
eccentricitas	416. c-
ius inuentio pro sole	
	425
<i>Echinus</i>	700
<i>Eclipsis</i> lunae 451. causa,	
phaenomena, typus,	
observatio 452. sq. solia	
ei. phaenomena, obser-	
uatio	457. sq.
<i>Ecliptica</i> 348. diuisio	349.
obliquitas	368
<i>Ecphora</i> membror. co-	
lumnar	700
<i>Elater</i> aeris	632
<i>Ellipsis</i> 803. natura sua de-	

scriptio	815. focus	816
<i>Elongatio</i> sideris a meri-		
diano		383
<i>Embolimaeus</i> annus		537
<i>Enneadecaeteris</i>		540
<i>Epactae</i> astronomicae, ci-		
uiles		532
<i>Epipedometria</i>		142
<i>Epistylum</i>		699
<i>Epocha</i> chronol. 567. or-		
bis cond. 568. nat. Chri-		
sti 571. olympiastica, ur-		
bis cond. Nabonassarea,		
Iuliana, Diocletiana,		
Turcica, Persica 573. sq.		
<i>Equus</i> minor		335
<i>Ergata</i>		609
<i>Eridanus</i>		335
<i>Eurythmia</i>		697
<i>Eustylon</i>		715
<i>Euthymetria</i>		93
<i>Examen</i> s. probatio addi-		
tionis et subtractionis		
33. multipl. et diuisio-		
nis		40
<i>Excursum</i> circuli		351
<i>Exponens</i> potentiae		771.
rationis		47
<i>Extensionis</i> species		93
<i>Extractionis</i> radices quadra-		
tae 74. cubicae 77. ana-		
lytica		776

F.

<i>Facies</i> propugnaculi	721
<i>Faces</i> noctu rotundae	
quare?	249

Factum,

ET VERBORVM.

<i>Heterogeni numeri</i>	25	717. munitionum	729
<i>Heteroscii</i>	523		sq.
<i>Hexaedron</i>	180	<i>Imagines et statuae pro</i>	
<i>Hexagoni regularis descri-</i>		<i>ornatu aedium</i>	698
<i>ptio</i>	145	<i>Inaequalia</i>	15
<i>Homogeni numeri</i>	25	<i>Inaequaliter motus solis</i>	
<i>Horae origo, diuisio</i>	527	<i>415. temporis solaris</i>	430
<i>Horizon 339. rationalis,</i>		<i>motus lunae inaequa-</i>	
<i>scibilis, uerus, appa-</i>		<i>litas triplex</i>	447
<i>rens, liber, impeditus,</i>		<i>Incumba</i>	714
<i>decliuis, accliuus, pla-</i>		<i>Intercolumnium</i>	715
<i>nus</i>	ib.	<i>Inuersa regula aurea</i>	80.
<i>Horizontalis linea</i>	596		82
<i>Horologium solare, aequi-</i>		<i>Iouilabium Cassini</i>	474
<i>noctiale, lunare, hori-</i>		<i>Iris oculi</i>	229
<i>zontale, uerticale, po-</i>		<i>Irrationalia quanta</i>	773.
<i>lare, orientale et occi-</i>		<i>communicantia</i>	774. re-
<i>dentale</i>	578.	<i>ductio eor.</i>	773. add.
<i>automatum oscillatorium</i>	380	<i>subtr. multipl. diuisio</i>	
<i>Huse. iugerum</i>	155		774
<i>Hydra</i>	335	<i>Irregularis figura</i>	144.
<i>Hydraulica</i>	660	<i>munitionis</i>	747.
<i>Hydrostatica</i>	616	<i>Isoceles triangulum</i>	109
<i>Hyetometrum</i>	657	<i>Iudaeorum annus</i>	562
<i>Hygrometrum</i>	653	<i>Iugerum</i>	155
<i>Hyperbola 803. natura, de-</i>		<i>Iupiter. ei. fasciae</i>	464. dia-
<i>scriptio</i>	818. sq.	<i>meter app.</i>	465. paral-
<i>Hypocrensa</i>	109	<i>laxis, distantia</i>	466. mo-
<i>Hypothesis 12. astronomica</i>		<i>tus, 469. satellites</i>	472.
	397	<i>statio, directio, retro-</i>	
		<i>gradatio</i>	476

I.

Ianuarum dispositio 689
Ichnographia arcarum
 geometrica 158. sq. per-
 spectiua 359. aedium

L.

Latitudo stellae borealis,
 australis 387. ei. in-
 uentio 388. lat. geogra-
 phica 508
 Ggg 5 *Latus*

INDEX RERVM

- Latus* rectum 804. transuersum 805
Leimnata II
Lens optica. ei. proprietates 280. sq.
Libella 671. libellatio. ib. hydrostatica, s. hygrostathmica 624
Libra eiusque uirtutes et uitia 604
Libratio lunae 448
Lignorum struis dimensio 201
Linea recta, curua 94. inclinata, conuergens, concurrens, contingens, secans, 100. lineae bisectio 105. diuisione 121. dimensio 95. linea defensionis maior et minor 721. directionis in astronomia 338. in mechanica 598. meridiana, modus eam ducendi 343. media et extrema ratione secta 800. motus medii et ueri 416
Litera characteristica calendarii christi. 547. dominicalis 548
Locus fideris uerus et apparens 359. salis in eclipctica 436
Logarithmi 87. eorum natura, usus 88. inuentor 89. constructio 90. characteristica 92. sinuum et tangentium quomodo inueniantur. 213. 214
Logistica astronomica sexagenaria 352
Longitudo uel locus astronomicus 387. inuentio eiusd. pro stellis 388 pro sole 436. locorum geographica 508
Longitudo diei et noctis 378
Lorica 723
Laterna magica uel megalographica 313
Luna. eius natura, asperitas, maculae 439. sq. diameter apparens 444. parallaxis ib. distantia a terra. ib. semidiameter uera 445. montis lunaris altitudo. ib. motus communis, proprius, longitudinis 447. anomaliae, latitudinis, librationis, ib. phases 443. eclipses 445
Lunula Hippocratis et eius quadratura 175
Lupus. Lyra fidi. 335
Lusciolorum uinum eiusque emendatio 233
Lux. propagatio radiorum 236. motus. lucis celeritas 474

M.

Maculae solares, earum inuentor, phae-
no-

ET VERBORVM.

nomina	408. fq.	in geographia	507
<i>Magnitudo</i> obiecti appa-		<i>Merkedonius</i> , mensis anni	
rens	246	Numae	536
<i>Manometron</i>	655	<i>Methodus</i> mathematica	
<i>Mars</i> , eius phases et ma-		eiusque leges 7. exhan-	
culac	464. diameter	stionis et indivisibilibum	
apparens	465. distan-		189
tia	466. magnitudo	<i>Micrometron</i>	306
motus	469. phaenome-	<i>Microscopium</i>	293. 314
na stationis, directionis,		<i>Milliare</i> Germanicum	496.
retrogradationis	476	502. Romanum, Galli-	
<i>Massa</i> corporis	618	cum, Hollandicum, Rus-	
<i>Materia</i> acquiponderan-		sicum, Persicum	496
tia	619	<i>Millio</i> , Billio etc.	23
<i>Mathesis</i> 2. origo s. obic-		<i>Minutum</i> primum, secun-	
trum. ib. pura s. abstra-		dum etc. gradus 99	
cta, mixta s. applicata		temporis	352
2. 3. partes	ib.	<i>Modulus</i> columnae	701
<i>Mechanica</i>	595	<i>Mortaria</i>	752
<i>Mediae proportionalis</i> in-		<i>Motus</i> primus et commu-	
uentio	136. mediarum	nis siderum 333. propri-	
duarum inuentio	137	us et secundus, ib. me-	
<i>Mediatio</i> coeli	383	dus aequalis, uerus, in-	
<i>Menisci</i> 281. phaenomena		aequalis	416. terrae di-
	286	urnus, annuus, inclina-	
<i>Mensis</i> synodicus, perio-		tionis	401
dicus, 449. menses ple-		<i>Multiplicatio</i> eiusque le-	
ni, cani	531	ges	33. fq.
<i>Mensula</i> geodactica	102	<i>Munimentum</i> 718 expu-	
<i>Mensura</i> 2. numerorum		gnandi modus 758. mu-	
16. geometrarum	95.	nimenta minora	735.
geographica	496	<i>Munizio</i> irregularis	747
<i>Mercurii</i> phases	463, 470.	<i>Myopes</i> 233. lentibus ca-	
diameter apparens	466.	uis iuuantur	295.
distantia	467. magnitu-		
do	468. motus		
469. statio, directio, retrogra-			
datio	477		
<i>Meridianus</i> 340. primus			

N.

<i>Nadir</i>	338
<i>Natura</i> curvae ex-	
plicata	

INDEX RERUM

plicata 808. speciatim	<i>Oculi</i> descriptio 229
circuli 809. iparabolae	<i>Oculus</i> artificialis 291
810. ellipseos 812. hyperbolae 817	<i>Oculus</i> uolutae 711
<i>Navis</i> argonautica fid. 335	<i>Opera</i> externa munitionis 751
<i>Nebulae</i> stellarum 479	<i>Oppositio</i> planetarum 406
<i>Negativa</i> quanta 765	<i>Optica</i> eiusque partes 228
<i>Nervus</i> opticus 229	<i>Opus</i> coronatum, cornutum 731. rusticum 681
<i>Nodi</i> viae lunaris borealis ascendens et descendens 446	<i>Ordinata</i> curvae lineae 804
<i>Nonagesimus</i> eclipticae 350	<i>Ordo</i> architecturae 698.
<i>Norma</i> 103	Tuscanus 703. Doricus 704. Ionicus 705. Teutonicus 706. Romanus 708. Corinthius 709. delineatio 702. discrimina 712. usus 713. dispositio 714
<i>Notiometrum</i> 654	<i>Orion</i> fidus 385
<i>Novilunium</i> 443	<i>Orthographia</i> aedium externa et interna 717. munitionis. 720
<i>Numeratio</i> 19. eius leges 24	<i>Orrus</i> et occasus poeticus 390
<i>Numerus</i> 14. characteres 19. horum aetas 20. par impar, pariter par, pariter impar, impariter impar, primus compositus perfectus 17. quadratus 73. cubicus 76 aureus 547. numeri homogenei, heterogenei 25	<i>Orrus</i> solis determinatio 378
	<i>Ouvrage à couronne, à cornes</i> 731

O.

<i>Obliquitas</i> eclipticae 348
<i>Occasus</i> stellarum poeticus 390. solis tempus inuentio. 378
<i>Octaedron</i> 180
<i>Octaeteris</i> Eudoxi 539
<i>Oculus</i> asp. 407

P.

<i>Pagani</i> muniendi forma 735. eius ichnographia 738. uirtutes et uitia 740
<i>Parabola</i> 803. eius natura 809. delineatio 811. focus 812
<i>Pa.</i>

ET VERBORVM.

<i>Parallaxis</i>	359		104
<i>Parallelismi</i> instrumen-		<i>Persæus</i>	335
tum	102	<i>Perspectiua</i> ars	254
<i>Parallelæ</i> lineæ 99. du-		<i>Pertica</i> geometrica, Saxo-	
cendæas modus, paral-		nica	96
leli circuli	ibid.	<i>Pes</i> geometrarum 95. ual-	
<i>Parallelepipedum</i>	178	li 722. pedum diuerso-	
<i>Parallelogrammum</i> 142. di-		rum rationes	96
mensio	155	<i>Phoenix</i>	336
<i>Parallelorum</i> planorum		<i>Picturæ</i> megalographi-	
perspectiua contractio	248	cæ, tōpiariæ	697
<i>Parameter</i> curuæ	804	<i>Pisces</i> sidus	335
<i>Parapet</i> L. lorica	723	<i>Place d' armes</i> Vaubanii	744
<i>Parmula</i>	731	<i>Plagæ</i> mundi cardinales	
<i>Pars</i> aliquota et aliquan-		et intermediae, et ea-	
ta	16	rum nomina	342
<i>Paschatis</i> Christiani cele-		<i>Planetae</i> minores unde	
brandi fundamenta	542	dicti 463. discrimina	
<i>Paschales</i> cycli canones		464. diametri appareu-	
544. terminus	547	tes 465. distantiae 466.	
<i>Passus</i> geometricus	496	magnitudines 468. mo-	
<i>Pauo</i> sidus	336	tus longitudinis 469.	
<i>Pedale</i> punctum	338	statio, directio, retro-	
<i>Pegasus</i>	335	gradatio	476 sq.
<i>Pendulum</i> uel perpendicu-		<i>Planetariæ</i> horæ	528
lum	381	<i>Plantæ</i> inclinati uires	611
<i>Perigæum</i> 416. periheli-		<i>Polares</i> circuli	351
um	ib.	<i>Polemoscopii</i> compositio	309
<i>Periodicus</i> mensis	449	<i>Polus</i> arcticus et antarcti-	
<i>Periodus</i> Iuliana 575. Me-		cus 388. poli altitudo uel	
tonis 540. Calippi	ib.	elevatio determinata	362
Hipparchi	ib.	<i>Polyedra</i> ultra 295. distra-	
<i>Perioeci</i>	523	ctio imaginum pro us-	
<i>Periscii</i>	522	dem	ibid.
<i>Permutationis</i> quanto-		<i>Polygona</i> regularia 144.	
tum leges	778	delinatio 146. dimen-	
<i>Perpendicularis</i> linea 103		sio	
eam ducendi modus			

INDEX RERVM

fio 156. polygonum ex-
 ternum, internum mu-
 nitionis 721
Positivum circuli 352
Positiva quanta 765
Postulata an necessaria? 9
Potentiae mechanicae 599
 algebraicae 771. surdae
 773. in hyperbola latus
 potentiae
Practica Italica 81
Presbytae 233. lentibus
 convexis iuvantur 294
Primum mobile 333
Primus motus ib.
Prisma 177. eius ortus ib.
 dimensio 186
Prismatis vitrei trigoni
 phaenomena 242. 297
Privativa quanta 765
Problema 10
Procyon sid. 335
Productum 33
Profunditas stellae 353
Progressio 51. proportio
 continua, discreta ib.
Propugnaculum 720
Prosthaphaeresis 418
Pulchritudo structurarum
 695. 69.
Palueris pyrii compositio
 751. inuentio ib.
Punctum 94
Pupilla oculi 229
Pycnostylon 715
Pyramis 178. dimensio 190
Pyrotechnici scriptores 758
Pyxis magnetica 103

Q.

Quadrans 103
Quadrati numeri
 73. radix. ib. eorum na-
 tura et analysi alge-
 braice monstrata 776
Quadratrix 807
Quadratum 143. quadrata
 plura in unum collecta
 169
Quadratura figurarum
 152. circuli 171. lunulae
 Hippocratis 175
Quadratus aspectus 407
Quaestio algebraica ad se-
 quationes revocata 782
Quantum. quantitas 1
 quantitates mutabiles et
 immutabiles 805
Quanta positiva 765 pri-
 vativa. ib. eorum addi-
 tio 765. subtractio 766.
 multiplicatio 768. divi-
 sio 769
Quintilis asp. 407
Quotus 36

R.

Radius incident et re-
 flexus 264
Radix quadrata 73. cubica
 76. motus et eius con-
 stitutio in sole 434
Raritas materiae 619
Ratio, arithmetica, geo-
 metrica, harmonica
 46. 42

ET VERBORVM.

46.47. rationis nomen		parens , distantia , ma-	
47. signum 47. simplex,		gnitudo , motus , satel-	
multiplex 48. superpar-		lites , statio , directio,	
ticularis 49. superpar-		retrogradatio 465. sq.	
tiens, composita, dupli-		<i>Scabellum</i>	723
cata, triplicata 50. alter-		<i>Scatu</i> geometrica simplex	
nata 58. rationes similes	47	et artificiosior	124
		<i>Scalarum</i> dispositio	694
<i>Ranelin</i>	731	<i>Scalenum</i> triangulum	109
<i>Rectangulum</i>	143	<i>Scapus</i> columnae	699
<i>Reductio</i> fractionum. 64.		<i>Scenographia</i>	256
aequationum	785	<i>Scholium</i>	10
<i>Reductus</i> , Redoute	735	<i>Sclerotica</i> oculi tunica	229
<i>Refractio</i> 276. leges 277.		<i>Scorpius</i>	335
fiderum 356. huius		<i>Secans</i> linea	210
quantitas pro gradibus		<i>Secundaria</i> ala.	721
altitudinis	356	<i>Sectiones</i> conicae	803
<i>Regale</i> maius, medium,		<i>Sector</i> circuli 174. eiusque	
minus	728	area	ib.
<i>Regula</i> arithmet. practicae		<i>Semiluna</i>	731
79. trium uel aurea di-		<i>Semiordinata</i>	804
recta. ib. inuersa 80. 82.		<i>Serpentarius</i>	335
composita 82. societatis	85	<i>Serpentinell</i>	754
		<i>Sextilis</i> aspectus	407
<i>Residuum</i>	29	<i>Sigilla</i>	698
<i>Retina</i>	229	<i>Signa</i> eclipticae. eorum di-	
<i>Retrenchemens</i>	763	uisio	349
<i>Rhomboides</i>	143	<i>Signifer</i> circulus	ib.
<i>Rhombus</i>	ib.	<i>Sima</i>	701
		<i>Similia</i> 15. figurae similes	119
		<i>Sinus</i> rectus 208. totus. ib.	
		complementi 209. uer-	
		sus	ib.
<i>Sagitta</i> sidus	335	<i>Sinum</i> inuentio 211. sq.	
<i>Sagittarius</i>	ib.	<i>Siphonis</i> inflexi phaen	
<i>Salis</i> copia in salinis quo-		mena 661. pro extin-	
modo inueniatur? 626		guendis incendiis com-	
<i>Sape</i>	761	positio	667
<i>Saturus</i> 465. diameter 39-			801

INDEX RERVM

<i>Sol</i> 407. eius natura, maculae, diameter appa- rens, distantia, diame- ter uera, motus, lon- gitudo 408. sq. eclipses 457. sq.	<i>Stereometria</i> 176
<i>Solidum</i> 176	<i>Strylobata</i> 699
<i>Solstitialia</i> puncta 349	<i>Subtenſa</i> 98
<i>Species</i> algebraicae 764	<i>Subtractio</i> 30
<i>Speciosa</i> analysis 763	<i>Succula</i> 609
<i>Specula</i> plana et eorum phaenomena 266. sq. caustica 270. eorum hi- storia 271. canorum phaenomena 273. con- nexorum phaenomena 274	<i>Suggestus</i> tormentorum 761
<i>Sphaera</i> . eius ortus 178. proportio ad cylin- dram et cubum 193. di- mensio 195. superficies 197. remota cur disci- formis appareat? 251. ni- treae phaenomena 283. recta, obliqua, paral- lela 364. harum phae- nomena geographica 521	<i>Summa</i> 26
<i>Spiralis</i> Archimedeae 308	<i>Superficies</i> 142
<i>Sporades</i> stellae 336	<i>Surdae</i> quantitates 773
<i>Stadium</i> Alexandrinum 496. Olympicum ib.	<i>Symmetria</i> 697
<i>Statera</i> 603	<i>Synodicus</i> mensis 449
<i>Stellae</i> cur capillitio cin- ctae? 481. planeticae et fi- xae 334. har. scintilla- tio 481. nouae. ear. hi- storia et phaenomena 487	<i>Synodi</i> Nicaenae decreta pro paschatis celebra- tione 542
	<i>Systema</i> mundi, praecipuo- rum systematum, nem- pe Ptolemaici, Tycho- nici, Copernicani, ex- plicatio 397. sq.
	<i>Systylon</i> 715
	<i>Syzygiae</i> 447

T.

<i>Tabulae</i> astronomicae praecipuae 439
<i>Tangens</i> 109. complemen- ti ib.
<i>Taurus</i> 335
<i>Tectum</i> 682
<i>Telescopium</i> . eius inuen- tio et historia, 298. Galileanum, Belgicum, astronomicum, eius in- uentor 304. terrestre, compositio 299. sq.
<i>Newtoni</i> catoptrico- dioptri-

lioptricum 310
 n. p. r. definitio 526
 mille l. forcipula 771
 minus paschalis 547
 m. p. h. y. s. i. c. e. r. o. f. u. n. d. a
 67. ambitus ab erato-
 theno inuentus 499.
 correctus 500. periphe-
 ria, diameter, superfi-
 cies et soliditas 502.
 comparatio terrae cum
 phaera coelesti 505
 replan l. ambulacrum
 alli. 723
 ractyca Weigeli arith-
 metica 22
 raedron 360
 r. d. e. l. i. 360
 rems 10. pythagora
 r. i. c. o. m. m. u. n. i. t. a. t. e.
 r. o. m. e. t. r. i. c. a. 121. 327
 r. i. s. d. o. l. i. s. p. e. r. o. c. c. e. n-
 t. i. c. a. 416
 r. i. c. a. 333
 r. i. m. e. t. r. u. m. 165. 327
 onstructio 651
 menta bellica et con-
 discrimen 724
 us columbae 309
 l. m. 16
 can. 36
 beatio 399
 n. c. h. e. s. 360
 n. s. p. r. i. t. a. t. o. r. i. u. m. 107
 n. s. c. e. n. d. e. n. s. c. u. r. u. a. 324
 p. e. r. i. u. m. 144. eius di-
 ensio 157. eius 164
 uerses 744
 u. g. u. l. u. m. p. l. a. n. u. m. 109.

rectangulum, actian-
 gulum, obliquangu-
 lum, acutilaterum, iso-
 lectes, scalenum, ibid.
 triangula aequalia 111.
 sq. circulo inscribere
 triangulum 114. similia
 triangula 121. triang.
 fundamentale 120. tri-
 angularis areae dimen-
 sio 126. in celo 337.
 sphaerica 316
 Trigonometria plana 207.
 sphaerica 315
 Trigonus planus 207
 Trisectio anguli recti 118
 Trochilus 750
 Trochlea 609
 Trochilus 1130. 1130
 Tropici circuli tenent et
 el capricorni 350
 Truncus stylobate 699
 Tubus opticus, telesto-
 pium 1130. 1130
 722. 1130
 41

V.

Vallum 722. ei. pes, am-
 bulacrum, altitudo,
 acutulus ext. int. inferi-
 us 723
 V. b. u. s. m. o. n. i. n. d. i. f. o. r. m. a. 741
 Vectis primi generis he-
 terodromus, secundi ge-
 neris homodromus
 600. sq.
 Venus eius natura 463.
 H h h dia

SELECTAE TABULAE MATHEMATICAE. LOGARITHMI NUMERORUM VULGARIIUM.

O	100	200	300
0.0000000	2.0043214	2.3031961	2.4785665
0.3010300	2.0086002	2.3053514	2.4800069
0.4771212	2.0128372	2.3074960	2.4814426
0.6020600	2.0170333	2.3096302	2.4828736
0.6989700	2.0211893	2.3117539	2.4842998
0.7781512	2.0253059	2.3138672	2.4857214
0.8450980	2.0293838	2.3159703	2.4871384
0.9030900	2.0334238	2.3180633	2.4885507
0.9542425	2.0374265	2.3201463	2.4899585
1.0000000	2.0413927	2.3222193	2.4913617
1.0413927	2.0453230	2.3242824	2.4927604
1.0791812	2.0492180	2.3263359	2.4941546
1.1139433	2.0530784	2.3283796	2.4955443
1.1461280	2.0569048	2.3304138	2.4969296
1.1760913	2.0606978	2.3324385	2.4983105
1.2041200	2.0644580	2.3344537	2.4996871
1.2304489	2.0681859	2.3364597	2.5010593
1.2552725	2.0718820	2.3384565	2.5024271
1.2787336	2.0755470	2.3404441	2.5037907
1.3010300	2.0791812	2.3424227	2.5051500
1.3222193	2.0827854	2.3443923	2.5065050
1.3424227	2.0863598	2.3463530	2.5078559
1.3617278	2.0899051	2.3483049	2.5092025
1.3802112	2.0934217	2.3502480	2.5105450
1.3979400	2.0969100	2.3521825	2.5118834
1.4149733	2.1003705	2.3541084	2.5132176
1.4313638	2.1038037	2.3560259	2.5145477
1.4471580	2.1072100	2.3579348	2.5158738
1.4623980	2.1105897	2.3598355	2.5171959
1.4771212	2.1139433	2.3617278	2.5185139
1.4913617	2.1172713	2.3636120	2.5198280
1.5051500	2.1205739	2.3654880	2.5211381

	0	100	200	300
33	I. 5185139	2. 1238516	2. 3673559	2. 5224442
34	I. 5314789	2. 1271048	2. 3692159	2. 5237465
35	I. 5440680	2. 1303338	2. 3710679	2. 5250448
36	I. 5563025	2. 1335389	2. 3729120	2. 5263393
37	I. 5682017	2. 1367206	2. 3747483	2. 5276299
38	I. 5797836	2. 1398791	2. 3765770	2. 5289167
39	I. 5910646	2. 1430148	2. 3783979	2. 5301997
40	I. 6020600	2. 1461280	2. 3802112	2. 5314789
41	I. 6127839	2. 1492191	2. 3820170	2. 5327544
42	I. 6232493	2. 1522883	2. 3838154	2. 5340261
43	I. 6334685	2. 1553360	2. 3856063	2. 5352941
44	I. 6434527	2. 1583625	2. 3873898	2. 5365584
45	I. 6532125	2. 1613680	2. 3891661	2. 5378191
46	I. 6627578	2. 1643528	2. 3909351	2. 5390761
47	I. 6720979	2. 1673173	2. 3926969	2. 5403295
48	I. 6812412	2. 1702617	2. 3944517	2. 5415792
49	I. 6901961	2. 1731863	2. 3961993	2. 5428254
50	I. 6989700	2. 1760912	2. 3979400	2. 5440680
51	I. 7075702	2. 1789769	2. 3996737	2. 5453072
52	I. 7160033	2. 1818436	2. 4014005	2. 5465427
53	I. 7242759	2. 1846914	2. 4031205	2. 5477747
54	I. 7323938	2. 1875207	2. 4048337	2. 5490033
55	I. 7403627	2. 1903317	2. 4065402	2. 5502283
56	I. 7481880	2. 1931246	2. 4082400	2. 5514500
57	I. 7558748	2. 1958996	2. 4099331	2. 5526682
58	I. 7634280	2. 1986571	2. 4116197	2. 5538830
59	I. 7708520	2. 2013971	2. 4132998	2. 5550944
60	I. 7781512	2. 2041200	2. 4149738	2. 5563025
61	I. 7853292	2. 2068259	2. 4166405	2. 5575072
62	I. 7923917	2. 2095150	2. 4183013	2. 5587086
63	I. 7993405	2. 2121876	2. 4199557	2. 5599066
64	I. 8061800	2. 2148438	2. 4216039	2. 5611014
65	I. 8129133	2. 2174839	2. 4232459	2. 5622929
66	I. 8195439	2. 2201081	2. 4248816	2. 5634811

0	100	200	300
1. 8260748	2. 2227165	3. 4265113	2. 5646661
1. 8325089	2. 2253093	2. 4281348	2. 5658478
1. 8388491	2. 2278867	2. 4297523	2. 5670264
1. 8450980	2. 2304489	2. 4313638	2. 5682017
1. 8512583	2. 2329961	2. 4329693	2. 5693739
1. 8573325	2. 2355884	2. 4345689	2. 5705429
1. 8633229	2. 2380461	2. 4361626	2. 5717088
1. 8692317	2. 2405492	2. 4377506	2. 5728716
1. 8750613	2. 2430380	2. 4393327	2. 5740313
1. 8808136	2. 2455127	2. 4409091	2. 5751878
1. 8864907	2. 2479738	2. 4424798	2. 5763413
1. 8920946	2. 2504200	2. 4440448	2. 5774918
1. 8976271	2. 2528530	2. 4456042	2. 5786392
1. 9030900	2. 2552725	2. 4471580	2. 5797836
1. 9084850	2. 2576786	2. 4487063	2. 5809250
1. 9138138	2. 2600714	2. 4502491	2. 5820634
1. 9190781	2. 2624511	2. 4517864	2. 5831988
1. 9242793	2. 2648178	2. 4533183	2. 5843312
1. 9294189	2. 2671717	2. 4548449	2. 5854607
1. 9344984	2. 2695129	2. 4563660	2. 5865873
1. 9395192	2. 2718416	2. 4578819	2. 5877110
1. 9444827	2. 2741578	2. 4593925	2. 5888317
1. 9493900	2. 2764618	2. 4608978	2. 5899496
1. 9542425	2. 2787536	2. 4623980	2. 5910646
1. 9590414	2. 2810334	2. 4638930	2. 5921768
1. 9637878	2. 2833012	2. 4653828	2. 5932861
1. 9684829	2. 2855573	2. 4668676	2. 5943925
1. 9731278	2. 2878017	2. 4683473	2. 5954962
1. 9777236	2. 2900346	2. 4698220	2. 5965971
1. 9822712	2. 2922561	2. 4712917	2. 5976952
1. 9867717	2. 2944662	2. 4727564	2. 5987905
1. 9912261	2. 2966652	2. 4742163	2. 5998831
1. 9956352	2. 2988531	2. 4756712	2. 6009729
2. 0000000	2. 3010300	2. 4771212	2. 6020600

	400	500	600	700
0	2.6020600	2.6989700	2.7781512	2.8450980
1	2.6031444	2.6998377	2.7788745	2.8457180
2	2.6042260	2.7007037	2.7795965	2.8463371
3	2.6053050	2.7015680	2.7803173	2.8469553
4	2.6063814	2.7024305	2.7810369	2.8475727
5	2.6074550	2.7032914	2.7817554	2.8481891
6	2.6085260	2.7041505	2.7824726	2.8488047
7	2.6095944	2.7050080	2.7831887	2.8494194
8	2.6106602	2.7058637	2.7839036	2.8500333
9	2.6117233	2.7067178	2.7846173	2.8506462
10	2.6127839	2.7075702	2.7853298	2.8512583
11	2.6138418	2.7084209	2.7860412	2.8518696
12	2.6148972	2.7092700	2.7866514	2.8524800
13	2.6159500	2.7101174	2.7874605	2.8530895
14	2.6170003	2.7109631	2.7881684	2.8536982
14	2.6180481	2.7118072	2.7888751	2.8543060
16	2.6190933	2.7126497	2.7895807	2.8549130
17	2.6201360	2.7134905	2.7902852	2.8555191
18	2.6211763	2.7143298	2.7909885	2.8561244
19	2.6222140	2.7151674	2.7916906	2.8567289
20	2.6232493	2.7160033	2.7923917	2.8573325
21	2.6242821	2.7168377	2.7930916	2.8579353
22	2.6253124	2.7176705	2.7937904	2.8585372
23	2.6263404	2.7185017	2.7944880	2.8591383
24	2.6273659	2.7193313	2.7951846	2.8597386
25	2.6283889	2.7201593	2.7958800	2.8603380
26	2.6294096	2.7209857	2.7965744	2.8609366
27	2.6304279	2.7218106	2.7972675	2.8615344
28	2.6314438	2.7226339	2.7979596	2.8621314
29	2.6324573	2.7234557	2.7986506	2.8627275
30	2.6334685	2.7242759	2.7993405	2.8633229
31	2.6344773	2.7250945	2.8000294	2.8639174
32	2.6354837	2.7259116	2.8007171	2.8645111
33	2.6364879	2.7267272	2.8014037	2.8651040

400	500	600	700
2.6374897	2.7275413	2.8020893	2.8656961
2.6384893	2.7283538	2.8027737	2.8662873
2.6394865	2.7291648	2.8034571	2.8668778
2.6404814	2.7299743	2.8041394	2.8674675
2.6414741	2.7307823	2.8048207	2.8680564
2.6424645	2.7315888	2.8055009	2.8686444
2.6434527	2.7323938	2.8061800	2.8692317
2.6444386	2.7331973	2.8068580	2.8698182
2.6454223	2.7339993	2.8075350	2.8704039
2.6464037	2.7347998	2.8082110	2.8709888
2.6473830	2.7355989	2.8088859	2.8715729
2.6483600	2.7363965	2.8095597	2.8721563
2.6493349	2.7371926	2.8102325	2.8727388
2.6503075	2.7379873	2.8109043	2.8733206
2.6512780	2.7387806	2.8115750	2.8739016
2.6522463	2.7395723	2.8122447	2.8744818
2.6532125	2.7403627	2.8129134	2.8750613
2.6541765	2.7411516	2.8135810	2.8756399
2.6551384	2.7419391	2.8142476	2.8762178
2.6560982	2.7427251	2.8149132	2.8767950
2.6570558	2.7435098	2.8155777	2.8773713
2.6580114	2.7442930	2.8162413	2.8779469
2.6589648	2.7450748	2.8169038	2.8785218
2.6599162	2.7458552	2.8175654	2.8790959
2.6608655	2.7466342	2.8182259	2.8796692
2.6618127	2.7474118	2.8188854	2.8802418
2.6627578	2.7481880	2.8195439	2.8808136
2.6637009	2.7489629	2.8202015	2.8813847
2.6646420	2.7497363	2.8208580	2.8819550
2.6655810	2.7505084	2.8215135	2.8825245
2.6665180	2.7512791	2.8221681	2.8830934
2.6674529	2.7520484	2.8228216	2.8836614
2.6683859	2.7528164	2.8234742	2.8842288
2.6693169	2.7535831	2.8241258	2.8847954

	400	500	600	700
67	2. 6693169	2. 7535831	2. 8241258	2. 8847954
68	2. 6702458	2. 7543483	2. 8247765	2. 8853612
69	2. 6711728	2. 7551123	2. 8254261	2. 8859263
70	2. 6720979	2. 7558748	2. 8260748	2. 8864907
71	2. 6730209	2. 7566361	2. 8267225	2. 8870544
72	2. 6739420	2. 7573960	2. 8273693	2. 8876173
73	2. 6748611	2. 7581546	2. 8280151	2. 8881795
74	2. 6757783	2. 7589119	2. 8286599	2. 8887410
75	2. 6766936	2. 7596678	2. 8293038	2. 8893017
76	2. 6776069	2. 7604225	2. 8299467	2. 8898617
77	2. 6785184	2. 7611758	2. 8305887	2. 8904210
78	2. 6794279	2. 7619278	2. 8312297	2. 8909796
79	2. 6803355	2. 7626786	2. 8318698	2. 8915375
80	2. 6812412	2. 7634280	2. 8325089	2. 8920946
81	2. 6821451	2. 7641761	2. 8331471	2. 8926510
82	2. 6830470	2. 7649230	2. 8337844	2. 8932067
83	2. 6839471	2. 7656685	2. 8344207	2. 8937618
84	2. 6848454	2. 7664128	2. 8350561	2. 8943161
85	2. 6857417	2. 7671559	2. 8356906	2. 8948696
86	2. 6866363	2. 7678976	2. 8363241	2. 8954225
87	2. 6875290	2. 7686381	2. 8369567	2. 8959747
88	2. 6884198	2. 7693773	2. 8375884	2. 8965262
89	2. 6893089	2. 7701153	2. 8382192	2. 8970770
90	2. 6901961	2. 7708520	2. 8388491	2. 8976271
91	2. 6910815	2. 7715875	2. 8394780	2. 8981765
92	2. 6919651	2. 7723217	2. 8401061	2. 8987252
93	2. 6928469	2. 7730547	2. 8407332	2. 8992732
94	2. 6937269	2. 7737864	2. 8413595	2. 8998205
95	2. 6946052	2. 7745170	2. 8419848	2. 9003671
96	2. 6954817	2. 7752463	2. 8426092	2. 9009131
97	2. 6963564	2. 7759743	2. 8432328	2. 9014583
98	2. 6972293	2. 7767012	2. 8438554	2. 9020029
99	2. 6981005	2. 7774268	2. 8444772	2. 9025468
100	2. 6989700	2. 7781512	2. 8450980	2. 9030900

800	900	1000	1100
2.9030900	2.9542425	3.0000000	3.0413927
2.9036325	2.9547248	3.0003431	3.0417873
2.9041744	2.9552065	3.0008677	3.0421816
2.9047155	2.9556877	3.0013009	3.0425755
2.9052560	2.9561684	3.0017337	3.0429691
2.9057959	2.9566486	3.0021661	3.0433623
2.9063350	2.9571282	3.0025980	3.0437551
2.9068735	2.9576073	3.0030295	3.0441476
2.9074114	2.9580858	3.0034605	3.0445398
2.9079485	2.9585639	3.0038912	3.0449315
2.9084850	2.9590414	3.0043214	3.0453230
2.9090208	2.9595184	3.0047511	3.0457140
2.9095560	2.9599948	3.0051805	3.0461048
2.9100905	2.9604708	3.0056094	3.0464952
2.9106244	2.9609462	3.0060379	3.0468852
2.9111576	2.9614211	3.0064660	3.0472749
2.9116901	2.9618955	3.0068937	3.0476642
2.9122220	2.9623693	3.0073209	3.0480532
2.9127533	2.9628427	3.0077478	3.0484418
2.9132839	2.9633155	3.0081742	3.0488301
2.9138138	2.9637878	3.0086002	3.0492180
2.9143431	2.9642596	3.0090257	3.0496056
2.9148718	2.9647309	3.0094509	3.0499928
2.9153998	2.9652017	3.0098756	3.0503797
2.9159272	2.9656720	3.0102999	3.0507663
2.9164539	2.9661417	3.0107239	3.0511525
2.9169800	2.9666110	3.0111474	3.0515384
2.9175055	2.9670797	3.0115704	3.0519239
2.9180308	2.9675480	3.0119931	3.0523091
2.9185545	2.9680157	3.0124154	3.0526939
2.9190781	2.9684829	3.0128372	3.0530784
2.9196010	2.9689497	3.0132587	3.0534626
2.9201233	2.9694159	3.0136797	3.0538464
2.9206450	2.9698816	3.0141003	3.0542299

	800	900	1000	1100
34	2.9211660	2.9703469	3.0145205	3.0546130
35	2.9216865	2.9708116	3.0149403	3.0549958
36	2.9222063	2.9712758	3.0153597	3.0553783
37	2.9227254	2.9717396	3.0157787	3.0557604
38	2.9232440	2.9722028	3.0161973	3.0561423
39	2.9237620	2.9726656	3.0166155	3.0565237
40	2.9242793	2.9731278	3.0170333	3.0569048
41	2.9247960	2.9735896	3.0174507	3.0572856
42	2.9253121	2.9740509	3.0178677	3.0576661
43	2.9258276	2.9745117	3.0182843	3.0580462
44	2.9263424	2.9749720	3.0187005	3.0584260
45	2.9268567	2.9754318	3.0191169	3.0588055
46	2.9273704	2.9758911	3.0195317	3.0591846
47	2.9278834	2.9763500	3.0199467	3.0595634
48	2.9283958	2.9768083	3.0203613	3.0599419
49	2.9289077	2.9772662	3.0207755	3.0603200
50	2.9294189	2.9777236	3.0211893	3.0606978
51	2.9299296	2.9781805	3.0216027	3.0610753
52	2.9304396	2.9786369	3.0220157	3.0614525
53	2.9309490	2.9790929	3.0224284	3.0618293
54	2.9314579	2.9795484	3.0228406	3.0622058
55	2.9319661	2.9800034	3.0232524	3.0625820
56	2.9324738	2.9804579	3.0236639	3.0629578
57	2.9329808	2.9809119	3.0240750	3.0633334
58	2.9334873	2.9813655	3.0244857	3.0637085
59	2.9339932	2.9818186	3.0248960	3.0640834
60	2.9344984	2.9822712	3.0253059	3.0644580
61	2.9350031	2.9827234	3.0257154	3.0648322
62	2.9355073	2.9831751	3.0261245	3.0652061
63	2.9360108	2.9836263	3.0265333	3.0655797
64	2.9365137	2.9840770	3.0269416	3.0659530
65	2.9370161	2.9845273	3.0273496	3.0663259
66	2.9375179	2.9849771	3.0277572	3.0666985
67	2.9380191	2.9854265	3.0281644	3.0670708

	800	900	1000	1100
7	2.9380191	2.9854265	3.0281644	3.0670708
8	2.9385197	2.9858753	3.0285712	3.0674428
9	2.9390198	2.9863238	3.0289777	3.0678145
0	2.9395192	2.9867717	3.0293838	3.0681859
1	2.9400181	2.9872192	3.0297895	3.0685569
2	2.9405165	2.9876663	3.0301948	3.0689276
3	2.9410142	2.9881128	3.0305997	3.0692980
4	2.9415114	2.9885589	3.0310043	3.0696681
5	2.9420080	2.9890046	3.0314085	3.0700379
6	2.9425041	2.9894498	3.0318123	3.0704073
7	2.9429996	2.9898946	3.0322157	3.0707765
8	2.9434945	2.9903388	3.0326188	3.0711453
9	2.9439889	2.9907827	3.0330214	3.0715138
0	2.9444827	2.9912261	3.0334237	3.0718820
1	2.9449759	2.9916690	3.0338257	3.0722499
2	2.9454686	2.9921115	3.0342273	3.0726175
3	2.9459607	2.9925535	3.0346284	3.0729847
4	2.9464523	2.9929951	3.0350293	3.0733517
5	2.9469433	2.9934362	3.0354297	3.0737183
6	2.9474337	2.9938769	3.0358298	3.0740847
7	2.9479236	2.9943171	3.0362295	3.0744507
8	2.9484130	2.9947569	3.0366289	3.0748164
9	2.9489018	2.9951963	3.0370279	3.0751818
0	2.9493900	2.9956352	3.0374265	3.0755470
1	2.9498777	2.9960736	3.0378247	3.0759118
2	2.9503648	2.9965117	3.0382226	3.0762762
3	2.9508514	2.9969492	3.0386201	3.0766404
4	2.9513375	2.9973864	3.0390173	3.0770043
5	2.9518230	2.9978231	3.0394141	3.0773679
6	2.9523080	2.9982593	3.0398105	3.0777312
7	2.9527924	2.9986951	3.0402066	3.0780941
8	2.9532763	2.9991305	3.0406023	3.0784568
9	2.9537597	2.9995655	3.0409977	3.0788192
0	2.9542425	2.0000000	3.0413927	3.0791812

TABVLAE SINVM ET TANGENTIVM

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	0	0	0	0	0
	10	290.89	290.89	7.4637255	7.4637273
	20	581.77	581.78	7.7647537	7.7647610
	30	872.65	872.69	7.9408419	7.9408584
	40	1163.53	1163.61	8.0657763	8.0658057
	50	1454.39	1454.54	8.1626808	8.1627267
1	0	1745.24	1745.51	8.2418553	8.2419245
	10	2036.08	2036.50	8.3087941	8.3088842
	20	2326.90	2327.53	8.3667769	8.3668945
	30	2617.69	2618.59	8.4179190	8.4180679
	40	2908.47	2909.70	8.4636649	8.4638486
	50	3199.22	3200.86	8.5050447	8.5052671
2	0	3489.95	3492.08	8.5428192	8.5430838
	10	3780.65	3783.35	8.5775660	8.5778766
	20	4071.31	4074.69	8.6097341	8.6100943
	30	4361.94	4366.09	8.6396796	8.6400931
	40	4652.53	4657.57	8.6676893	8.6681598
	50	4943.08	4949.13	8.6939980	8.6945292
3	0	5233.60	5240.78	8.7188002	8.7193958
	10	5524.06	5532.51	8.7422586	8.7429222
	20	5814.48	5824.34	8.7645111	8.7652465
	30	6104.85	6116.26	8.7856753	8.7864865
	40	6395.17	6408.29	8.8058523	8.8067422
	50	6685.44	6700.43	8.8251299	8.8261026
4	0	6975.65	6992.68	8.8435845	8.8446431
	10	7265.80	7285.05	8.8612833	8.8624321
	20	7555.89	7577.55	8.8782854	8.8795281
	30	7845.91	7870.17	8.8946433	8.8959841
	40	8135.87	8162.93	8.9104039	8.9118441
	50	8425.76	8455.83	8.9256089	8.9271561

ET LOGARITHMOR. EORVND.

M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
60	10000000	Infin.	10.0000000	Infin.
50	99999.58	3437737 100	9.9999982	12.5362727
40	99998.30	1718854000	9.9999927	12.2352390
30	99996.19	1145886500	9.9999835	12.0591416
20	99993.23	859397910	9.9999706	11.9341943
10	99989.42	687500870	9.9999541	11.8372733
0	99984.77	572899620	9.9999338	11.7580785
50	99979.27	4910388.06	9.9999100	11.6911158
40	99972.92	4296407.73	9.9998824	11.6331055
30	99965.73	3818845.93	9.9998512	11.5819321
20	99957.69	3436777.09	9.9998162	11.5361514
10	99948.81	3124157.67	9.9997776	11.4947329
0	99939.08	2863625.33	9.9997354	11.4569162
50	99928.51	2643159.96	9.9996894	11.4221234
40	99917.09	2454175.78	9.9996398	11.3899057
30	99904.82	2290376.55	9.9995865	11.3599059
20	99891.71	2147040.10	9.9995297	11.3318402
10	99877.75	2020555.35	9.9994688	11.3054788
0	99862.95	1908113.67	9.9994044	11.2806042
50	99847.31	1807497.74	9.9993364	11.2570778
40	99830.81	1716933.69	9.9992646	11.2347535
30	99813.48	1634985.55	9.9991892	11.2135139
20	99795.29	1560478.41	9.9991101	11.1932578
10	99776.27	1492441.70	9.9990273	11.1738974
0	99756.40	1430066.63	9.9989408	11.1553563
50	99735.69	1372673.79	9.9988506	11.1375673
40	99714.13	1319688.30	9.9987567	11.1204714
30	99691.73	1270620.47	9.9986591	11.1040158
20	99668.49	1225050.55	9.9985579	11.0881540
10	99644.40	1182616.67	9.9984529	11.0728440

1.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	8715.57	8748.87	8.9402960	8.9419518
0	9005.32	9042.06	8.9544991	8.9562672
0	9294.99	9335.40	8.9682487	8.9701330
0	9584.58	9628.90	8.9815729	8.9835769
0	9874.08	9922.57	8.9944968	8.9966243
0	10163.51	10216.41	9.0070436	9.0092984
0	10452.85	10510.42	9.0192346	9.0218202
0	10742.10	10804.62	9.0310890	9.0336093
0	11031.26	11098.99	9.0426249	9.0452836
0	11320.32	11393.56	9.0538588	9.0566595
0	11609.29	11688.31	9.0648057	9.0677522
0	11898.16	11983.28	9.0754799	9.0785760
0	12186.93	12278.46	9.0858945	9.0891438
0	12475.60	12573.84	9.0960615	9.0994678
0	12764.16	12869.43	9.1059924	9.1095594
0	13052.62	13165.25	9.1156977	9.1194291
0	13340.96	13461.29	9.1251872	9.1290868
0	13629.19	13757.57	9.1344702	9.1385417
0	13917.31	14054.08	9.1435553	9.1478025
0	14205.31	14350.84	9.1524507	9.1568773
0	14493.19	14647.84	9.1611639	9.1657737
0	14780.94	14945.10	9.1697021	9.1744988
0	15068.57	15242.61	9.1780721	9.1830595
0	15356.07	15540.40	9.1862802	9.1914621
0	15643.45	15838.44	9.1943324	9.1997125
0	15930.69	16136.77	9.2022345	9.2078165
0	16217.79	16435.37	9.2099917	9.2157791
0	16504.76	16734.26	9.2176092	9.2236065
0	16791.59	17033.44	9.2250918	9.2313024
0	17078.28	17332.92	9.2324440	9.2388711

M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	99619.47	1143005.23	9.9983442	11.0580482
50	99593.59	1105943.10	9.9982318	11.0437328
40	99567.08	1071191.26	9.9981158	11.0298670
30	99539.62	1038539.71	9.9979960	11.0164231
20	99511.32	1007803.11	9.9978725	11.0033757
10	99482.17	978817.32	9.9977453	10.9907016
0	99452.18	951436.45	9.9976143	10.9783798
50	99421.36	925530.35	9.9974797	10.9663907
40	99389.69	900982.61	9.9973414	10.9547164
30	99357.18	877688.74	9.9971993	10.9433405
20	99323.83	855554.68	9.9970535	10.9322478
10	99289.64	834495.57	9.9969040	10.9214240
0	99254.62	814434.64	9.9967507	10.9108562
2 50	99218.74	795302.24	9.9965937	10.9005322
40	99182.03	777035.06	9.9964330	10.8904406
30	99144.49	759575.41	9.9962686	10.8805709
20	99106.09	742870.64	9.9961004	10.8709132
10	99066.87	726872.55	9.9959284	10.8614583
0	99026.80	711536.97	9.9957528	10.8521975
11 50	98985.90	696823.35	9.9955734	10.8431227
40	98944.16	682694.37	9.9953902	10.8342263
30	98901.58	669115.62	9.9952033	10.8255012
20	98858.17	656055.38	9.9950126	10.8169405
10	98813.92	643484.28	9.9948181	10.8085379
0	98768.83	631375.15	9.9946199	10.8002875
80 50	98722.91	619792.79	9.9944180	10.7921835
40	98676.15	608443.81	9.9942122	10.7842205
30	98628.56	597576.44	9.9940027	10.7763935
20	98580.13	587080.42	9.9937894	10.7686976
10	98530.87	576936.88	9.9935723	10.7611283

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
10	0	17364.82	17632.70	9.2396702	9.2463188
	10	17651.21	17932.78	9.2467746	9.2536477
	20	17937.46	18233.18	9.2537609	9.2608623
	30	18223.55	18533.90	9.2606330	9.2679669
	40	18509.49	18834.95	9.2673945	9.2749644
	50	18795.27	19136.32	9.2740487	9.2818585
11	0	19080.90	19438.03	9.2805988	9.2886523
	10	19366.36	19740.06	9.2870480	9.2953489
	20	19651.66	20042.48	9.2933993	9.3019514
	30	19936.79	20345.23	9.2996553	9.3084626
	40	20221.76	20648.34	9.3058189	9.3148851
	50	20506.55	20951.81	9.3118926	9.3212216
12	0	20791.17	21255.65	9.3178789	9.3274745
	10	21075.61	21559.88	9.3237802	9.3336463
	20	21359.88	21864.48	9.3295988	9.3397391
	30	21643.96	22169.47	9.3353368	9.3457552
	40	21927.86	22474.85	9.3409963	9.3516968
	50	22211.58	22780.63	9.3465794	9.3575658
13	0	22495.11	23086.82	9.3520880	9.3633641
	10	22778.44	23393.42	9.3575240	9.3690937
	20	23061.59	23700.44	9.3628892	9.3747563
	30	23344.54	24007.87	9.3681853	9.3803537
	40	23627.29	24315.75	9.3734139	9.3858876
	50	23909.84	24624.05	9.3785767	9.3913595
14	0	24192.19	24932.80	9.3836752	9.3967711
	10	24474.33	25242.00	9.3887109	9.4021237
	20	24756.27	25551.65	9.3936852	9.4074189
	30	25038.00	25861.76	9.3985996	9.4126581
	40	25319.52	26172.34	9.4034554	9.4178425
	50	25600.82	26483.39	9.4082539	9.4229735

M.	Sinus	Tangens	Logar. Sin.	Log. Tang.
70	98480.77	567128 18	9.9933515	10.7536812
50	98429.85	557637 80	9.9931268	10.7463523
40	98378.08	548450.52	9.9928984	10.7391375
30	98325.49	539551 72	9.9926661	10.7320332
20	98272.06	530927.93	9.9924301	10.7250356
10	98217.81	522566.47	9.9921900	10.7181415
0	98162.71	514455 40	9.9919466	10.7113745
50	98106.80	506583.52	9.9916991	10.7046511
40	98050.05	498940 27	9.9914478	10.6980486
30	97992.47	491515 70	9.9911927	10.6915374
20	97934.06	484309 45	9.9909338	10.6851149
10	97874.83	477285.67	9.9906710	10.6787784
0	97814.76	470463 01	9.9904044	10.6725255
7	50 97753.86	463824.57	9.9901339	10.6663537
40	97692.15	457362 87	9.9898597	10.6602609
30	97629.60	451070 85	9.9895815	10.6542448
20	97566.23	444941.81	9.9892995	10.6483032
10	97502.03	438969.40	9.9890137	10.6424342
0	97437.01	433147 59	9.9887239	10.6366359
76	50 97371.16	427470.66	9.9884303	10.6309063
40	97304.48	421933 18	9.9881329	10.6252437
30	97236.99	416529.98	9.9878315	10.6196463
20	97168.67	411256 14	9.9875263	10.6141124
10	97099.54	406107 00	9.9872171	10.6086405
		401078 09	9.9869041	10.6032289
		396165 18	9.9865872	10.5978763
		391364.20	9.9862663	10.5925811
		386671.31	9.9859416	10.5873419
		382082 81	9.9856129	10.5821579
		377595.19	9.9852803	10.5770268

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
15	0	25881.90	26794.92	9.4129962	9.4280525
	10	26162.77	27106.93	9.4176837	9.4330804
	20	26443.42	27419.44	9.4223176	9.4380587
	30	26723.84	27732.45	9.4268988	9.4429883
	40	27004.03	28045.97	9.4314286	9.4478704
	50	27284.00	28359.99	9.4359080	9.4527061
16	0	27563.74	28674.54	9.4403381	9.4574964
	10	27843.24	28989.61	9.4447197	9.4622423
	20	28122.51	29305.21	9.4490540	9.4669448
	30	28401.53	29621.35	9.4533418	9.4716048
	40	28680.32	29938.02	9.4575840	9.4762233
	50	28958.87	30255.27	9.4617816	9.4808011
17	0	29237.17	30573.07	9.4659853	9.4853390
	10	29515.22	30891.43	9.4700461	9.4898320
	20	29793.03	31210.36	9.4741146	9.4942988
	30	30070.58	31529.88	9.4781418	9.4987223
	40	30347.88	31849.98	9.4821283	9.5031092
	50	30624.92	32170.67	9.4860749	9.5074602
18	0	30901.70	32491.97	9.4899824	9.5117760
	10	31178.22	32813.87	9.4938513	9.5160575
	20	31454.48	33136.39	9.4976824	9.5203052
	30	31730.47	33459.53	9.5014764	9.5245199
	40	32006.19	33783.30	9.5052339	9.5287021
	50	32281.64	34107.71	9.5089556	9.5328526
19	0	32556.82	34432.76	9.5126419	9.5369719
	10	32831.72	34758.46	9.5162936	9.5410606
	20	33106.34	35084.83	9.5199112	9.5451193
	30	33380.69	35411.86	9.5234953	9.5491487
	40	33654.75	35739.56	9.5270463	9.5531492
	50	33928.53	36067.95	9.5305650	9.5571214

M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	95592.58	378205.08	9.9849498	10.5719475
50	96516.88	368909.27	9.9846033	10.5669196
40	96440.37	364704.67	9.9842589	10.5619413
30	96363.05	360588.85	9.9839105	10.5570117
20	96284.90	356557.49	9.9835582	10.5521296
10	96205.94	352609.38	9.9832019	10.5472939
0	96126.17	348741.44	9.9828416	10.5425036
50	96045.58	344951.20	9.9824774	10.5377577
40	95964.18	341236.26	9.9821092	10.5330552
30	95881.97	337594.34	9.9817370	10.5283952
20	95798.95	334023.26	9.9813608	10.5237767
10	95715.12	330520.91	9.9809805	10.5191989
0	95630.48	327085.26	9.9805963	10.5146610
50	95545.02	323714.38	9.9802081	10.5101620
40	95458.76	320406.38	9.9798158	10.5057012
30	95371.69	317159.48	9.9794195	10.5012777
20	95283.82	313971.94	9.9790192	10.4968908
10	95195.14	310842.10	9.9786148	10.4925398
0	95105.65	307768.35	9.9782063	10.4882240
50	95015.36	304749.15	9.9777938	10.4839425
40	94924.26	301783.01	9.9773772	10.4796948
30	94832.36	298868.50	9.9769566	10.4754801
20	94739.66	296004.22	9.9765318	10.4712979
10	94646.16	293188.85	9.9761030	10.4671474
0	94551.85	290421.09	9.9756701	10.4630281
50	94456.75	287699.70	9.9752330	10.4589394
40	94360.85	285023.49	9.9747918	10.4548807
30	94264.15	282391.29	9.9743466	10.4508513
20	94166.65	279801.98	9.9738971	10.4468508
10	94068.35	277254.48	9.9734435	10.4428786

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
20	0	34202.02	36397.02	9.5340517	9.5610658
	10	34475.22	36726.80	9.5375069	9.5649831
	20	34748.13	37057.28	9.5409314	9.5688735
	30	35020.74	37388.47	9.5443253	9.5727377
	40	45293.06	37720.38	9.5476893	9.5765761
	50	35565.08	38053.03	9.5510237	9.5803892
21	0	35836.79	38386.40	9.5543292	9.5841774
	10	36108.21	38720.53	9.5576060	9.5879413
	20	36379.32	39055.41	9.5608546	9.5916812
	30	36650.13	39391.05	9.5640754	9.5953975
	40	36920.62	39727.46	9.5672689	9.5990908
	50	37190.80	40064.65	9.5704355	9.6027613
22	0	37460.66	40402.62	9.5735754	9.6064096
	10	37730.21	40741.39	9.5766892	9.6100359
	20	37999.44	41080.97	9.5797772	9.6136407
	30	38268.34	41421.36	9.5828397	9.6172243
	40	38536.93	41762.57	9.5858771	9.6207872
	50	38805.18	42104.60	9.5888897	9.6243296
23	0	39073.11	42447.49	9.5918780	9.6278519
	10	39340.71	42791.20	9.5948422	9.6313545
	20	39607.98	43135.79	9.5977827	9.6348378
	30	39874.91	43481.24	9.6006997	9.6383019
	40	40141.50	43827.56	9.6035936	9.6417473
	50	40407.74	44174.76	9.6064647	9.6451743
24	0	40673.66	44521.87	9.6093133	9.6485834
	10	40939.23	44871.87	9.6121397	9.6519742
	20	41204.46	45221.79	9.6149441	9.6553477
	30	41469.32	45572.64	9.6177270	9.6587041
	40	41733.85	45924.39	9.6204884	9.6620434
	50	41998.01	46277.09	9.6232287	9.6653662

A.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	93969.26	274747.74	9.9729858	10.4389341
50	93869.37	272280.75	9.9725239	10.4350169
40	93768.69	269852.54	9.9720579	10.4311265
30	93667.22	267462.15	9.9715867	10.4272623
20	93564.95	265108.67	9.9711132	10.4234239
10	93461.89	262791.21	9.9706346	10.4196108
0	93358.04	260508.91	9.9701517	10.4158226
50	93253.40	258260.94	9.9696647	10.4120587
40	93147.97	256046.49	9.9691734	10.4083188
30	93041.75	253864.79	9.9686779	10.4046025
20	92934.75	251715.07	9.9681781	10.4009092
10	92826.96	249596.61	9.9676741	10.3972387
0	92718.39	247508.69	9.9671659	10.3935924
50	92609.03	245450.61	9.9666533	10.3899641
40	92498.88	243421.72	9.9661365	10.3863593
30	92387.95	241421.36	9.9656153	10.3827757
20	92276.24	239448.89	9.9650899	10.3792128
10	92163.75	237503.72	9.9645602	10.3756704
0	92050.49	235585.24	9.9640261	10.3721481
50	91936.44	233692.87	9.9634877	10.3686455
40	91821.61	231826.06	9.9629449	10.3651622
30	91706.01	229984.25	9.9623978	10.3616981
20	91589.63	228166.93	9.9618463	10.3582527
10	91472.47	226373.57	9.9612904	10.3548257
0	91354.54	224603.68	9.9607302	10.3514167
50	91235.84	222856.76	9.9601655	10.3480258
40	91116.37	221132.34	9.9595964	10.3446523
30	90996.13	219429.97	9.9590229	10.3412960
20	90875.11	217749.20	9.9584450	10.3379566
10	90753.33	216089.58	9.9578626	10.3346338

Gr.	M.	Sinus	Tangens	Logar. Sin.	Log. Tang.
25	0	42261.83	46630.77	9.6259483	9.6686725
	10	42525.28	46985.39	9.6286472	9.6719628
	20	42788.38	47340.98	9.6313258	9.6752372
	30	43051.11	47697.55	9.6339844	9.6784961
	40	43313.48	48055.12	9.6366231	9.6817396
	50	43575.48	48413.68	9.6392422	9.6849681
26	0	43837.12	48773.26	9.6418420	9.6881818
	10	44098.38	49133.86	9.6444226	9.6913809
	20	44359.27	49495.49	9.6469844	9.6945656
	30	44619.78	49858.16	9.6495274	9.6977363
	40	44879.92	50221.89	9.6520521	9.7008930
	50	45139.68	50586.68	9.6545584	9.7040362
27	0	45399.05	50952.54	9.6570468	9.7071659
	10	45658.04	51319.50	9.6595173	9.7102824
	20	45916.64	51687.55	9.6619701	9.7133859
	30	46174.85	52056.70	9.6644056	9.7164767
	40	46432.69	52426.98	9.6668238	9.7195549
	50	46690.12	52798.39	9.6692250	9.7226207
28	0	46947.16	53170.94	9.6716093	9.7256744
	10	47203.80	53544.65	9.6739769	9.7287161
	20	47460.04	53919.52	9.6763281	9.7317460
	30	47715.88	54295.57	9.6786629	9.7347644
	40	47971.31	54672.81	9.6809816	9.7377714
	50	48226.34	55051.25	9.6832843	9.7407672
29	0	48480.96	55430.90	9.6855712	9.7437520
	10	48735.17	55811.79	9.6878425	9.7467259
	20	48988.97	56193.91	9.6900983	9.7496892
	30	49242.36	56577.28	9.6923388	9.7526420
	40	49495.33	56961.91	9.6945642	9.7555846
	50	49747.87	57347.83	9.6967745	9.7585170

M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	90630.78	214450.69	9.9572757	10.3313275
50	90507.46	212832.13	9.9566844	10.3289372
40	90383.38	211233.48	9.9560886	10.3247628
30	90258.53	209654.36	9.9554882	10.3215039
20	90132.91	208094.38	9.9548834	10.3182604
10	90006.54	206553.18	9.9542741	10.3150319
0	89879.40	205030.38	9.9536602	10.3118182
50	89751.51	203525.65	9.9530418	10.3086191
40	89622.85	202038.62	9.9524188	10.3054344
30	89493.43	200568.97	9.9517912	10.3022637
20	89363.27	199116.37	9.9511590	10.2991070
10	89232.33	197680.50	9.9505223	10.2959638
0	89100.65	196261.05	9.9498809	10.2928341
50	88968.21	194857.71	9.9492349	10.2897176
40	88835.02	193470.20	9.9485842	10.2866141
30	88701.08	192098.21	9.9479289	10.2835233
20	88566.39	190741.47	9.9472689	10.2804451
10	88430.95	189399.71	9.9466043	10.2773793
0	88294.76	188072.65	9.9459349	10.2743256
50	88157.82	186760.03	9.9452609	10.2712839
40	88020.14	185461.59	9.9445821	10.2682540
30	87881.71	184177.09	9.9438985	10.2652356
20	87742.54	182906.28	9.9432102	10.2622286
10	87602.62	181648.92	9.9425171	10.2592328
0	87461.97	180404.78	9.9418193	10.2562480
50	87320.58	179173.62	9.9411166	10.2532741
40	87178.44	177955.24	9.9404091	10.2503108
30	87035.57	176749.40	9.9396968	10.2473580
20	86891.96	175555.90	9.9389796	10.2444154
10	86747.62	174374.53	9.9382576	10.2414830

Gr.	M.	Sinns.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
30	0	50000.00	57735.03	9.6989700	9.7614394
	10	50251.70	58123.93	9.7011508	9.7643520
	20	50502.99	58513.35	9.7033170	9.7672550
	30	50753.82	58904.50	9.7054689	9.7701485
	40	51004.26	59296.99	9.7076064	9.7730327
	50	51254.25	59690.84	9.7097299	9.7759077
31	0	51503.81	60086.06	9.7118393	9.7787737
	10	51751.93	60482.66	9.7139349	9.7816309
	20	52001.61	60880.67	9.7160168	9.7844794
	30	52249.86	61280.08	9.7180851	9.7873193
	40	52497.66	61680.92	9.7201399	9.7901508
	50	52745.62	62083.20	9.7221814	9.7929741
32	0	52991.93	62486.94	9.7242097	9.7957892
	10	53238.39	62892.15	9.7262249	9.7985964
	20	53484.40	63298.83	9.7282271	9.8013957
	30	53729.96	63707.03	9.7302165	9.8041873
	40	53975.07	64116.73	9.7321932	9.8069714
	50	54219.71	64527.97	9.7341572	9.8097480
33	0	54463.90	64940.76	9.7361088	9.8125174
	10	54707.63	65355.11	9.7380479	9.8152795
	20	54950.90	65771.03	9.7399748	9.8180347
	30	55193.70	66188.56	9.7418895	9.8207829
	40	55436.03	66607.69	9.7437921	9.8235244
	50	55677.90	67028.45	9.7456828	9.8262529
34	0	55919.29	67450.85	9.7475617	9.8289874
	10	56160.21	67874.92	9.7494287	9.8317093
	20	56400.65	68300.66	9.7512842	9.8344249
	30	56640.62	68728.10	9.7531280	9.8371343
	40	56880.11	69157.24	9.7549604	9.8398377
	50	57119.12	69588.13	9.7567815	9.8425351

M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
0	86602.54	173205.08	9.9375306	10.2389606
50	86456.73	172047.36	9.9367988	10.2356480
40	86310.19	170901.16	9.9360621	10.2327450
30	86162.92	169766.31	9.9353204	10.2298515
20	86014.91	168642.61	9.9345738	10.2269673
10	85866.18	167529.88	9.9338222	10.2240923
0	85716.73	166427.95	9.9330656	10.2212263
50	85566.55	165336.63	9.9323040	10.2183691
40	85415.64	164255.76	9.9315374	10.2155206
30	85264.02	163185.17	9.9307658	10.2126807
20	85111.66	162124.69	9.9299891	10.2098492
10	84958.60	161074.17	9.9292073	10.2070259
0	84804.81	160033.45	9.9284205	10.2042108
50	84650.30	159002.38	9.9275285	10.2014036
40	84495.08	157980.79	9.92668314	10.1986043
30	84339.14	156968.56	9.9260292	10.1958127
20	84182.49	155965.52	9.9252218	10.1930286
10	84025.13	154971.55	9.9244092	10.1902520
0	83867.06	153986.50	9.9235914	10.1874826
50	83708.27	153010.23	9.9227684	10.1847205
40	83548.78	152042.61	9.9219401	10.1819653
30	83388.58	151083.52	9.9211066	10.1792171
20	83227.68	150132.82	9.9202678	10.1764756
10	83066.07	149190.38	9.9194237	10.1737408
0	82903.76	148256.10	9.9185742	10.1710126
50	82740.74	147329.83	9.9177194	10.1682907
40	82577.03	146411.47	9.9168593	10.1655751
30	82412.62	145500.90	9.9159937	10.1628657
20	82247.51	144598.01	9.9151228	10.1601623
10	82081.70	143702.68	9.9142464	10.1574649

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
35	0	57357.64	70020.75	9.7585913	9.8452268
	10	57595.68	70455.15	9.7603899	9.8452268
	20	57833.23	70891.33	9.7621775	9.8505931
	30	58070.30	71329.31	9.7639540	9.8532680
	40	58306.87	71769.11	9.7657197	9.8559376
	50	58542.94	72210.75	9.7674746	9.8586019
36	0	58778.53	72654.26	9.7692187	9.8612610
	10	59013.61	73099.63	9.7709522	9.8639152
	20	59248.19	73546.91	9.7726751	9.8665644
	30	59482.28	73996.11	9.7743876	9.8692089
	40	59715.86	74447.24	9.7760897	9.8718486
	50	59948.93	74900.33	9.7777815	9.8744838
37	0	60181.50	75355.40	9.7794630	9.8771144
	10	60413.56	75812.48	9.7811344	9.8797407
	20	60645.11	76271.57	9.7827958	9.8823627
	30	60876.14	76732.70	9.7844471	9.8849805
	40	61106.66	77195.89	9.7860886	9.8875942
	50	61336.66	77661.17	9.7877202	9.8902040
38	0	61566.15	78128.56	9.7893420	9.8928098
	10	61795.11	78598.08	9.7909541	9.8954119
	20	62023.55	79069.75	9.7925566	9.8980104
	30	62251.46	79543.59	9.7941496	9.9006052
	40	62478.85	80019.63	9.7957330	9.9031966
	50	62705.71	80497.90	9.7973071	9.9057845
39	0	62932.04	80978.40	9.7988718	9.9083692
	10	63157.84	81461.18	9.8004272	9.9109507
	20	63383.09	81946.25	9.8019735	9.9135291
	30	63607.82	82433.64	9.8035105	9.9161045
	40	63832.01	82923.37	9.8050385	9.9186769
	50	64055.66	83415.47	9.8065575	9.9212466

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
55	0	81915.21	142814.80	9 9133649	10. 1547732
54	50	81748.01	141934.27	9 9124772	10. 1520873
	40	81580.13	141060.98	9 9115844	10. 1494069
	30	81411.55	140194.83	9 9106860	10. 1467320
	20	81242.29	139335.71	9 9097821	10. 1440624
	10	81072.33	138483.53	9 9088727	10. 1413981
	0	80901.70	137638.19	9 9079576	10. 1387490
53	50	80730.38	136799.59	9 9070370	10. 1360848
	40	80558.37	135967.64	9 9061107	10. 1334356
	30	80385.69	135142.24	9 9051787	10. 1307912
	20	80212.32	134323.31	9 9042411	10. 1281514
	10	80038.27	133510.75	9 9032977	10. 1255162
	0	79863.55	132704.48	9 9023486	10. 1228856
52	50	79688.15	131904.41	9 9013938	10. 1202593
	40	79512.08	131110.46	9 9004331	10. 1176373
	30	79335.33	130322.54	9 8994667	10. 1150195
	20	79157.92	129540.57	9 8984944	10. 1124058
	10	78979.85	128764.47	9 8975162	10. 1097960
	0	78801.13	127994.16	9 8965321	10. 1071902
51	50	78621.75	127229.57	9 8955422	10. 1045881
	40	78441.71	126470.62	9 8945463	10. 1019896
	30	78261.02	125717.23	9 8935444	10. 0993948
	20	78079.40	124969.33	9 8925365	10. 0968034
	10	77897.33	124226.85	9 8915226	10. 0942155
	0	77714.60	123489.72	9 8905026	10. 0916308
50	50	77531.21	122757.86	9 8894765	10. 0890493
	40	77347.16	122031.21	9 8884444	10. 0864702
		162.46	121309.72	9 8874061	10. 0838955
		177.10	120593.27	9 8863616	10. 0813231
		191.10	119881.84	9 8853109	10. 0787534

Gr.	M.	Sinus.	Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
40	0	64278.76	83909.96	9.8080675	9.9238135
	10	64501.32	84406.88	9.8095686	9.9263778
	20	64723.34	84906.24	9.8110609	9.9289396
	30	64944.80	85408.07	9.8125441	9.9314989
	40	65165.72	85912.40	9.8140192	9.9340559
	50	65386.09	86419.26	9.8154854	9.9366105
41	0	65605.90	86928.68	9.8169429	9.9391631
	10	65825.16	87440.67	9.8183919	9.9417135
	20	66043.86	87955.28	9.8198325	9.9442619
	30	66262.01	88472.53	9.9212646	9.9468084
	40	66479.59	88992.45	9.8226883	9.9493531
	50	66696.61	89515.06	9.8241037	9.9518961
42	0	66913.06	90040.41	9.8255109	9.9544374
	10	67128.95	90568.51	9.8269098	9.9569772
	20	67344.27	91099.41	9.8283006	9.9595155
	30	67559.02	91633.22	9.8296833	9.9620525
	40	67773.20	92169.68	9.8310580	9.9645881
	50	67986.81	92709.14	9.8324246	9.9671225
43	0	68199.84	93251.51	9.8337833	9.9696559
	10	68412.29	93796.83	9.8351341	9.9721883
	20	68624.16	94345.13	9.8364771	9.9747195
	30	68835.45	94896.46	9.8378122	9.9772500
	40	69046.17	95450.83	9.8391396	9.9797797
	50	69256.30	96008.29	9.8404593	9.9823087
44	0	69465.84	96568.88	9.8417713	9.9848372
	10	69674.79	97132.62	9.8430757	9.9873651
	20	69883.15	97699.56	9.8443725	9.9898926
	30	70090.93	98269.73	9.8456618	9.9924197
	40	70298.10	98843.16	9.8469436	9.9949466
	50	70504.69	99419.91	9.8482180	9.9974734
45	0	70710.68	100000.00	9.8494850	10.0000000

Gr. M.		Tangens.	Logar. Sin.	Log. Tang.
50	0	119175.56	9.8842540	10.0761865
49	50	118473.76	9.8831908	10.0736222
	40	117776.98	9.8821213	10.0710604
	30	117084.96	9.8810455	10.0685011
	20	116397.63	9.8799634	10.0659441
	10	115714.95	9.8788748	10.0633895
	0	75470.96	9.8777799	10.0608369
48	50	75279.80	9.8766785	10.0582865
	40	75088.00	9.8755706	10.0557381
	30	74895.57	9.8744561	10.0531916
	20	74702.51	9.8733352	10.0506469
	10	74508.81	9.8722076	10.0481039
	0	74314.48	9.8710735	10.0455626
47	50	74119.53	9.8699326	10.0430228
	40	73923.94	9.8687851	10.0404845
	30	73727.73	9.8676309	10.0379475
	20	73530.90	9.8664699	10.0354119
	10	73333.45	9.8653021	10.0328775
	0	73135.37	9.8641275	10.0303441
46	50	72936.67	9.8629460	10.0278118
	40	72737.36	9.8617576	10.0252805
	30	72537.44	9.8605622	10.0227502
	20	72336.90	9.8593599	10.0202203
	10	72135.74	9.8581505	10.0176912
	0	71933.98	9.8569341	10.0151628
45	50	71731.61	9.8557106	10.0126349
	40	71528.63	9.8544799	10.0101074
	30	71325.05	9.8532421	10.0075800
	20	71120.86	9.8519970	10.0050534
	10	70916.07	9.8507446	10.0025266
	0	70710.68	9.8494850	10.0000000

TABULA DECLINAT. ECLIPT.

Gr.	♈		♉		♊		Gr.
	0	♌	0	♍	0	♎	
1	0	24	11	52	20	26	29
2	0	48	12	13	20	38	28
3	1	12	12	33	20	50	27
4	1	36	12	54	21	1	26
5	2	0	13	14	21	12	25
6	2	23	13	34	21	23	24
7	2	47	13	54	21	33	23
8	3	11	14	14	21	43	22
9	3	35	14	33	21	53	21
10	3	58	14	52	22	2	20
11	4	22	15	11	22	10	19
12	4	46	15	29	22	19	18
13	5	9	15	48	22	26	17
14	5	32	16	6	22	34	16
15	5	56	16	24	22	41	15
16	6	19	16	41	22	47	14
17	6	42	16	58	22	53	13
18	7	5	17	15	22	59	12
19	7	28	17	32	23	4	11
20	7	51	17	48	23	9	10
21	8	13	18	4	23	13	9
22	8	36	18	20	23	17	8
23	8	58	18	35	23	20	7
24	9	21	18	50	23	23	6
25	9	43	19	5	23	26	5
26	10	5	19	19	23	28	4
27	10	26	19	33	23	29	3
28	10	48	19	47	23	31	2
29	11	9	20	0	23	31	1
30	11	31	20	13	23	32	0
	♏		♐		♑		

TAB. ASCENS. RECTAR. ECLIPTICAE.

Gr	♈	♉	♊	♋	♌	♍
	o' "	o' "	o' "	o' "	o' "	o' "
0	0. 0	27. 54	57. 48	90. 0	122. 12	152. 6
1	0. 55	28. 51	58. 51	91. 6	123. 14	153. 3
2	1. 50	29. 49	59. 54	92. 12	124. 16	154. 0
3	2. 45	30. 46	60. 57	93. 17	125. 18	154. 57
4	3. 40	31. 44	62. 0	94. 22	126. 20	155. 54
5	4. 35	32. 42	63. 3	95. 27	127. 22	156. 51
6	5. 30	33. 40	64. 6	96. 33	128. 24	157. 48
7	6. 25	34. 39	65. 9	97. 38	129. 25	158. 45
8	7. 20	35. 37	66. 12	98. 43	130. 26	159. 41
9	8. 15	36. 36	67. 17	99. 48	131. 27	160. 37
10	9. 11	37. 35	68. 21	100. 53	132. 27	161. 33
11	10. 6	38. 34	69. 25	101. 58	133. 28	162. 29
12	11. 1	39. 33	70. 29	103. 3	134. 29	163. 25
13	11. 57	40. 32	71. 33	104. 8	135. 29	164. 21
14	12. 52	41. 31	72. 38	105. 13	136. 29	165. 17
15	13. 48	42. 31	73. 43	106. 17	137. 29	166. 12
16	14. 43	43. 31	74. 47	107. 22	138. 29	167. 8
17	15. 39	44. 31	75. 52	108. 27	139. 28	168. 3
18	16. 35	45. 31	76. 57	109. 31	140. 27	168. 59
19	17. 32	46. 32	78. 2	110. 35	141. 26	169. 54
20	18. 27	47. 33	79. 7	111. 39	142. 25	170. 49
21	19. 23	48. 33	80. 12	112. 43	143. 24	171. 45
22	20. 20	49. 34	81. 17	113. 47	144. 23	172. 40
23	21. 15	50. 35	82. 22	114. 51	145. 21	173. 35
24	22. 12	51. 36	83. 27	115. 54	146. 20	174. 30
25	23. 9	52. 38	84. 33	116. 57	147. 18	175. 25
26	24. 6	53. 40	85. 38	118. 0	148. 16	176. 20
27	25. 3	54. 42	86. 43	119. 3	149. 14	177. 15
28	26. 0	55. 44	87. 48	120. 6	150. 11	178. 10
29	26. 57	56. 46	88. 54	121. 9	151. 9	179. 5
30	27. 54	57. 48	90. 0	122. 12	152. 6	180. 0

TAB. ASC. OBL. AD LATIT. VIT. 51. Gr. 52. Min.

Gr	ν	8	Π	26	Σ	π
	o ' "	o ' "	o ' "	o ' "	o ' "	o ' "
1	0. 25	13. 20	30. 31	57. 26	95. 36	138. 31
2	0. 49	13. 48	31. 13	58. 32	97. 0	139. 57
3	1. 14	14. 17	31. 57	59. 39	98. 24	141. 23
4	1. 38	14. 46	32. 41	60. 48	99. 49	142. 49
5	2. 3	15. 16	33. 25	61. 56	101. 13	144. 15
6	2. 27	15. 46	34. 10	63. 7	102. 38	145. 42
7	2. 51	16. 16	34. 56	64. 17	104. 3	147. 8
8	3. 17	16. 47	35. 43	65. 28	105. 28	148. 34
9	3. 41	17. 17	36. 31	66. 40	106. 53	150. 0
10	4. 6	17. 48	37. 19	67. 53	108. 19	151. 26
11	4. 31	18. 20	38. 8	69. 7	109. 45	152. 52
12	4. 57	18. 52	38. 58	70. 21	111. 10	154. 18
13	5. 21	19. 25	39. 48	71. 36	112. 36	155. 43
14	5. 47	19. 57	40. 40	72. 52	114. 2	157. 9
15	6. 12	20. 30	41. 32	74. 8	115. 28	158. 36
16	6. 37	21. 4	42. 26	75. 24	116. 54	160. 1
17	7. 3	21. 38	43. 20	76. 42	118. 21	161. 27
18	7. 28	22. 12	44. 15	78. 0	119. 48	162. 53
19	7. 54	22. 47	45. 11	79. 18	121. 14	164. 19
20	8. 20	23. 23	46. 7	80. 37	122. 40	165. 44
21	8. 46	23. 59	47. 4	81. 57	124. 7	167. 9
22	9. 14	24. 36	48. 2	83. 17	125. 33	168. 35
23	9. 40	25. 13	49. 1	84. 38	127. 0	170. 1
24	10. 6	25. 50	50. 1	85. 58	128. 26	171. 27
25	10. 33	26. 29	51. 2	87. 21	129. 52	172. 53
26	11. 1	27. 7	52. 4	88. 43	131. 18	174. 18
27	11. 27	27. 46	53. 7	90. 5	132. 45	175. 44
28	11. 55	28. 26	54. 10	91. 27	134. 12	177. 9
29	12. 23	29. 8	55. 14	92. 49	135. 38	178. 35
30	12. 52	29. 49	56. 19	94. 13	137. 4	180. 0